JEAN PIAGET Y BÄRBEL INHELDER

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE
BIBLIOTECA
COMPRA

EL DESARROLLO DE LAS CANTIDADES EN EL NIÑO

editorial nova terra
canalejas, 65
barcelona-14



Título original: LE DÉVELOPPEMENT DES QUANTITÉS PHYSIQUES CHEZ L'ENFANT

© by EDITIONS DELACHAUX & NIESTLÉ, Neuchâtel et Paris.

Versión castellana de: GENOVEVA SASTRE, profesora de Psicología de la Universidad de Barcelona

© de la edición y traducción en lengua castellana
by EDITORIAL NOVA TERRA

Primera edición: abril 1971
Portada diseñada por LLEONARD

Reservados todos los derechos

Depósito legal: B. 14978 - 1971

Printed in Spain Impreso en España

Gráficas Diamante, Zamora 83 - Barcelona

PRÓLOGO

En una obra anterior,[1] intentamos demostrar cómo se construyen en el niño las nociones numéricas a partir de las operaciones lógicas de clases y de relaciones, reunidas en una sola red operatoria. Gracias a esta construcción, las cantidades lógicas o «intensivas» caracterizadas por las simples relaciones de parte a todo, se prolongan en una cuantificación «numérica» o «métrica» gracias a la constitución y a la interacción de la unidad.

Pero existe una forma de cantidad todavía más general que el número o la medida, que los comprende como casos particulares y que se distingue de la cantidad «intensiva»: es la cantidad «extensiva» caracterizada por la comparación de las partes entre sí, sin especificación de la unidad. Es, pues, la cuantificación de las extensiones continuas, independientemente de toda métrica, lo que no impide por otra parte medir la extensión continua si se toma como unidad una de las partes.

En la presente obra vamos a estudiar algunos aspectos de este desarrollo de las cantidades continuas. A decir verdad, a título de introducción a este tipo de investigaciones, nos limitamos a algunos problemas de cuantificación física, y, para ser precisos, hubiéramos debido titular este libro «El desarrollo de las cantidades materiales». En efecto, no trataremos todavía aquí de las cantidades fundamentales, como son el tiempo, la velocidad y el espacio en general, a las cuales esperamos consagrar estudios posteriores. Nos hemos limitado a analizar cómo el niño, una vez en posesión de las nociones elementales de la cantidad lógica y numérica, las

1. J. PIAGET y A. SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant,* Delachaux et Niestlé, 1941.

generaliza y las aplica a los principales datos materiales que le son accesibles: la cantidad de materia, el peso y el volumen físico.

Pero este tema, por restringido que parezca, plantea en realidad el amplio problema de la cuantificación de las cualidades, y, en consecuencia, el de la organización de conjunto que el pensamiento introduce en el mundo exterior.

La cuantificación de las cualidades, en principio, constituye un problema muy diferente del de la construcción del número. Las nociones numéricas surgen, en efecto, en relación con los objetos discretos, que son reunidos en clases según sus equivalencias, seriados según sus diferencias o clasificados y seriados a la vez, por generalización de estos dos procesos, lo cual equivale a ordenarlos en unidades semejantes y por tanto a numerarlos. Una cualidad como tal es, por el contrario, un continuo y, en lugar de repartirse en objetos distintos, se presenta como un carácter irreducible de las cosas, aprehendido gracias a acciones particulares del sujeto. La sustanciabilidad es así el carácter de lo que se puede coger y encontrar; al peso, de lo que se puede levantar, y la voluminosidad, de lo que se puede rodear o puede ser rodeado. ¿Cómo a partir de estas cualidades, en un principio fenomenistas y egocéntricas, el niño construirá las cantidades extensivas e incluso mesurables? Ésta es la primera pregunta que nosotros debemos responder.

Al intentar este análisis, nos encontramos de entrada con el problema de la conservación de la materia, del peso y del volumen (con igual concentración de sustancia), puesto que evidentemente la conservación es, a la vez, la condición y el resultado de la cuantificación. Pero ¿cómo el niño alcanza de hecho estas nociones o principios de conservación? ¿Está dirigido por la experiencia o por las construcciones de su pensamiento? Más aún, no pudimos evitar el plantearnos también el problema, que se reveló solidario de los precedentes, del atomismo concebido como instrumento de conservación y de cuantificación. El atomismo por su parte, al menos tanto como el descubrimiento de las conservaciones cuantitativas, exige una discusión sobre la importancia de los datos experimentales y de la deducción en la organización del universo de las cantidades físicas.

Estudiar la cuantificación de las cualidades mediante la constitución de los principios físicos de la conservación y a través del atomismo progresivo que surge espontáneamente en el curso del desarrollo intelectual del niño, es seguramente plantear el problema general de las relaciones entre el pensamiento y las cosas, o mejor aún la interacción entre la acti-

vidad mental y la experiencia, es en eso en lo que desemboca nuestro estudio.

Cuantificar la cualidad, en efecto, es, tarde o temprano, medirla. Así pues, la sustancia sólo se mide por intermediario de su peso, de su volumen, de su densidad (e inmediatamente de su masa, etc.). Y medir un peso es desconfiar de las impresiones musculares para no confiarse más que a la balanza, del mismo modo que medir un volumen es abandonar la simple visión o el tacto para recurrir a procedimentos indirectos como el que nosotros utilizamos (la medida del espacio ocupado en la inmersión en un líquido). Así pues, recurrir a instrumentos de medida o a la medida fundada sobre relaciones físicas, es constituir «leyes»: no es, pues, simplemente razonar o deducir, es recurrir a la experiencia y organizar la inducción experimental. También naturalmente, el último capítulo de esta obra deberá ser consagrado a la cuantificación del volumen, al estudio de la manera con que el niño construye en el transcurso de las distintas etapas de su desarrollo, la misma ley con la que elabora esta cuantificación.

Tal es nuestro programa. Pero, como se ve, lejos de estar encerrado sobre sí mismo, se abre necesariamente a nuevas tareas, y nos será necesario un día, estudiar la manera con que el niño descubre inductivamente las leyes experimentales en general, sugeridas no ya por un material de laboratorio, sino por su propia actividad en sus contactos con los datos del mundo exterior. Esperamos que las circunstancias nos permitirán llevar a buen término este nuevo trabajo.

JEAN PIAGET
BÄRBEL INHELDER

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones expuestas en esta obra, aunque aparecidas poco después de las de la *Genèse du nombre chez l'enfant,* fueron las primeras que realizamos en el Instituto J. J. Rousseau acerca de las nociones de conservación en el niño [1] y sobre la importancia de las operaciones en el desarrollo intelectual, es decir, acerca de los objetivos que no hemos cesado de proseguir desde entonces. Nos parece, pues, indicado, después de veinte años, hacer preceder esta segunda edición de una breve descripción que explique la significación actual de estas antiguas investigaciones y que resuma los trabajos a los que han dado lugar en diferentes países con la intención bien de controlarlos o de obtener de ellas aplicaciones teóricas o prácticas.

I

Al comenzar por el resumen de estos trabajos, aparecidos o todavía en curso, en Francia, Gran Bretaña, Estados Unidos, Canadá, Noruega, etc., sus finalidades fueron bastante diversas y esto, en sí, es ya instructivo de la significación de las pruebas operatorias descritas en esta obra. El problema previo que plantea la noción de operación es, en efecto, el establecer si se trata de una noción psicológica, es decir, refiriéndose al funcionamiento y el desarrollo mental en su conjunto, o de una noción

1. Uno de nosotros publicó un resumen en 1936 en una conferencia pronunciada en el Tricentenario de la Universidad de Harvard.

simplemente lógica, es decir, tomada por el sujeto de su medio cultural, o, lo que sería todavía menos interesante, introducida por el psicólogo a título de interpretación de datos observados, pero sin ligazón necesaria con ellas. En estos dos últimos casos, las estructuras operatorias permanecerían esencialmente relativas a las situaciones experimentales adoptadas, a las poblaciones examinadas, etc., y, en el mejor de los casos, constituirían en el seno del pensamiento del sujeto una especie de estado en el estado, sin relación con los otros aspectos de su comportamiento. En la primera hipótesis, al contrario, las estructuras operatorias se encontrarían en los medios más diversos y presentarían conexiones múltiples con las diversas manifestaciones de la inteligencia y de la acción. Por todo ello las diversas utilizaciones que se han querido realizar con nuestras pruebas nos parecen muy instructivas no solamente a título de control, sino para ayudarnos a precisar su significación.

En el dominio de la psicopatología, una de nosotros, en 1943,[2] había ya mostrado la posibilidad de utilizar las pruebas de conservación de la sustancia, del peso y del volumen (bolitas de arcilla y disolución del azúcar) como instrumentos de diagnóstico e incluso de pronóstico en lo que concierne al retraso mental y sobre todo en lo que respecta al difícil tema de las fronteras entre el simple retraso y la verdadera debilidad. El estudio posterior de algunos casos examinados confirmó los pronósticos enunciados. Dichas aplicaciones, pues, muestran de forma inmediata, que las estructuras operatorias atañen al conjunto del desarrollo y que no se refieren tan sólo a un sector limitado de la inteligencia en relación con la formación escolar. Además, estas investigaciones acerca de retrasados y débiles, de edades infantiles y adultos, llevaron a una regulación, preciosa desde un punto de vista teórico, acerca del orden de sucesión de los estadios establecidos en la presente obra: conservación de la sustancia, en primer lugar y como condición necesaria a la constitución de invariables posteriores, después, la conservación del peso y por fin únicamente conservación del volumen físico. Pero los estadios no fueron propuestos inicialmente más que en función del análisis cualitativo de las reacciones de los niños normales de edades diversas; la conservación del peso no era afirmada más que por sujetos que poseían ya la de la sustancia, y la conservación del volumen no era reconocida más que por sujetos que

2. B. INHELDER, *Le diagnostic du raisonnement chez les débiles mentaux*, Delachaux et Niestlé, 1943.

poseían la de la sustancia y del peso, pero sin que las recíprocas fueran ciertas. En el caso de retraso de varios años, y sobre todo en el caso de adultos con debilidad mental, se podía esperar que el azar de la experiencia adquirida o de la información social modificaran este orden de sucesión: el peso, sobre todo, interviene en toda compra en la tienda, y el hecho de colocar las mercancías en el platillo de una balanza y de reunirlas en seguida en un solo paquete se refiere además a la conservación del peso total. La sustancia o cantidad de materia, con independencia del peso y del volumen, parece al contrario el modelo de una noción abstracta, para el débil todavía más que para el normal: sin embargo, el orden de sucesión sustancia, peso, volumen, fue no obstante encontrado al igual que en los normales en los casos de retraso de todas las edades y un estudio en curso en Ginebra realizado por J. de Ajuriaguerra, M. Müller y V. Mandl parece incluso encontrarlo (en el orden inverso de desintegración) en los dementes seniles.

Una excelente tesis de medicina sostenida en Lyon por Jeanne Ranson (*Aplicación de las pruebas de Piaget-Inhelder a un grupo de débiles mentales* - 1950 Bosc) tomó de nuevo estos problemas por medio de las pruebas de la bolita de arcilla y de la disolución del azúcar, comparando los resultados así obtenidos a los de los test Binet-Simon y a los de la observación directa del comportamiento de los sujetos. El aspecto clínico del estudio de J. Ranson demuestra de nuevo la relación de las estructuras operatorias con el comportamiento en su conjunto. Por otra parte, el orden de sucesión de los estadios se encontró sin excepción alguna en los treinta casos examinados, tanto en la disolución del azúcar como en las deformaciones de la bolita. Por el contrario, los sujetos no se encuentran siempre en los mismos niveles para estas dos pruebas (a las cuales se añadió un examen de la conservación del número según el dispositivo de correspondencias entre hileras),[3] lo que por otra parte constituye un índice clínico más y que se explica teóricamente por la razón siguiente: contrariamente a las estructuras operatorias formales (es decir, hipotético-deductivas que descansan sobre las operaciones proposicionales), que son las únicas que consiguen abstraerse más o menos totalmente de su contenido, las estructuras operatorias «concretas», que están ligadas a la manipulación de los sujetos, permanecen siempre relativas a su contenido, del cual ellas cons-

3. PIAGET y SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant,* Delachaux et Niestlé 1941.

tituyen la estructuración y no dan lugar a una generalización inmediata de un contenido a otro.

II

Otra razón por la cual fueron tomadas las pruebas descritas en esta obra, es la necesidad de una estandardización de los exámenes operatorios. Apuntamos aquí una cuestión discutida con frecuencia a propósito de nuestros trabajos aparecidos entre 1941 y 1959, sobre la formación de las estructuras operatorias en el niño: ¿por qué contentarse con un método totalmente cualitativo de examen, que excluye toda estadística significativa, en lugar de estandardizar las preguntas en forma *ne varietur,* como las de los tests, que permite la comparación cuantitativa y la elaboración de datos estadísticos? La respuesta nos parece simple, aunque siempre no haya sido comprendida o admitida.

Cuando se plantean al niño preguntas preparadas de antemano en forma *ne varietur,* como en un conjunto de tests, lógicamente las respuestas obtenidas están limitadas por las mismas preguntas, sin la posibilidad de salir de dicho marco. Este método implica, pues, a la vez, que se sepa de antemano lo que se desea obtener del niño y que se crea en la capacidad de interpretar las respuestas obtenidas. Sobre este último punto, por otra parte, se limitan en general, a evaluar estas respuestas en justas o falsas sin intentar analizar la razón ni el mecanismo de los errores, puesto que la finalidad perseguida es la de estimar un rendimiento y no la de intentar comprender la estructura del pensamiento del sujeto. Nuestro problema era totalmente diferente: se trataba, al contrario, de intentar conseguir los secretos del pensamiento que desconocíamos, evitando al *maximum* limitarlo, deformarlo e incluso si fuera posible influirlo por la forma de las preguntas planteadas. Se trataba, pues, de sustituir el modo mecánico de preguntas uniformes y respuestas sin desarrollo por una conversación tan libre como fuera posible, en el curso de la cual el niño consiga explicarse (incluso si no se toman al pie de la letra sus justificaciones) y sobre todo en el curso de la cual el psicólogo llega a descubrir lo que él no sospechaba al principio. ¿Quién hubiera, por ejemplo, podido predecir sin este método, que transformando una bola de arcilla en salchichón, o en galleta, los pequeños iban a pensar que ésta varía, no tan

sólo de volumen y de peso, sino incluso de cantidad de materia o sustancia? Una vez orientados sobre esta pista, todavía nos fueron necesarios meses enteros para comprender que las expresiones «más grande» o «menos grande», con frecuencia empleadas de manera espontánea por el niño para describir el resultado de las modificaciones de la forma, son esencialmente equívocas y pueden designar bien sea el propio volumen o simplemente la cantidad de materia (de donde se derivan las irregularidades aparentes que creíamos comprobar al principio en el orden de sucesión: sustancia, peso, volumen).

En resumen, nuestro doble problema era conseguir en los pequeños un pensamiento prelógico, o como decimos ahora preoperatorio, insospechado por el adulto, después, en los mayores, los mecanismos formadores de las operaciones intelectuales (y «formadores» en el sentido genético o psicológico y no según una lógica preestablecida), era del todo imprescindible emplear un método esencialmente cualitativo o «clínico», que excluía toda cuantificación y toda estadística en el sentido estricto.

Pero una vez conseguidos nuestros resultados —y la presente obra representa a este respecto un primer conjunto de datos, relativos a la estructuración operatoria del mundo físico por el niño— se trataba naturalmente de tomar de nuevo las mismas pruebas, cuya significación se considera conocida para someterlas a una estandardización. De lo que se ocuparon en un principio en Ginebra, incluso una de nosotros en colaboración con Vinh-Bang. Nos parece útil, para completar los capítulos I-III, que se leyeran y se proporcionaran los resultados del análisis cualitativo (descripción de los niveles sucesivos de reacciones, es decir, estadios y subestadios observados) suministrando mediante esta introducción los datos estadísticos obtenidos por B. Inhelder y Vinh-Bang sobre veinticinco sujetos por edad, de cinco a once años, para estas diversas pruebas:

CUADRO 1

Éxitos (en % de sujetos) en las conservaciones de la sustancia, del peso y del volumen.

Edades:		*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
Sustancia	no conservación	84	68	64	24	12	—	—
	intermedio	0	16	4	4	4	—	—
	conservación	16	16	32	72	84	—	—
Peso	no conservación	100	84	76	40	16	16	0
	intermedio	0	4	0	8	12	8	4
	conservación	0	12	24	52	72	76	96
Volumen	no conservación	100	100	88	44	56	24	16
	intermedio	0	0	0	28	12	20	4
	conservación [4]	0	0	12	28	32	56	80

Se aprecia un desfase neto entre los éxitos a la conservación de la sustancia (ocho años) en la del peso (nueve-diez años) y en la del volumen (once años), lo que corresponde claramente a la sucesión de estadios que se encontrarán expuestos en los capítulos I-III de esta obra.

Por otra parte, K. Lovell, en la Universidad de Leeds, tomó, con varios colaboradores cierto número de nuestras pruebas operatorias (espacio, operaciones lógicas, etc.). De sus dos artículos,[5] con E. Ogilvie sobre la conservación de la sustancia (bolitas de arcilla) y sobre la del peso extraemos el cuadro siguiente realizado con 322 y 364 niños de cuatro clases primarias de siete-ocho a diez-once años.

4. Debe considerarse que si todos los sujetos indicados aquí preveen claramente que el nivel del agua (con el que medimos el volumen) será el mismo para la bolita y para sus deformaciones (salchicha, etc.), un cierto número de sujetos explican este desplazamiento por la acción del peso (12 % a los siete y ocho años, 16 % a los nueve años, 28 % a los diez años y un 24 % a los once años, comprendidos en los porcentajes dados).

5. K. Lovell y E. Igilvie, «The growth of the conservation of sustance in the Junior School Child», Brit. J. Educ. Psychol, 1960, 109-118, y K. Lovell y E. Ogilvie, «A study of the conservation of weig in the Junior School Child», *Brit. J. Educ. Psychol.*, 1961, 138-144.

CUADRO 2

Éxitos (en %) en las conservaciones de la sustancia y del peso (Lovell y Ogilvie).

		C1.I	*C1.II*	*C1.III*	*C1.IV*
Edades:		*(7-8)*	*(8-9)*	*(9-10)*	*(10-11)*
Sustancia (322 suj)	no conservación	31	20	11	5
	intermedio	33	12	15	9
	conservación	36	68	74	86
Peso (364 suj)	no conservación	91	29	32	13
	intermedio	5	36	20	13
	conservación	4	36	48	74

Se comprueba un ligero retraso en relación a nuestras edades ginebrinas, lo cual es interesante porque ante nuestros resultados de niveles preoperatorios (no conservación, etc.) tan chocantes para la lógica adulta, frecuentemente nos han acusado de haber examinado poblaciones infantiles con un desarrollo especialmente lento. Por otra parte, queda claro, que pese a este retraso, subsiste un desfase neto entre las adquisiciones de la conservación del peso y la de la sustancia. En cuanto a las cuestiones de volumen físico, estos dos autores no han tomado la experiencia descrita en la presente obra (capítulo III), sino otras sacadas de *La représentation de l'espace chez l'enfant,* París, P.U.F., 1948 y concluyen su estudio [6] por esta afirmación que parece implicar un desfase con la noción del peso: «Piaget es sin duda exacto cuando afirma que hasta los once-doce años de edad un concepto bien desarrollado de volumen físico no está adquirido.»

Estas mismas confirmaciones de las reacciones observadas y de su orden de sucesión fueron obtenidas por D. Elkind, en un estudio emprendido a instigación de D. Rapaport en Stockbridge (EE.UU.) formando

6. K. LOVELL y E. OGILVIE, «The growth of the concept of volume in Junior School Children» (sous presse dans le *Brit. J. of Educ. Psychol.*).

parte de lo que él llama sus «*Piaget replication studies*».[7] Elkind encuentra las mismas edades medias que nosotros, en 175 niños americanos, para la conservación de la sustancia y del peso y un ligero retraso para la del volumen.

III

Si insistimos sobre el orden de sucesión de la construcción de las nociones de conservación de la sustancia, del peso y del volumen físico, no es por el vano placer de comprobar que nuestros resultados se encuentran en otras partes: es porque este orden de sucesión tiene una significación a la vez lógica y psicológica que es digna de ser considerada. Lógicamente, en efecto, el peso es atribuido a una materia, y para concebir la conservación del peso, es necesario poseer previamente la noción de la conservación de la materia. Por otra parte, la conservación del volumen físico supone la no dilatación o la no compresión de la materia del objeto del que se modifica la forma lo que implica cierta resistencia o cierta concentración estable que, al nivel de las nociones elementales del niño están ligadas a la noción del peso.[8] El orden de sucesión materia, peso, volumen parece, pues, dictado por razones lógicas. Pero psicológicamente, esta sumisión a la lógica presenta en el caso particular un carácter notable e incluso sorprendente, pues el peso y el volumen son nociones directamente sugeridas por la percepción mientras que la conservación de una materia, de la que el peso y el volumen no están todavía considerados como invariables, no puede auxiliarse de ningún dato perceptivo y no se refiere más que a este concepto esencialmente abstracto y vacío de contenido designado por nosotros con el término de «sustancia». El hecho de que la conservación de la sustancia condicione las del peso y del volumen en lugar de derivar de ellas, expresa claramente la primacía de la operación respecto a la percepción en la constitución de las nociones de conservación.

Existe un importante grupo de investigaciones, nacidas de las nues-

7. J. ELKIND, «Childre'ns discovery of the conservation of mass weight and volume: Piaget replication Study II», *Journ. Genet. Psychol.* 1961 (98).

8. El niño tiene especialmente una indiferenciación inicial entre el peso y el volumen para explicar la acción de un cuerpo sumergido en un vaso de agua cuyo nivel desplaza

tras que suscita un problema sobre este punto especial. Desde hace algunos años, en efecto, Monique Laurendeau y Adrien Pinard dirigen en la Universidad de Montreal una vasta tarea de estandardización fundada sobre el conjunto de nuestras pruebas. Un primer volumen de los resultados aparecerá en breve y tratará acerca de las nociones causales y precausales del niño. Seguirán otros, uno de los cuales, en particular, tratará de los problemas del número y de la cantidad. Gracias a la amabilidad de los autores, tuvimos en nuestras manos un proyecto del capítulo acerca de la conservación de las cantidades, que utiliza el dispositivo de las bolitas de arcilla deformadas y que converge con nuestros resultados en cuanto a las no-conservaciones iniciales y a la construcción progresiva de las nociones de conservación. Pero en lo que concierne al orden de sucesión de las conservaciones de la sustancia, del peso y del volumen hay un pequeño problema.

Por una parte, en efecto, M. Laurendeau y A. Pinard no encuentran inversión en este orden de sucesión, salvo en 12 casos de 441, estos 12 casos están juzgados como inclasificables. Pero, por otra parte, no observan apenas diferencia entre la adquisición de las tres formas de conservación. En el estadio II A por ejemplo, que corresponde a los inicios de la conservación de la sustancia, un número considerable de sus sujetos (29 de 42) resuelven positivamente una parte de los problemas sobre el peso, el volumen o los dos. Lo mismo ocurre en los estadios II B y III A, caracterizados respectivamente por la adquisición de las conservaciones de la sustancia y del peso, numerosos sujetos consiguen parcialmente la del peso en el II B y del volumen en III A.

Notemos, en primer lugar, que lo que nos interesa desde el punto de vista indicado recientemente, no es tanto la dimensión del desfase al separar las tres clases de construcciones, como la ausencia de inversión en sus manifestaciones. Lógicamente, nada impide que si B implica a A y si C implica a A y a B que, en seguida de adquirida la noción A, las nociones B y C se construyan por generalización rápida. Mas psicológicamente nos podemos preguntar por qué los pequeños canadienses consiguen este rendimiento, mientras que los pequeños ginebrinos o los jóvenes británicos y norteamericanos de Lovell, Ogilvie y Elkind presentan una lentitud de generalización mucho más importante. Para esto no vemos más que dos respuestas posibles. La primera se referiría a los caracteres de la población examinada: si el desarrollo de las estructuras operatorias no se debe sólo a la maduración del sistema nervioso, sino que depende tam-

bién de la experiencia adquirida, de las interacciones sociales y sobre todo de un equilibrio progresivo de las coordinaciones de las acciones, siempre se puede concebir una acción aceleradora de ciertos factores (por ejemplo, para el peso, la utilización familiar o escolar de la balanza, etc.), y J. Smedslund incluso encontró en Ginebra un avance considerable de los jóvenes alumnos de lengua inglesa de la Escuela internacional, en relación a los escolares primarios (selección familiar, etc.). La dificultad de esta interpretación estriba en que, en el caso de los escolares canadienses, el 75 % de los éxitos para la sustancia sólo se alcanza hacia los nueve años y se acompaña no obstante de un ligero desfase medio entre esta sustancia por una parte, y, por otra parte, el peso y el volumen juntos.[9]

La otra interpretación posible se referiría a las técnicas empleadas. La notable preocupación por la regulación de M. Laurendeau y A. Pinard los llevó a distinguir cinco situaciones diferentes (modificación de la bolita en un anillo, en un cubo, en un rulo, en un filamento y en diez pequeñas bolas) lo que da un total de quince preguntas para el conjunto de los problemas de la sustancia, del peso y del volumen. Es evidente que en un caso semejante e incluso interrogando a los sujetos acerca de las tres nociones en sesiones separadas nos podemos preguntar si no ha intervenido un cierto aprendizaje, extendiéndose desde la perseveración verbal a la generalización propiamente dicha. Los resultados obtenidos serían entonces más interesantes y un hermoso problema estaría así planteado: el de la influencia de la multiplicación de las situaciones experimentales como posible factor de aprendizaje. Veremos en seguida otro ejemplo de ello (cuadro 3).

IV

La principal dificultad para juzgar sobre el desfase entre las conservaciones del peso y del volumen físico está en que en numerosas situaciones estas dos nociones permanecen largo tiempo indiferenciadas o al menos indisociadas en el pensamiento del niño. Por eso, para controlar si el sujeto está en posesión de la conservación del volumen (en la experien-

9. Elkind encontró además en la región de Boston cierto retraso en la conservación del volumen.

cia en la que transformamos una bola en rulo y en la que se trata de prever si la bola modelo y el rulo desplazarán el agua a la misma altura, una vez sumergidos en dos vasos iguales, tomamos la costumbre de sustituir la bola modelo por una bola de metal del mismo volumen, pero de peso diferente para que los juicios del niño se refirieran específicamente a los volúmenes y no a los pesos. El capítulo XII de la presente obra toma de nuevo el problema sistematizándolo: pedimos al niño sus previsiones y sus explicaciones en momentos en que sumergimos objetos de la misma forma, mismo peso y mismo volumen (tres cilindros de metal); de misma forma y de mismo volumen, pero de peso distinto; de forma y de pesos diferentes, etc., y le pedimos igualmente que prevea el producto de ciertas composiciones (tres cilindros a la vez, comparados a un cilindro tres veces más alto, etc.), y naturalmente también que prevea si dos objetos ocuparán el mismo volumen en el agua, tanto si están tendidos o en posición vertical, etc. Estas preguntas permiten seguir la disociación de las nociones del peso y del volumen y de afinar el examen de este último concepto.

La estandardización de Vinh-Bang —Inhelder nos proporciona sobre este punto una valiosa confirmación. La experiencia se hizo en tres fases (además de una cuarta sobre las generalizaciones de la que es inútil hablar ahora). En el curso de una fase I presentamos cilindros de formas y volúmenes iguales, pero de pesos diferentes, preguntando simplemente, en la inmersión de vasos de agua iguales, por qué el agua sube hasta un mismo nivel. En el curso de una fase II presentamos otros cilindros (otros colores), pero que siguen teniendo formas y volúmenes iguales y pesos diferentes y pedimos: *a*) que prevean los niveles de agua, *b*) que lo expliquen después de la demostración. En el curso de la fase III, presentamos un largo cilindro de pequeñas unidades y tres pequeños cilindros cuyo volumen total es igual al del grande y repetimos las preguntas. He aquí los resultados obtenidos de veintisiete sujetos por edad.[10]

10. Los éxitos del cuadro 3 significan: *a*) en cuanto a la previsión, una anticipación correcta de la igualdad de los niveles de agua (después de inmersión), fundada únicamente sobre el volumen; *b*) en cuanto a la comprobación una explicación correcta de los niveles observados, fundados tan sólo en el volumen.

CUADRO 3

Éxitos (en %) a las previsiones del nivel de agua y a las explicaciones por el volumen

(estandardización Vinh-Bang-Inhelder)

Edades:		*8*	*9*	*10*	*11*	*12*
Fase I	(comprobación)	7	4	15	37	48
Fase II	previsión	11	15	26	63	63
	comprobación	15	26	59	70	81
Fase III	previsión	15	19.	40	70	85
	comprobación	15	19	44	78	92

Vemos, en primer lugar, que en la fase I sólo la mitad de los sujetos de doce años explican espontáneamente el desplazamiento del nivel de agua por el volumen de los cilindros sumergidos. Pero a partir de la fase II, se produce un aprendizaje parcial del que se ven los efectos progresivos. No por ello deja de ser cierto que sólo hacia los once-doce años se obtiene el 75 % de respuestas justas, en conformidad con nuestros antiguos resultados y con las regulaciones de Lowell y Ogilvie, lo que demuestra entre otras cosas que el aprendizaje en cuestión permanece parcial y no consigue quemar totalmente las etapas del desarrollo.

V

Por otra parte, la continuación de las antiguas investigaciones expuestas en esta obra no tuvo como única finalidad el efectuar controles estadísticos y estandardizaciones. Otros trabajos recientes de los que hablaremos a continuación tuvieron principal intención de resolver determinados problemas teóricos provocados por nuestros resultados.

Un psicólogo noruego de talento, J. Smedslund, sostuvo en 1955 en

su obra *Multiple probability Learning* (Oslo, Akad. Forlang) que los refuerzos externos acelerarían sin duda la formación de las nociones de conservación de las que nosotros habíamos descubierto la formación tardía, mientras que nosotros consideramos estos refuerzos como «en absoluto necesario» para dicha formación. Habiendo venido a Ginebra para organizar sus experiencias, que por otra parte no ha cesado de proseguir después en Oslo y en Estados Unidos, Smedslun obtuvo cierto número de resultados importantes.

Empecemos por destacar que escogió como punto de partida la conservación del peso lo cual facilita las cosas puesto que es fácil de utilizar como refuerzo externo la comprobación física del resultado de las transformaciones, bajo la forma de una pesada en la balanza. En el caso de la conservación de la sustancia (anterior a la del peso y del volumen) es difícil imaginar a qué refuerzo externo hubiera podido apelarse a falta de todo dato perceptivo. Pero Smedslund no quiso atenerse únicamente a este aspecto físico de semejante tipo de conservación e intentó con razón provocar también un aprendizaje de su forma lógica. A este respecto, se interesó por la transitividad de las igualdades $A = C$ si $A = B$ y $B = C$ que intervienen en toda conservación y, a su vez, la suponen (conservación de A a C). Por eso se preguntó además si haciendo comprobar por medio de pesadas la igualdad $A=C$ (a deducir con anterioridad, mientras que $A=B$ y $B=C$ son comprobadas desde el comienzo), se provocaría una generalización de la transitividad en los sujetos que no la poseían al principio de la experencia.

Smedslund en un principio quiso demostrar la existencia de una relación entre la transitividad y la conservación distinguiendo las explicaciones perceptivas (simples comprobaciones actuales, justas o erróneas) y las explicaciones operatorias (refiriéndose a los estados anteriores a la transformación). Encontró además una correlación muy significativa (a .001) entre los sujetos que dan al menos una respuesta operatoria en el caso de la conservación y al menos una en el de la transitividad. Por otra parte, consiguió provocar un aprendizaje bastante sistemático de la conservación del peso en su aspecto físico: habiendo comprobado en la balanza la igualdad del objeto modelo inicial y del objeto transformado, los sujetos jóvenes la generalizan con rapidez en los casos siguientes, tanto más fácilmente cuanto no se trata entonces más que de prever sin cesar el mismo peso. Al contrario (y esto nos parece constituir el principal interés de estos resultados) la misma técnica no proporcionó más que un

ligero aprendizaje de la transitividad. Todo sucede como si el aspecto operatorio de la conservación permaneciera unido a las actividades espontáneas del sujeto en su desarrollo, mientras que el aspecto físico depende naturalmente mucho más de la experiencia.[11]

El problema fundamental que plantean nuestros resultados sobre las estructuras operatorias y sobre la formación de las nociones de conservación es, pues, el del mecanismo del desarrollo y de la función respectiva de sus factores internos y externos. A este respecto dos vertientes esenciales se han abierto desde la primera edición de la presente obra, además de la que está trazada por los trabajos sobre el aprendizaje de estas estructuras, y de los cuales nosotros acabamos de dar una muestra entre otras muchas (limitándonos a los que se relacionan con los sujetos abordados en esta sola obra).

Una de estas vertientes fue abierta por los intentos de estandardización cuya finalidad, en efecto, no era tan sólo la utilización práctica, sino también la interpretación teórica. En posesión de los cuadros estadísticos que muestran las reacciones, edad por edad, con un número suficiente de pruebas, podemos plantearnos dos tipos de cuestiones que Vinh-Bang tuvo el mérito de formular con toda claridad en un corto, pero sustancioso estudio.[12] Debemos preguntarnos naturalmente, en primer lugar, si se trata de estadios, lo que nuestros análisis cualitativos parecían ya demostrar, pero que permanecerá inverifcado mientras no se proceda a una demostración probabilista. Ahora bien, el análisis jerárquico propuesto por L. Guttman permite decidir si un conjunto de conductas es «generalizable» o no y Vinh-Bang pudo responder afirmativamente. Pero hecho esto, Vinh-Bang comprueba que los «índices de reproductibilidad» no son los mismos para todas las edades; dicho de otra forma, si, por ejemplo, cuatro evoluciones A, B, C, D, representan un orden jerárquico respetado a todas las edades (A antes que B, B antes que C y C antes que D), la rapidez de estas evoluciones no es la misma: las conductas A y B pueden estar próximas a los cuatro-cinco años y separarse cada vez más, llegando A al 100 % de éxitos a los nueve años y B solamente a los doce años de edad. De la misma forma, las conductas B y C pueden estar alejadas

11. Véase en lo que respecta a los diferentes datos: *Apprentissage des notions de la conservation et de la transitivité du poids.* Études d'Epistém. Génét. t. IX (1959) pp. 85-124.

12. VINH-BANG, *Evolution des conduites et apprentissages,* Études d'Epistém. Génét., IX (1959), pp. 3-13.

al principio y acercarse progresivamente si C, de rapidez superior, tiende a alcanzar a B; etc.

Ahora bien, como demostró Vinh-Bang, la consideración de estas desigualdades de velocidades de adquisición en el seno de un orden jerárquico implica dos tipos de consecuencias de gran importancia. En primer lugar, este análisis de velocidades es de gran ayuda en la determinación de las relaciones de dependencia o de independencia entre operaciones. Vimos, en efecto, que la formación de ciertas operaciones supone la de otras operaciones sin que lo recíproco sea cierto: por ejemplo, la conservación del peso parece exigir la de la sustancia, pero esta última, no implica, a los ojos de los sujetos jóvenes, la del mismo peso. Si el establecer estas relaciones entre estructuras operatorias exige naturalmente en primer lugar un estudio cualitativo fundado sobre las razones espontáneas de los sujetos, sólo el análisis jerárquico que lleva, a la vez, sobre el orden de sucesiones y sobre las velocidades de adquisición puede proporcionar una regulación rigurosa.

En segundo lugar, es evidente que esta doble consideración de las velocidades de adquisición y de las relaciones entre operaciones es esencial para el estudio de los aprendizajes. Por otra parte, si a una determinada edad, de dos operaciones independientes con éxito medio aproximadamente equivalente, una de ellas da lugar a un aprendizaje más fácil que la otra, puede ser debido a la naturaleza de los resortes utilizados, pero también puede ser la expresión dl hecho de que la primera supone una velocidad intrínseca de adquisición más grande: en este segundo caso, el aprendizaje obtenido es en parte aparente y se limita a acelerar un desarrollo espontáneo. Por otra parte, es evidente que si genéticamente una operación B supone una operación previa A, el aprendizaje experimental de B no obtendrá éxito más que apoyándose sobre un ejercicio de A.

La última de las nuevas vías de investigación abiertas por el análisis de las operaciones, es su estudio longitudinal, emprendido por uno de nosotros en colaboración con G. Noelting. Los estudios que contiene la presente obra descansan en el empleo de un método exclusivamente «transversal», en el sentido de que un gran número de sujetos de diferentes edades fueron examinados, pero, en principio, una sola vez cada uno de ellos, de forma que la continuidad del desarrollo ha sido reconstituido por la comparación de estos múltiples cortes transversales practicados en los diversos niveles de edad. El método longitudinal consiste, al contra-

rio, en seguir a los mismos sujetos y reexaminarlos periódicamente para aprehender las transformaciones genéticas que pudieron producirse entre un examen y el siguiente. Este método es mucho más laborioso, pues pocos sujetos se prestan a esta continuación de exámenes durante años; se trata de obtener cada vez el máximo de datos útiles (mientras que con el método transversal, ante un examen insuficiente por culpa del experimentador, basta interrogar a otro sujeto). El método longitudinal supone sobre todo un registro preciso de todo lo que dijo el niño y también el experimentador, y esto con las entonaciones y las propias mímicas, por lo que es necesario el registro sonoro y fílmico, bastante caro. Pero la ventaja irreemplazable de dicho método es la de verificar de manera decisiva si los estadios se suceden en un orden constante y sobre todo irreversible, o si la existencia de recubrimientos o de retrocesos complica este bello cuadro.

Los resultados de las investigaciones Inhelder-Noelting, proseguidas desde hace cinco años y medio, fueron muy alentadoras a este respecto e instructivas acerca de una serie de nuevos puntos. En lo que concierne a los datos contenidos en la presente obra, no sólo nos confirmaron los órdenes de sucesión previstos, sino que nos permitieron resolver un problema hasta aquí mantenido en suspenso. Este problema, mínimo en apariencia, pero de cierta importancia teórica, es el del carácter sucesivo o simultáneo de los argumentos empleados por el niño para justificar las conservaciones. Estos argumentos, que se encuentran para todas las formas de conservación, son tres: 1) identidad: «es la misma pasta» o «no hemos hecho más que alargarlo» o «no hemos ni quitado ni añadido»; 2) reversibilidad simple: «se puede volver a colocar como antes», etc.; 3) compensación: «es más largo (el rulo comparado con la bola inicial) pero más delgado», etc. Si los argumentos aparecieron siempre en este orden, se podría concluir que la identidad es independiente de la reversibilidad o incluso constituye su fuente, como lo pensaba E. Meyerson, lo que entonces dejaría sin solución el problema siguiente: ¿Por qué es necesario esperar desde los ocho años (para la sustancia) a los once-doce años (para el volumen) para que esta identidad se convierta en un argumento de conservación para el niño, mientras que todos los pequeños saben perfectamente que «no hemos ni añadido ni quitado», pero sin concluir de ello ninguna consecuencia? Al contrario, si estos tres argumentos son contemporáneos, esto significaría que son solidarios, pese a su complejidad aparentemente creciente, y que la identidad descansa sobre la re-

versibilidad (la operación idéntica siendo el producto de la composición entre la operación directa y su inversa: $+ 1 - 1 = 0$). Los análisis longitudinales han demostrado de la manera más clara posible que no había sucesión regular entre estos tres tipos de argumentos, sino una solidaridad profunda, con todas las variaciones en el orden de la explicación, según las situaciones y los sujetos examinados.

VI

Tras haber recorrido estas diversas prolongaciones de los análisis operatorios inaugurados en la presente obra y en *La genèse du nombre chez l'enfant,* nos toca recordar que la operación no lo es todo en los procesos del pensamiento. El solo hecho de que existan niveles preoperatorios, muestran de manera suficiente que antes de aprehender los sistemas de las transformaciones (que es la función propia de las estructuras operatorias) el niño permanece ligado a las configuraciones. Precisamente es la primacía de la configuración lo que explica las no conservaciones iniciales: al comparar la configuración de un terrón de azúcar que acabamos de sumergir y la del líquido, que ya no presenta rastro alguno del azúcar disuelto (a no ser que se preste una atención especial a los niveles) es evidente que nada, de estos datos figurales, conduce a la idea de conservación, sino el sistema de transformaciones que conduce de la primera configuración a la segunda, es decir, justamente la estructura operatoria no dada en las configuraciones perceptivas y que se trata de construir. Es pues conveniente distinguir dos aspectos fundamentales en los conductos inteligentes y en el pensamiento: el aspecto operativo, que comprende las acciones y las operaciones, y el aspecto figurativo, que recubre la percepción, la imitación y la imagen mental.

Es natural, pues, que el estudio de los aspectos operativos del desarrollo cognoscitivo del niño apele el de los aspectos figurativos. Uno de nosotros ha publicado (*Les mécanismes perceptifs,* París 1961) las síntesis de las investigaciones proseguidas a este respecto sobre el desarrollo de las percepciones y sus relaciones con el de la inteligencia. Pero debíamos abordar los grandes problemas de la evolución de las imágenes mentales y de la representación imaginada y el de las relaciones entre las

imágenes y las operaciones. De eso nos ocupamos desde hace algunos años con la ayuda de un hermoso equipo de asistentes.[13]

Estas investigaciones son también en cierto sentido, una prolongación, aunque indirectamente, de las que están expuestas en la presente obra. Para juzgar las conexiones entre la imagen y la operación, el mejor método consiste en tomar una u otra prueba operatoria conocida y, en lugar de proceder inmediatamente a todas las modificaciones materiales del objeto para hacer razonar al niño sobre lo que percibe, hacerle, al contrario, anticipar al principio la representación imaginada de lo que serán estas modificaciones y las consecuencias que implicarán, antes de seguir el curso habitual del interrogatorio en presencia de las modificaciones percibidas. Esta técnica nos permitió, entre otras cosas, comprobar que en el caso del trasvase de líquidos de un vaso A a un vaso B más delgado (*La genèse du nombre,* capítulo I), el niño espera, al principio, que todo se conserve, la cantidad de líquido y su nivel: luego, al comprobar que el nivel en B es más elevado que en A, adopta, al contrario, una actitud de no conservación general.

Pero en el caso de las bolitas de arcilla (capítulos I-III de la presente obra), cuya forma cambia intrínsecamente (mientras que el agua no tiene forma y sólo se modifica la del recipiente) la situación es diferente: El niño de los estadios inferiores, por ejemplo, cuando se da forma alargada a la bola, prevé la no conservación de la materia, pero con frecuencia imagina la salchicha resultante de esta acción con el mismo espesor que la bola inicial y ¡únicamente admite la modificación de la longitud! Ahora bien, como los razonamientos iniciales observados en presencia de la modificación real, empiezan precisamente sin tener en cuenta más que una de las dimensiones en cuestión, vemos que el estudio de las representaciones imaginadas proporciona un útil complemento e incluso una regulación frecuentemente útil para el análisis operatorio.

VII

Si intentamos ahora, como conclusión, descubrir la significación general de las investigaciones contenidas en esta obra, en primer lugar pode-

13. Véanse los resultados preliminares en el capítulo de *Images mentales* que escribimos para el *Traité de Psychologie expérimentale* de FRAISSE y PIAGET, París (P.U.F.).

mos sostener, en vista de los múltiples trabajos nacidos de estas investigaciones, que las estructuras operatorias no constituyen un cuerpo extraño en el conjunto del funcionamiento cognoscitivo, sino que parecen estar ligadas al núcleo central de este funcionamiento.

El problema fundamental es entonces el de los factores susceptibles de explicar la génesis de las estructuras.

Es natural, en primer lugar, que no se las pueda interpretar tan sólo en función de la maduración del sistema nervioso, puesto que, si el orden de sucesión de los estadios permanece constante, la edad cronológica media que caracteriza cada uno de ellos puede variar de un medio a otro en función de las influencias sociales y de la experiencia adquirida (cf. los resultados de Elkind en Boston y de Lurendeau-Pinard en Montreal a 250 millas de distancia).

La experiencia adquirida y los aprendizajes que ésta provoca, desempeñan naturalmente una función esencial y constituyen una condición necesaria del desarrollo operatorio. Pero no es suficiente, puesto que una conservación como la de la sustancia no puede apoyarse sobre ningún dato perceptivo directo.

El intercambio social también es necesario para la constitución de las operaciones, pero tampoco es suficiente puesto que las operaciones son acciones interiorizadas y no simplemente conductas verbales.

Si ninguno de estos tres factores clásicos es suficiente por sí solo, no nos queda más que invocar sus interacciones. Mas como ya venimos diciendo desde hace muchos años, esta interacción incluso supone la intervención de un cuarto factor que es el de un equilibrio entre ellos y por consecuencia de un equilibrio interno de las acciones y de su coordinación. Y puesto que una operación es una acción reversible, puesto que la reversibilidad consiste en una serie de compensaciones y que el equilibrio resulta precisamente de una compensación de las perturbaciones por una actividad del sujeto, existe incluso una conexión estrecha entre el equilibrio y la reversibilidad operatoria. La relación es tan estrecha que el gran psicólogo americano J. Bruner se preguntó en un estudio crítico muy simpático de uno de nuestros últimos libros [14] si la noción de equilibrio añadía algo a la de reversibilidad. En nuestra opinión, le añade algo tan esencial como es el constituir una dimensión causal, puesto que se puede explicar causalmente la equilibración progresiva de una estructura operatoria por una serie de probabilidades o de contro-

14. *Brit J. of Psychol.*, vol. 50 (1959), pp. 363-370.

les secuenciales de probabilidad creciente, utilizando precisamente el lenguaje de las «estrategias» tan caro a Bruner. Por ejemplo, la constitución de una noción de conservación puede ser considerada como debida a una sucesión de estrategias en las cuales cada una realiza un equilibrio superior al de la precedente y se transforma en la más probable (sin serlo desde el principio) en función de los resultados de la precedente. Uno de nosotros examinó en este sentido, en «*Logique et équilibre*» [15] la sucesión de las reacciones a la experiencia de la bolita de arcilla en términos de equilibración progresiva y de su expresión probabilista.

¿Pero la equilibración constituye un «factor» como lo son la maduración o la experiencia? R. Zazzo emite sus dudas al respecto en su respuesta [16] a la exposición hecha por uno de nosotros sobre este tema [17] en el grupo de estudios sobre el desarrollo psico-biológico del niño de la O.M.S. Hacer del equilibrio un factor independiente, dice Zazzo, es sustancializar sus leyes e hipostasiar en un factor causal las reglas de una álgebra lógica. Nosotros por el contrario, creemos que el dato concreto está constituido por el equilibrio y que las leyes lógicas no son más que un «reflejo» interior. Creemos sobre todo que Wallon y Zazzo no dicen otra cosa en su propio lenguaje. Cuando Wallon ve en el desarrollo una sucesión de «crisis» ¿de qué se trata sino de desequilibrios? Y cuando invoca para explicar el modo cómo el sujeto las supera, un proceso dialéctico que concilia los factores internos y externos, eliminando, poco a poco, las contradicciones, ¿qué es eso sino un llamamiento a la equilibración y lo que es más, a título de factor principal? Cuando nuestro amigo Nowinski haya construido su lógica dialéctica, se podrá igualmente poner a Wallon y a Zazzo en fórmulas algebraicas. Esto no quitará nada del carácter concreto de sus hermosos trabajos, de la misma forma que poner las estructuras operatorias del niño en fórmulas no contradice el carácter real y causal de los procesos de equilibración de los cuales ellas constituyen el resultado, fruto de una serie continua de regulaciones semireversibles de todo tipo que las preparan y entre las cuales la operación reversible no es más que un caso particular, pero un caso particularmente destacable.

JEAN PIAGET Y BÄRBEL INHELDER

15. Cf. *Études d'epistémologie génétique,* vol. II (1956). Cap. II.
16. *Discussions on Child Devélopment* (Ed. J. M. TANNER y B. INHELDER), Londres, Tavistock Public, vol. IV (1960), pp. 64-68 (R. ZAZZO, *Comments of Prof. Piaget's Paper*).
17. *Ibíd.,* pp. 3-27 y 77-83.

PRIMERA PARTE

GENESIS DE LAS NOCIONES DE CONSERVACION

CAPÍTULO PRIMERO

LA CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA Y LAS DEFORMACIONES DE LA BOLITA DE ARCILLA

Incluso después de adquirido lo que sin duda constituye el primer principio de conservación, es decir, la creencia en la permanencia del objeto sólido, de su forma y de sus dimensiones, tarde o temprano se nos plantean otros problemas relativos a la conservación de la sustancia misma. En efecto, el objeto de la percepción cambia únicamente de apariencia, y el trabajo del pensamiento, en la elaboración de este invariante, no consiste más que en corregir, coordinándolas, las percepciones sucesivas, o en reconstituir la representación de los objetos ausentes. Por el contrario, cuando un objeto dado en un mismo campo de percepción es sometido a transformaciones reales, como fraccionamientos o cambios de disposición de las partes, el problema que se nos presenta entonces es saber si estas transformaciones afectan al conjunto de las características del objeto, comprendido su volumen total, su peso o su cantidad de materia, o si no conciernen más que al aspecto geométrico (formas y dimensiones) respetando las constantes físicas.

Estas últimas cuestiones son naturalmente mucho más difíciles de resolver por el sujeto que la de la conservación del objeto como tal. Mientras que esta invariabilidad del objeto sólido está adquirida en el plano de la inteligencia sensorio-motriz desde el final del primer año del desarrollo, las nociones de la conservación de la sustancia, del peso y del volumen se elaboran tan sólo durante la segunda infancia, es decir, entre los siete y los doce años; la razón es, evidentemente, que supone, a la vez, una disociación de los diferentes aspectos cuantificables de la materia (peso, volumen, etc.) y una cuantificación de esas cualidades. Entre

la conservación del objeto y la de estos elementos cuantificables de la materia, se inserta una serie de otras construcciones, que ocupan todo el final de la primera infancia y cuya terminación es necesaria para que sea posible la cuantificación de las cualidades físicas. Son las nociones lógicas y aritméticas elementales, cuyo desarrollo, desde el punto de vista de la génesis del número,[1] hemos estudiado en otra ocasión. Las formas de conservación de que nos ocuparemos ahora constituyen la continuación exacta de estas construcciones y las operaciones sobre las que reposan son las mismas que las utilizadas en la elaboración del número. En efecto, la noción de la conservación de la cantidad de materia, que llamaremos «conservación de la sustancia» y que está en el punto de partida de la cuantificación de las cualidades físicas (peso, volumen, etc.) puede ser considerada al mismo tiempo como el punto de llegada de la matematización elemental que engendra el número. Vamos, pues, a emprender de nuevo el estudio de la cuantificación a partir del punto en que lo habíamos dejado a propósito de la aritmética en el niño, pero colocándonos a partir de ahora desde el punto de vista de la conquista de la realidad física por el pensamiento y no ya sólo desde el de las operaciones cuantificantes como tales.

1. LA TÉCNICA ADOPTADA Y LOS RESULTADOS GENERALES

La técnica de interrogatorio que seguiremos en el curso de esta primera parte (caps. I-III) es extremadamente simple. Se da al niño una bolita de arcilla, rogándole que confeccione otra exactamente igual «igual de grande, igual de pesada». Una vez reconocidas las dos bolitas como iguales, se deforma una de las dos —alargándola en forma de rulo o casi de hilo, aplanándola en forma de galleta, o bien incluso seccionándola en fragmentos separados—, y se pregunta si las dos bolitas tienen todavía el mismo peso, la misma cantidad de materia, el mismo volumen, etc. Naturalmente, se pide al niño que justifique cada vez, en la medida de lo posible, cada una de sus afirmaciones. Lo interesante no es sólo saber si posee o no tal o cual noción de conservación, sino cómo llega a motivarla y a elaborarla.

1. J. PIAGET y A. SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux y Niestlé, 1941.

Un interrogatorio de este tipo conduce de entrada a distinguir tres nociones diferentes de conservación, que la cronología de las fechas de aparición permite considerar como características de tres estadios. Por una parte hay naturalmente la conservación del peso; en un momento dado el niño está seguro de que un cambio de forma de la bolita no trae como consecuencia ninguna alteración del peso, mientras antes imaginaba que el peso variaba después de cada deformación. Esta noción de la permanencia del peso únicamente aparece como regular hacia los diez u once años, y no es la primera que se constituye. Como decía Kant, la afirmación de que toda materia pesa es un juicio sintético, ya que la idea de peso no está ligada analíticamente a la de la misma materia. Si el físico experimenta alguna dificultad en comprender esta distinción, el sentido común ingenuo, y en particular el niño pequeño, no ligan necesariamente las dos cosas, aunque a partir de los siete u ocho años nuestros sujetos, aun dudando todavía durante bastante tiempo de la conservación del peso de las bolitas deformadas, llegan a la idea de que la cantidad de materia permanece constante. El niño lo expresa diciendo que siempre es «la misma pasta» mientras que «no pesa lo mismo»: en otros términos, cuantifica una especie de cualidad indiferenciada que se podría llamar la sustancia, antes de llegar a cuantificar las cualidades particulares de peso o de volumen que constituyen sus atributos; o, si se prefiere, llega a la idea de cantidad global antes de poder construir cantidades diferenciadas como pesos o volúmenes. En efecto, esta cantidad de materia, que es así el objeto del primer principio de conservación que vamos a examinar, no se confunde tampoco con el volumen: es sólo hacia los once o doce años, en media, es decir, después del descubrimiento de la conservación del peso, que el niño es capaz de comprender que una bolita sumergida en un vaso de agua, desplazará el mismo volumen de agua, es decir, conservará el mismo volumen aunque se altere su forma.

La experiencia de las bolitas de arcilla permite descubrir en los niños de cuatro a doce años la aparición sucesiva de tres principios de sucesión: el de la materia como tal o sustancia, el del peso y el del volumen. De ahí la posibilidad de distinguir cuatro grandes estadios que constituirán el cuadro general de los hechos que describiremos en este volumen. En el curso del primer estadio (hasta los siete-ocho años como media) el niño no admite ni la conservación de la sustancia ni la del peso ni la del volumen; durante el segundo (de ocho a diez años de media) admite la conservación de la sustancia, pero no la del peso ni la del volumen. Du-

rante el tercer estadio (de diez a once-doce años de media) admite la de la sustancia y del peso, pero todavía no la del volumen; finalmente, a partir del cuarto estadio (a partir de once-doce años) admite simultáneamente las tres formas de conservación, con tendencia a reducir la noción de sustancia a las de peso y volumen. Notemos de entrada, además, que es útil distinguir, en cada uno de estos tres últimos estadios, dos subestadios sucesivos, el primero de los cuales se caracteriza, cada vez, por reacciones intermediarias y el segundo, por las reacciones francas del estadio considerado. De esta manera, en el curso del presente capítulo distinguiremos, en lo que concierne a la conservación de la sustancia, dos subestadios en el seno del segundo estadio (subestadios II A y II B): en el curso del primer subestadio (II A), asistiremos a un principio de cuantificación, que asegura la conservación de la sustancia en unos casos y en otros no, mientras que en el curso del segundo subestadio (II B), esta conservación se convierte en general. Destaquemos por último que estas tres etapas (el primer estadio y los dos subestadios del segundo estadio) corresponden a los tres estadios que hemos distinguido en la *Genèse du nombre*.[2]

2. EL PRIMER ESTADIO: AUSENCIA DE CONSERVACIÓN.

El primer estadio se caracteriza, pues, por la ausencia de toda transformación, tanto de la sustancia como del peso y del volumen, la de la sustancia no está ni siquiera anunciada por reacciones de conservación parciales, en las deformaciones de amplitud débil. En los interrogatorios de los que se leerá los siguientes extractos, hemos dirigido las preguntas tanto acerca del peso como de la sustancia como tal, para asegurarnos de que la primera de estas cualidades no era cuantificada antes que la segunda:

Lou (4,6) construye una bolita parecida al modelo que se le presenta: «¿Hay igual de pasta en estas dos bolitas? — *Sí* — ¿Son igual de pesadas? — *Sí* — ¿Igual de grandes? — *Sí* — (Se aplanan las dos bolitas, la primera ligeramente y la segunda más, transformándolas, así, en dos discos, uno grueso y otro delgado y más ancho.) ¿Hay todavía igual? — *No. Esta* (disco grueso) *pesa más.* — ¿Por qué? — *Porque tiene más tierra* — ¿Por qué? — *Porque es más gruesa.* — De la misma manera, cuando el primero de estos discos es

2. PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.*

reducido al estado de rulo, mientras que el segundo es convertido en bolita, Lon piensa que la primera «pesa menos» ¿Por qué? — *Porque hay menos tierra.*»

BAT (4,7) construye una bolita totalmente parecida al modelo. Se transforma una de las dos en un cilindro poco alargado y la otra en un rulo largo: «¿Es todavía igual? — *No, ésta* (la segunda) *es más grande.* — ¿Las dos bolitas redondas tenían antes la misma pasta? — *Sí* — ¿Y ahora? — *No* — ¿Hay una que tiene más pasta que la otra? *Sí, la más larga.*»

MAR (5,5) advierte que las dos bolitas que se le presentan son «*igual de grandes*» y «*lo mismo de pesadas*». Se transforma una de las dos en rulo: «¿Pesan todavía igual? — *No* — ¿Por qué? — *Ésta pesa más* — ¿Por qué? — *Es más alargada.* — ¿Tienen todavía igual de pasta? — *No* — ¿Por qué — *Hay más en ésta* — ¿Por qué? — *Porque es alargada.*»

Se transforma entonces el rulo en un largo macarrón y la bolita en un rulo corto: «Y ahora, ¿pesan igual? — *Ésta* (el rulo corto) *pesa más, porque es más gruesa.* — ¿Hay lo mismo de tierra en las dos? — *No. Hay más en ésta* (el rulo), *porque es más gruesa.*»

CHEV (6,6). Se transforma una de las bolitas iniciales en rulo y la otra en un disco grueso: «Todavía pesan igual? — *No, esto* (el disco) *es más pesado.* ¿Por qué? — *Es un poco más grueso* — ¿Había igual de pasta antes? — *Sí* — ¿Y ahora? — *No.* — ¿Dónde hay más? — *Allí* (disco). ¿Por qué? — *Porque es más grueso* — ¿Qué quiere decir "es más grueso"? — *Es más grueso porque es un poco más pesado que aquí* — ¿Pero hay todavía igual de tierra? — *No, allí* (rulo) *hay un poquito menos.*» Se reconstruyen las dos bolitas en la forma inicial y CHEV advierte que son bien iguales, después se convierten en dos discos, uno de los cuales es más grueso y el otro de mayor diámetro: «*Éste* (disco grueso) *es más grueso que el otro y hay más pasta.*»

COP (6,0). Las bolitas se transforman una en disco y otra en un cilindro corto: «¿Tienen aún, igual de pasta las dos? — *No, hay más aquí* (disco) — ¿Por qué? — *Porque es más grueso, aquí alrededor* (muestra el espesor del contorno) — Pero entonces ¿a dónde ha ido la pasta de éste (rulo) que tiene menos que antes? — ... — ¿No es lo mismo? — *No.*»

JUN (7,3). Se transforma una de las bolitas en rulo, la otra permanece igual: «¿Es todavía igual de pesado? — *No* — ¿Por qué? — *Porque ésta* (la bolita) *es más gruesa* — ¿Hay igual de tierra? — *No, hay más aquí* (la bolita). — Pero, ¿por qué hay menos allí? (rulo) — *No, hay más aquí* (la bolita) — Pero, ¿por qué hay menos allí? (rulo) — ... — ¿Había igual antes? — *Sí* — Entonces ¿a dónde ha ido a parar la tierra de ésa? (rulo) — *Porque allí* (rulo) *hay un poco que ha caído encima de la mesa.* — ¿Es verdad? — *No* — Entonces ¿hay igual de tierra? — *No* — ¿Dónde hay menos? — *Allí* — (rulo) ¿Por qué? — *Porque ha caído* — ¿Dónde ha caído? — ...»

ROG (7,3). Una de las bolitas se transforma en disco plano y la otra, en cilindro: «—*Ésta* (cilindro) *es más pesada que la otra porque es más gruesa* — Pero, por qué es más pesada — *Porque hay más pasta* — ¿En cuál hay más pasta? — *En ésta* (cilindro). — Pero antes, tú me has dicho que había igual de pasta en las dos (las dos bolitas) — *Sí, lo he dicho, pero es que, ahora hay más allí que allí* (en el cilindro que en el disco) *porque es más grueso.* —

¿Pero no decíamos antes que había igual de pasta? — *Sí* — ¿Son todavía igual de pesadas? — *No, ésta es más pesada porque hay más pasta.* — Pero, dime, había dos bolas ahora mismo. ¿Tenían igual de pasta? — *Sí* — ¿Tienen todavía la misma pasta? — *No, ésta tiene más porque es más gruesa* — ¿Pero dónde ha ido a parar la pasta? — *Es porque allí* (disco) *usted ha aplastado la pasta. Hay menos.*»

FIL (7,2). Se transforman las dos bolitas en cuencos, uno grueso, otro bastante delgado y de un diámetro mayor: «Mira lo que yo hago. ¿Pesan todavía igual? — *No. Éste* (el cuenco delgado) *es más pesado* — ¿Por qué? — *Porque tiene bordes* — (Se transforman en dos discos, uno grande y delgado, y el otro más grueso y de un diámetro menor.) ¿Y ahora? — *Éste* (grande y delgado) *es más pesado, porque está aplastado.* — ¿Por qué pesa más si se aplasta? — *Porque hay más tierra* — ¿Hay más tierra en éste (el disco grande y delgado) que en aquél? (el disco grueso) — *Sí, porque no hay mucho allí* (el segundo). — Pero antes había lo mismo. — *Sí, pero ahora hay más allí* (el grande y delgado). — (Se transforma el disco grueso en cubo.) ¿Y esto? — *Ah, ahora hay más allí* (el cubo), *porque hay mucha tierra dentro, en medio.* — Pero antes había igual. ¿Cómo es que ahora hay más? — *Se ha ensanchado.*»

PIE (7,1). «Mira estas dos bolitas. ¿Tienen igual de pasta o no? — *Sí* — Mira, (se transforma una en rulo). — *La salchicha tiene más pasta* — ¿Y si la hago rodar y hago una rueda con ella? — *Entonces creo que será igual.*» Una vez reconstruida la bolita, se transforma la otra en disco: «¿Aquí no había igual de pasta? — *En la bola hay más pasta.*»

También se puede estudiar la conservación de la materia en el caso de fraccionamiento:

CAR (6 años). Una vez reconocida la semejanza entre las dos bolitas, se fracciona una en siete trozos pequeños que se colocan en un plato de balanza, para señalar bien su unidad total (la otra bolita está situada en el otro plato): «¿Hay todavía igual de pasta? — *No, hay más pasta allí, donde hay los trocitos pequeños.* — ¿Y si se juntan todos los trozos? — *Se hace grande como la bola de plastilina, pero pesa más entonces* (que en trozos) *porque se vuelve a hacer una bola.* — ¿Por qué pesa más? — *Los trocitos pesan menos, pero hay más pasta en el plato.*

LUC (6, 5) (La misma experiencia): «*Los trocitos pesan menos* — ¿Hay igual de pasta? — *No, hay más en la bola grande.*»

Vemos que los niños de este primer estadio no parecen, de ningún modo, presentir la invariabilidad de la cantidad de materia, en las alteraciones de forma, y consideran por el contrario como naturales los aumentos y las disminuciones de sustancia resultantes de cada transformación.

Notemos en primer lugar que si bien todos los sujetos precedentes admiten de esta manera la no conservación de la sustancia, no parece

existir ninguna ley en cuanto las razones de creer en un aumento más que en una disminución: estas razones varían de un niño a otro, y, a veces, incluso en el mismo sujeto de un momento a otro del interrogatorio. En general, la bolita parece contener más materia que el rulo (Jun, etc.), pero Pie..., etc., piensan lo contrario: los primeros justifican su opinión por el hecho de que la bolita «es más gruesa» (Jun) y los segundos por el hecho de que «la salchicha es alargada» (Mar). Igualmente, Rog piensa que un cilindro corto «tiene más pasta» que un disco delgado «porque es más grueso», pero con un disco un poco menos delgado, Chev cree que éste tiene más materia «porque es más grueso». En fin, según que, desde el punto de vista perceptivo, el niño se sienta impresionado por el grosor, por la longitud, por el diámetro, etc., únicamente retiene esta relación dominante, sin coordinación con las demás, y en función de este criterio la cantidad de materia es considerada, según los casos, como aumentando o disminuyendo.

En cuanto a la justificación de la no conservación, no constituye, en absoluto, un problema para el niño, hasta tal punto es normal para él, que la cantidad de sustancia varíe cuando cambia la forma del objeto. Si se insiste acerca de tan extraña interpretación, diciendo por ejemplo «¿Pero dónde ha ido a parar esta tierra?», el sujeto inventa una justificación verbal y dice: «Ha caído sobre la mesa» (Jun) o «Se ha aplastado y hay menos» (Rog). Pero si no se insiste y dejamos al niño librarse a sus motivaciones espontáneas, explica las variaciones de la cantidad de materia por la del peso y éstas por las de la forma: de una manera general, la cantidad de sustancia aumenta con el peso, pero en algunos casos excepcionales, como en el de Car, las variaciones son consideradas como inversas.

¿Hay que admitir, entonces, que si estos niños no llegan a la noción de conservación de la materia, es por falta de concebir la constancia del peso o del volumen a través de las transformaciones consideradas? Pero es fácil determinar que la invariabilidad de la cantidad de sustancia se adquiere antes que la del peso y la del volumen. Tanto es así, que de 180 niños de cuatro a diez años que hemos examinado en Ginebra, Lausanne y Neuchâtel, 55 no tenían noción alguna de conservación, 67 admitieron la conservación de la materia sin la del peso ni la del volumen, 38 la de la materia y la del peso, pero no la del volumen y 20, la de la materia, la del peso y la del volumen. Ciertamente, en el nivel considerado aquí, es decir, con anterioridad a toda conservación de la sustancia, hay una

indiferenciación relativa entre la cantidad de materia, el peso y el volumen, y por esta razón, las justificaciones del niño entran en un círculo vicioso: un objeto es más pesado que otro porque contiene más materia, y contiene más materia porque es más pesado, etc. Por otra parte, en el estadio terminal, que es el de la conservación completa (cuarto estadio) encontraremos una implicación mutua de atributos en presencia, pero bajo una forma lógica tal que la conservación de la materia se puede fundar en las del peso y del volumen igual que a la inversa. Pero mientras tanto estos tres tipos de nociones, con las cuantificaciones e invariantes que les son propios, son muy distintas y no se puede, pues, explicar la no conservación de la materia por la del peso o la del volumen.

¿Qué es entonces, para el niño, la cantidad de sustancia y por qué razón no se conserva en el nivel considerado aquí? Se puede admitir que desde el punto de vista del sujeto, la sustancia constituye la cualidad más general. Si, pues, en el nivel de este primer estadio, el niño no llega ni siquiera a cuantificar esta cualidad global es porque es incapaz de ninguna cuantificación estable. A continuación, de lo contrario, va a cuantificarla en primer lugar, antes de proceder a la cuantificación de las cualidades especiales como son el peso y el volumen. La invariabilidad de la sustancia constituiría así la primera cualidad accesible al sujeto, y simplemente por falta de operaciones cuantificativas, el niño de este estadio no consigue elaborarla.

Encontramos así, bajo una nueva forma, y en términos físicos más que matemáticos, los resultados ya obtenidos con anterioridad en el dominio de la constancia de las cantidades.[3] Al transvasar un líquido, o una colección de cuentas de un recipiente a otro con dimensiones o de configuración diferente, hemos advertido en efecto, que el niño del presente nivel no llega tampoco a la invariabilidad de la cantidad como tal, como si el líquido y el número de cuentas aumentara o disminuyera. Solamente que como consecuencia de la intervención de factores físicos (variaciones aparentes de peso) e incluso de formas menos regulares (por oposición a las formas geométricas de los recipientes) que adquieren las bolitas mediante sus sucesivas alteraciones (y que retrasan la igualación de las diferencias), la conservación de la cantidad de sustancia parece no manifestarse, en el caso de la arcilla, más que con un desfase de algunos meses en relación a la de los líquidos y la de las cuentas. Pero es evidente que

3. Véase PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.*, caps. I y II.

la explicación de la no conservación de la materia física hay que buscarla en una dirección análoga a la que nos ha conducido el estudio de las operaciones matemáticas elementales: primacía de la percepción actual sobre las operaciones intelectuales, es decir, falta de coordinación de las relaciones y de reversibilidad operatoria. Cuando los sujetos de este primer estadio quieren justificar un aumento o una disminución de cantidad de materia, se limitan, en efecto, a evocar una de las relaciones en juego («es más largo», «más grueso», «aplastado», etc.), sin tener en cuenta lo demás, y sin comprender que las diferencias se compensan cuando se las coordina en un sistema total. Por otra parte, el niño no está seguro en las transformaciones de la bolita, de la posibilidad de un retorno al estado inicial, o, cuando lo advierte (como Pie: «entonces será igual, creo yo»), no concibe este retorno más que empíricamente y de ninguna manera todavía bajo la modalidad de una reversibilidad racional de tal manera que las operaciones directas sean anuladas por operaciones inversas.

3. EL SEGUNDO ESTADIO. PRIMER SUBESTADIO (ESTADIO II A): REACCIONES INTERMEDIAS ENTRE LA NO CONSERVACIÓN Y LA CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA

De un manera general, el segundo estadio se caracteriza por el descubrimiento de la conservación de sustancia, por oposición al peso y al volumen. El primer subestadio, cuyo estudio abordaremos ahora, ignora la conservación del peso y del volumen, pero en cuanto a la sustancia presenta reacciones intermedias entre las del estadio precedente (estadio I) y la afirmación categórica de la invariabilidad. Una diferencia notable lo distingue así del segundo subestadio (II B): mientras que los sujetos de este segundo subestadio afirman de entrada la conservación de la cantidad de sustancia y la postulan a manera de una necesidad lógica, los del primer subestadio (II A) no llegan a admitirla más que en ciertos casos, pero no en todos, y a modo de probabilidad empírica y no de certeza racional. De ahí las dudas y tanteos que caracterizan este período de transición:

EXE (6 años), cuando se transforma una de las bolitas en rulo, cree que «hay más pasta en la bola (que en el rulo)», pero cuando se divide simplemente en dos una de las bolitas dice: «Hay igual de pasta.» Finalmente, cuan-

do después de dar de nuevo a las dos bolitas una forma semejante se divide una de ellas en seis pequeñas bolas, duda: «*Hay igual de pasta... no, hay más aquí* (la bola grande) *que allí* (el conjunto de las seis pequeñas bolas colocadas en otro platillo de la balanza)... *no, hay igual de pasta porque no se ha quitado nada.*»

JAQ (7 años) cree por una parte que hay más pasta en la bolita redonda que en el rulo o disco que de ella han salido por deformación simple. Pero, por otra parte, cuando una bolita se divide en dos y se le hace comparar las dos bolitas pequeñas a la grande: «*Hay que pensar. ¡Ah!, es lo mismo, porque si se hiciera de esto* (las dos pequeñas) *una* (sola) *bola, serían las dos igual.*»

DAN (7 años), vacila también. Cuando se transforma una bolita en rulo: «*Da de todas maneras lo mismo, porque cuando cambia* (la pasta en rulo) *no se saca pasta.*» Pero a continuación cuando se divide una bolita en cinco pequeñas bolas: «¿Hay igual de pasta en todo esto junto como en la grande o no? — *No, hay menos aquí* (el platillo que contiene las cinco partes) *porque no es grande.* — ¿Se pueden volver a poner juntos para hacer otra vez una bola grande? — *Sí, entonces será lo mismo.*»

ROUG (7,6). Se transforma una bolita en rulo: «*Es lo mismo, se ha empleado la misma pasta.* — ¿Se comerá la misma cantidad en los dos? — *¡Ah, no!, aquí* (la bola) *hay más* — ¿Por qué? — *Porque es una bola.*»

CHAR (10 años, retraso escolar). Cuando se transforma una bolita en rulo y se le interroga sobre su peso, hace intervenir espontáneamente la cuestión de la conservación de la materia: «*Cuando es así de largo, esto hace que pese menos: cuando es una bola la pasta está muy apretada, mientras que cuando es una salchicha es como si estuviera más espaciado.* — Pero, ¿qué pasa cuando está más apretado? — *Hay más pasta* — Pero, de verdad (en realidad), ¿hay igual de pasta o no? — *En la salchicha hay menos.* — ¿Cómo lo sabes? — *Allí es una bola, pero allí es delgado y además es alargado.* — ¿Se podría volver a hacer una bola con la salchicha? — *Sí* — ¿Igual de grande? — *No, más pequeña, un poco más pequeña.*» Después se divide una bolita en pequeñas bolas: «¿Hay igual de pasta? — *Hay más, porque está en trozos pequeños.*» Después se transforma una de las dos bolitas iguales en galleta: «*Hay un poco más, porque está extendido, no es la misma.* — ¿Se puede volver a hacer una bola? — *Sí* — ¿Habrá que añadir pasta? — *No, será igual.*» Mas para los trozos pequeños, Char mantiene su opinión.

Como todas las reacciones intermedias, estas respuestas nos hacen observar el mecanismo del pensamiento del sujeto mejor aún que las afirmaciones estables. El problema de la conservación es el del conflicto entre la experiencia inmediata o los datos de la percepción, por una parte, y las operaciones racionales, por otra parte, operaciones que tratamos precisamente de discernir y de analizar. Mientras se sitúen únicamente desde el punto de vista de la percepción, los niños de este subestadio razonan como los del precedente: Hay más pasta en la bola porque «está apretada» (Char), o «en bola» (Roug), y menos en el rulo porque

está «esparcida» o «delgada», o «alargada», etc. (Char). Pero en cuanto el sujeto renuncia a invocar la apariencia sensible para reflexionar sobre las transformaciones como tales, es conducido a suponer o a afirmar la conservación. Las operaciones que conducen a este resultado presentan dos aspectos distintos: identidad y reversibilidad.

La identidad es la más frecuentemente indicada: «No se ha quitado nada», dice Exe, «no se saca pasta», dice Dan, y Roug: «Se ha empleado igual de pasta». ¿Por qué esta argumentación tan simple, que consiste simplemente en advertir que no se ha quitado ni añadido nada a la materia manipulada, no es invocada antes por el niño, y no asegura de entrada la noción de conservación necesaria de la materia? Sin embargo, los pequeños saben también como los niños del segundo estadio, que la pasta no ha sido aumentada ni disminuida durante las deformaciones, y cuando, como Jul, dicen que «ha caído sobre la mesa», saben muy bien que no es así y se limitan a responder de forma totalmente verbal a una sugestión demasiado precisa del experimentador. Entonces, ¿cómo la identificación no adquiere su sentido más que a partir del segundo estadio y todavía no durante el primero?

La identificación, como tal, no basta para explicar el descubrimiento de la conservación, porque no puede aplicarse a los datos de la percepción sin un juego de operaciones anteriores de la inteligencia misma. Para la percepción, en efecto, el rulo no es idéntico a la bolita: es menos recogido, más delgado, etc., y sugiere así la idea de un empobrecimiento de la materia. La identificación, pues, no puede surgir sin más de la materia perceptiva inmediata, y, para imponerse, requiere previamente una elaboración de los datos por medio de un sistema de operaciones cuya identidad no puede ser más que el resultado y de ninguna manera la fuente.

Es aquí donde interviene la reversibilidad. Jaq lo indica espontáneamente y justifica de manera muy clara su identificación recurriendo a la operación inversa de fraccionar: «Es igual, porque si se hiciera de esto (las dos bolitas pequeñas) una (sola) bola, serían (las dos bolas grandes) las dos lo mismo.» Igualmente, basta con pedir a Dan, que no cree tampoco en la conservación en el ejemplo discutido, si se puede volver atrás para que responda: «Sí, entonces es lo mismo.» La misma reacción obtenemos con Char (al final).

Pero hablar de reversibilidad es hablar de operaciones directas e inversas, es decir, del mecanismo operatorio del pensamiento. La prueba es que el simple retorno empírico al punto de partida no es suficiente

para asegurar la conservación porque no constituye, precisamente, en modo alguno una verdadera reversibilidad. Ocurre a veces, en efecto, que niños del primer estadio admiten, ya, el retorno posible al punto de partida (Pie, por ejemplo, cree que al volver a hacer una bolita con el rulo «será igual, creo yo»), pero no concluyen de ahí la conservación. ¿En qué consiste, pues, la diferencia entre estos dos tipos de reacción? Está claro que en el carácter operatorio, no del mecanismo del pensamiento. En el caso del simple retorno empírico al estado inicial, este retorno se presenta al niño solamente como posible y no como necesario («creo yo», dice Pie), porque para él, sólo se trata de una sucesión intuitiva de estados físicos caracterizados únicamente por sus cualidades perceptivas. De esta manera se carga el acento sobre el estado, pero no sobre las operaciones de transformación: por lo que, incluso si el niño admite que de un estado B se pueda volver al estado A, cuando previamente se ha procedido de A a B, este retorno no asegura en absoluto la conservación en B de las propiedades cuantitativas de A, puesto que no hay todavía reversibilidad operatoria, sino simple desarrollo intuitivo o sucesión de estados. Por el contrario, en el caso de la verdadera reversibilidad, que se inicia en el curso de este segundo estadio, el retorno al punto de partida se presenta al niño como lógicamente necesario y no ya tan sólo como empíricamente posible, porque son las mismas operaciones que definen las transformaciones las que son concebidas como reversibles. En efecto, ya se trate de deformaciones o de fraccionamientos, el niño de este subestadio empieza, pues, a comprender que cada acción que consiste en «redondear» «aplanar», «alargar», «cortar», etc., puede ser invertida por una acción de sentido contrario, la diferencia «más largo», «más delgado», «más estrecho», «más pequeño», etc., que resultan de la primera de estas acciones son así anuladas por la segunda. La verdadera reversibilidad, pues, es el descubrimiento de la operación inversa en tanto que operación, y por esta razón el mecanismo de pensamiento, que marca el paso de la intuición al acto operatorio, trae como consecuencia el comienzo de la conservación. Es lo que vamos a ver con mayor claridad en el curso del segundo estadio (II B). La única diferencia entre las reacciones intermedias que caracterizan este primer subestadio y el subestadio siguiente, es que en los sujetos que acabamos de citar la conservación y la reversibilidad operatoria no están todavía generalizados a todos los casos posibles, sino que se aplican únicamente a las deformaciones de amplitud débil. La causa de esto es que la opera-

ción, es decir, la acción convertida en reversible, se encuentra a este nivel del desarrollo disociada de la intuición, solamente en parte, es decir, de la acción y de la percepción irreversibles. De esta manera, en las transformaciones poco importantes el niño llega a dominar la apariencia perceptiva gracias a la conciencia de la operación, pero en cuanto las deformaciones sobrepasan ciertos límites, la intuición inmediata prima sobre la inteligencia operatoria y nuevamente hay duda sobre la conservación. Durante el segundo subestadio, por el contrario, el mecanismo operatorio se desprende definitivamente de la intuición perceptiva y se afirma en todos los casos la conservación de la sustancia, sin que esto entrañe por otra parte ni la invariabilidad del volumen ni siquiera la del peso.

4. EL SEGUNDO SUBESTADIO DEL SEGUNDO ESTADIO (ESTADIO II B): LA CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA

Los sujetos característicos del nivel cuyo estudio estamos ahora abordando, presentan la característica común de admitir en toda circunstancia la conservación de la sustancia, pero se niegan a reconocer la del peso.

Veamos primero algunos ejemplos de conservación completa de la sustancia en el caso de las alteraciones de forma sin fragmentación en partes:

FRA (6,6 años), con una bolita transformada en rulo: «¿Pesan igual todavía? — *No. Ésta* (la bolita) *es más pesada* — ¿Por qué? — *Porque es más gruesa.* — ¿Aquí había igual de pasta o no? — *Lo mismo.* — ¿Por qué? — *Porque antes había igual de pasta.*»

RAC (7,5 años). «¿Hay igual de pasta que antes? — *Sí, porque no se ha quitado, cuando no se quita pasta es siempre igual de grande.*»

APO (8,2). Una de las dos bolitas se transforma en disco: «*Es lo mismo. Si se volviera a hacer una bola, hay igual de pasta.*»

BER (9 años). «*Hay igual de pasta. Es siempre la misma bolita. Únicamente se ha cambiado de forma.*»

NO (9 años). «*Es igual que antes. Cuando se agranda* (el rulo) *o cuando se cambia* (de forma) *no puede cambiar* (de cantidad de materia). — ¿Por qué? — *Es más largo, pero es más delgada: es siempre lo mismo.*»

EV (9 años). «¿Hay igual de pasta? — *Seguro que sí* — ¿Por qué? — ... — ¿Pero cómo sabes tú que es seguro? — *Es seguro.*»

FOE (9,6 años). «*Primero ésa era redonda, y ahora es alargada, pero hay*

igual de pasta: usted no ha quitado. — ¿Se puede volver a hacer una bola? — *Sí, seguro, no hay más pasta, es lo mismo* (se ríe). *No hay más: incluso si está alargado, es lo mismo.*»

BUR (9,11). «¿Hay igual de pasta, hay más o hay menos? (Rulo) — *Mire usted, cuando se hace una bola no se pierde pasta. Es en realidad lo mismo. Es como si fuera todavía una bola* — ¿Y si se vuelve a hacer una bola, ¿sería más pequeña o más grande? — *Sería igual de grande, no se pierde pasta.*»

RUG (10, 6). «*Son los dos igual porque hay la misma cantidad, pero está alargada.* — ¿Por qué es la misma cantidad? (mira atentamente el rulo que todavía se alarga) — *Yo miro cuando está enrollada* (bola) *si es igual. Sí, es igual, lo he adivinado porque después se puede hacer la misma bola.*»

GIV (11 años). «*Hay siempre igual de pasta. Entonces no puede haber ni más ni menos.*»

ROS (12 años). «*Es igual, porque no se ha quitado y no se ha añadido.*»

Veamos ahora algunos ejemplos de conservación en el seccionamiento:

VA (8 años). La bola se reparte en cinco o seis bolitas: «*Es la misma cantidad, pero menos grueso* — ¿Por qué? — *Porque si se vuelven a pegar, se aplanan, es menos grueso, pero es la misma cantidad.*» Vemos pues que la conservación de la cantidad de sustancia, no implica en sí la conservación del volumen.

GAI (8 años). La bolita se divide en cinco bolitas pequeñas, después de hacer advertir el volumen ocupado por la bolita en un vaso de agua gracias al desplazamiento del nivel del líquido: «¿Ocupará esto el mismo lugar en el agua? — *Ocupará igual de lugar en el fondo, sólo que los trocitos pequeños ocupan menos sitio que la bola cuando está en un bloque.* — Y de pasta, ¿hay igual, más o menos? — *Sí, hay igual, sólo que aquí está en trocitos pequeños.* — ¿Cómo sabes tú que hay igual de pasta que antes? — *Porque si se vuelve a hacer una bola, se ve que es lo mismo.*»

BRU (9,9). Galleta y cinco bolitas: «¿Hay igual de pasta? — *Sí, seguro. Es como si fuera la misma bola, es como si estuviera entera.*»

CHE (9,2). «*Es lo mismo. Es toda la pasta de la bola, pero separada.*»

GOL (10,6). «*Es lo mismo; además hay igual en cada lado* (la bola grande o siete bolitas). — ¿Igual de qué? — *De pasta se podría hacer una bolita, se apretaría esto muy fuerte: sería lo mismo.* — ¿Cómo se puede saber? — *Porque hay la misma pasta.*»

Se ve cuán claras son todas estas reacciones: todos estos niños afirman la conservación de la sustancia como si fuera imposible concebirlo de otra forma. Mientras que los sujetos del primer subestadio (II A) dan respuestas diferentes a cada deformación de la bolita, o no descubren la conservación más que durante el interrogatorio, los de este segundo subestadio poseen de entrada una certidumbre apodíctica de la invariabilidad: «Es

seguro», dice Foe riéndose de que a nosotros se nos ocurra dudar, «mire usted», dice Bur como si nos diera una lección: «es seguro», dice también Ev, aunque no tenga ninguna prueba que ofrecernos, sino tan sólo la certeza de la que él se siente imbuido, etc.

Esto nos permite descartar una objeción que quizá nos hubiéramos podido plantear respecto al subestadio precedente. Uno se puede haber preguntado si, en lugar de ser conducidos a la conservación a través de la noción de la reversibilidad de las operaciones, nuestros sujetos no llegan a ella gracias a la simple repetición de las experiencias, que conducen a través de su sucesión misma, a un retorno continuo al punto de partida. Pero aunque esta comprobación pueda resultar sugestiva para el que está ya cerca de admitir la invariabilidad, parece evidente que no será suficiente para demostrar esta invariabilidad mientras el sujeto no llegue a la reversibilidad operatoria ni a explicar este sentimiento de necesidad *a priori* que encontramos en el presente nivel y que no se confunde de ninguna manera con la evidencia experimental. Es necesario, pues, buscar fuera de la experiencia la explicación de la certeza lógica o deductiva propia de este segundo subestadio y reemprender el intento de interpretación que habíamos iniciado en el párrafo precedente invocando la conciencia de las operaciones y el descubrimiento de su reversibilidad.

El primer punto que hay que aclarar es el sentido real de esta noción de la conservación de la materia o sustancia. El estudio del desarrollo del niño nos coloca en presencia de una situación paradójica a este respecto. Por una parte, en efecto, el descubrimiento de este primer tipo de invariabilidad se efectúa antes que la de la constancia del peso y del volumen, pero por otra parte, la conservación del peso y en último lugar, la del volumen, se construirán durante los estadios siguientes, por medio de mecanismos exactamente iguales a los que acabamos de describir (los argumentos empleados para justificar la constancia son idénticos incluso palabra por palabra). ¿Qué es, pues, para el niño, esta sustancia que se conserva anteriormente a sus atributos? Intentaremos demostrar que constituye una cualidad indiferenciada y global, que completa en el plano conceptual las del «objeto» sensoriomotor, y que la conservación de esta sustancia representa así la más simple de las cuantificaciones de cualidades, por oposición a la medida de cualidades diferenciadas y por consiguiente más complejas, como son el peso y el volumen.

Recordemos en primer lugar que el proceso de cuantificación propio a lo que hemos llamado en este capítulo la conservación de la sustancia

no se diferencia, desde el punto de vista formal, de la construcción que hemos estudiado precedentemente con el nombre de conservación de cantidades continuas.[4] Analizando cómo el niño, cuando transvasa de un recipiente a otro de forma diferente cierta cantidad de líquido o de cuentas, llega a comprender que esta cantidad se conserva, hemos podido observar tres etapas sucesivas bien distintas: la de la no conservación, durante la cual las relaciones perceptivas de longitud, anchura, etc., no están coordinadas entre sí, y la noción de cantidad total no tiene significado alguno, una etapa intermedia durante la cual el niño llega a la conservación en los casos simples, pero continúa sometido a la intuición perspectiva para las deformaciones importantes y finalmente el estadio de la conservación generalizada que aparece hacia los seis-siete años aproximadamente. Está claro, pues, que la conservación de la cantidad de materia o de sustancia estudida aquí, a través de las transformaciones de la bolita de arcilla, muestran exactamente la misma construcción, con la única diferencia de que en el caso de la arcilla se observa un ligero retraso con relación a los líquidos y a las cuentas (por las razones que ya hemos visto).

Si la conservación de la sustancia no es otra cosa que la forma más elemental de invariabilidad de cantidades continuas, el primer significado que hay que atribuir a esta noción de sustancia o de materia es el de un esquema general de cuantificación, es decir, del *cuantum* físico más simple y el más indiferenciado. «Igual de pasta», «la misma cantidad», «igual», «el mismo bloque», «el mismo trozo», incluso «el mismo número», tales son, en efecto las expresiones que utilizan nuestros sujetos para expresar esta permanencia cuantitativa global. Pero ahora se nos plantea necesariamente un problema, que no nos suscitaba el estudio de la génesis del número: se trata de saber a qué cualidades se aplica este esquema de cuantificación y en particular cuál es la significación cualitativa de esta sustancia que aparece así como cuantificada con anterioridad al peso y al volumen. El problema especial que vamos a examinar en esta obra es, en efecto, el de la cuantificación de las cualidades físicas como tales. ¿Qué es, pues, desde este punto de vista la sustancia?

Si la sustancia se cuantifica antes que sus atributos de peso y de volumen, seguramente es porque la cualidad sustancial hay que concebirla como caracterizando, para el sujeto, una especie de soporte o de fondo indiferenciado por oposición a las cualidades particulares que se irán

4. PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.*, cap. I.

cuantificando a medida que se vayan diferenciando. La noción de sustancia hay, pues, que considerarla, en segundo lugar, como una prolongación de la del objeto, pero con una diferencia esencial. El problema del objeto, tal como se plantea a la inteligencia sensoriomotriz de los dos primeros años en lo que concierne al espacio próximo, o a la reflexión del niño de dos a siete años en lo que concierne a los sólidos lejanos (montañas o cuerpos celestes) consiste, en efecto, en establecer que un sólido cualquiera permanece idéntico a sí mismo desde todos los puntos de vista, a pesar de los cambios aparentes de forma y de dimensiones debidos a las sucesivas posiciones del sujeto que lo percibe (comprendido el caso en el que el objeto sale del campo de la percepción). Para resolver este problema basta una lógica totalmente intuitiva, o incluso la inteligencia práctica, que coordina las percepciones en un grupo especial de desplazamientos efectivos en el que el objeto permanece invariante. Por el contrario, cuando el objeto permanece dentro de un mismo campo de percepción, en una misma perspectiva y a una distancia prácticamente constante, pero es sometido a deformaciones reales, como la bolita de arcilla, el problema de la conservación no es ya el de invariabilidad geométrica de la forma y de las dimensiones, sino del soporte de estas propiedades convertidas en variables. Es aquí donde se plantea el problema de la sustancia, ya iniciado cuando el objeto práctico sale del campo de la percepción, pero generalizado ahora al caso de las transformaciones materiales del objeto percibido. La cualidad sustancial no será ya tampoco tal o cual cualidad directamente visible o perceptible (longitud, anchura, peso, color, etc.), sino la cualidad propia del soporte permanente de estas características percibidas o concebidas como variables. Nosotros consideramos que la conservación de este soporte sustancial conduce necesariamente a una cuantificación o la implica incluso desde el principio. En efecto, mientras que el objeto cambia de forma y de dimensión, la permanencia de su sustancia no se puede comprender más que gracias a una neutralización de estas diferencias: la igualación, pues, de las diferencias implica una repartición de la pasta en partes homogéneas o unidades, tal como veremos a continuación, de ahí el carácter de *cuantun* que toma la noción de sustancia desde el momento en que la cualidad sustancial es de esta manera considerada como invariante. Más aún, en la medida en que las cualidades particulares del objeto deformado, como su peso y a continuación su volumen, sean ellas también cuantificadas, la sustancia, deja de ser el soporte indiferenciado que era hasta entonces, para confundirse con la

síntesis misma de estos invariantes cuantitativos y pierde así su carácter imaginario y global.

En resumen, la conservación de la sustancia marca, a la vez, el principio de la cuantificación de las cualidades y el final de la construcción del objeto. La sustancia es, pues, por una parte, una especie de regulador formal cuya significación se irá precisando a medida que este esquema cuantificativo se pueda ir aplicando a las cualidades diferenciadas o particulares, es decir, al peso y al volumen, con sus síntesis progresivas como son el atomismo y las relaciones de densidad; pero, por otra parte, mientras estas cualidades no estén cuantificadas, la sustancia seguirá siendo una cualidad indiferenciada que sirve de contenido a este *cuantum* general, el cual, sin ella, permanecería vacío.

Esta situación paradójica plantea el problema de la génesis de los principios de conservación con mayor agudeza, de forma especial porque el primer principio explícitamente establecido por el niño postula así la permanencia de un *cuantum* todavía indiferenciado y que no corresponde a ninguna cualidad sensible precisa. En tanto que esquemático y global, este primer principio no puede explicarse sin una actividad intelectual que va más allá de la simple experiencia. Ésta, es cierto, puede sugerir dicho postulado y, por el contrario, lejos de contradecirlo, contribuye a aclararlo constantemente. Pero la verdadera razón de la constitución de este principio hay que buscarla en el funcionamiento de la inteligencia en sí misma. En las respuestas del estadio II B, en efecto, la conciencia de la operación triunfa de manera definitiva en el problema de la sustancia sobre la intuición perceptiva. Ciertamente vemos a los sujetos justificar la conservación por medio de la identificación y de la reversibilidad tan a menudo como en el estadio II A. Pero la identificación misma recurre a la idea de operación: «primero la bolita era redonda, y ahora es alargada, pero hay igual de pasta: usted no ha quitado», «cuando se hace redonda (la bolita) no se pierde pasta», dice Bur, «es la misma bolita, únicamente ha cambiado de forma», dice Ber, «cuando se hace grande o cuando se cambia esto no puede cambiar», dice incluso tan expresivamente No, «es toda la pasta de la bola, pero separada» (Char). Es decir, la identidad, al referirse así a las operaciones mismas, pierde su carácter estático y recubre implícitamente la reversibilidad. Es lo que extraen explícitamente cierto número de sujetos: «es lo mismo, es como si volviéramos a hacer una bola, es lo mismo de pasta», dice Apo hablando del rulo, «es lo mismo porque después se puede hacer la misma bola»,

dice Rug, y Gay «porque si se vuelve a hacer una bola, se ve que es lo mismo», y finalmente Gol «se podría hacer una bolita, se apretaría esto muy fuerte: sería lo mismo». En resumen, en cada uno de estos casos se ve muy bien la intervención de la deducción, y de una deducción que no procede tan sólo por identificación simple, sino que, y sobre todo, por composición e inversión de las operaciones constructivas: es la idea de que algo se conserva, sin que el niño sepa todavía exactamente qué, a no ser la materia como tal, es decir, una cualidad indiferenciada y en consecuencia cuantificada antes que las demás.

Pero ¿cómo —y renovamos aquí la discusión empezada en el párrafo precedente—, esta reversibilidad de las operaciones es la expresión de una deducción lógica en lugar de resultar simplemente de la comprobación empírica de un posible retorno al estado inicial? Es porque una operación no es ni una transformación física ni una acción psicológica cualquiera, sino una acción reversible precisamente en el sentido de que engendre relaciones (clases) tales que la acción inversa engendra sus conversas (o la exclusión de estas clases). Se comprende, pues, porque un simple retorno empírico al punto de partida no es de ninguna manera suficiente para conducir a la conservación: este retorno, en efecto, no es más que posible y sin necesidad interna mientras el sujeto no toma conciencia de que las relaciones de diferencias engendradas por la acción que transforma el objeto pueden ser invertidas como tales en relaciones de sentido opuesto (sus conversas) que las anulan. Por el contrario, cuando el niño dice «hacer una bola» (Apo), «alargar» (Foe) «redondear» (Bur), «cambiar de forma» (Ber) «hacer más grande» (No), etc., para designar las alteraciones de forma y «hacer en trocitos pequeños» (Hem) o «volver a pegar» (Cla), etc., para designar el fraccionamiento o la acción inversa, las operaciones que describe son en su pensamiento verdaderas operaciones, puesto que engendran así relaciones espaciales o del todo a la parte de manera que cada diferencia pueda ser anulada por la operación inversa.

Más aún, gracias a que las relaciones perceptivas ceden así terreno a las relaciones operatorias, éstas se vuelven aptas para coordinarse entre sí, es decir, que las acciones globales de «alargar», de «aplastar», de «cortar», etc., no pueden constituirse en operaciones reversibles más que traduciéndose bajo la forma, no ya de relaciones simples y discontinuas, sino de relaciones complementarias, ya sea adicionándose las unas a las otras, ya sea multiplicándose entre sí. En efecto, la gran diferencia que separa

a los niños del primer estadio de los del segundo (el subestadio, estadio II A asegura la transición) consiste en que los primeros consideran el alargamiento del rulo (la relación «más largo») o la concentración de la bolita (la relación «más gorda» o «más gruesa») como caracterizados por cualidades absolutas y aislables, mientras que los segundos comprenden en seguida que si el rulo es más largo que la bolita, es al mismo tiempo más delgado, las dos relaciones deben ser tenidas en cuenta simultáneamente, es decir, multiplicadas la una por la otra. Lo mismo ocurre en la operación de fraccionamiento: la dispersión de la totalidad en fragmentos para los niños del primer estadio trae como consecuencia la idea de que la materia disminuye puesto que los trocitos se hacen más pequeños, en tanto los sujetos del segundo estadio suman mentalmente estas partes en una totalidad cuyos elementos son más numerosos cuanto más pequeños son, y así estas dos relaciones se compensan de nuevo.

Pero, por la misma razón que los sujetos llegan así a coordinar operatoriamente las relaciones lógicas entre sí, llegan también a una cuantificación propiamente matemática. ¿Qué es, en efecto, esta afirmación según la cual la transformación deja invariante «igual de grande», «el mismo número» o «la misma cantidad» de pasta sino la comprensión al menos implícita de que las diferencias se anulan unas a otras: «más largo» × «más delgado» = «la misma cantidad»? Es lo que dice No de manera muy explícita: «Es más largo, pero es más delgado: es siempre lo mismo». Pero esta proposición, que a primera vista parece que constituye la conclusión de una simple justificación lógica de dos relaciones (aumento de longitud por disminución de diámetro) sobrepasa en realidad las operaciones cualitativas. A partir de ahora, merece la pena insistir sobre esto, porque el problema lo volveremos a encontrar a lo largo de toda esta obra.

Observemos en primer lugar que toda lógica supone una cuantificación, pero de un primer tipo que podemos llamar según la costumbre kantiana cuantificación «intensiva» y que hace referencia solamente a las relaciones de parte y de todo. Por ejemplo, si todos los ginebrinos (A) son suizos (B), pero todos los suizos no son ginebrinos (porque hay suizos no ginebrinos, es decir, A') entonces se sabe que A $<$ que B y que A' $<$ que B, pero no se sabe nada de las relaciones cuantitativas entre A y A' (puede ser que A $\gtrless$ que A' o que A = A'). De igual forma, en una serie de relaciones asimétricas si x es diferente de y (sea $x \overset{a}{\rightarrow} y$) y si y es diferente

de z (sea $y \overset{a^2}{\rightarrow} z$) se sabe que la diferencia entre x y z (sea $x \overset{b}{\rightarrow} z$) es mayor que entre x e y ($\overset{a}{\rightarrow}$) o entre y y z ($\overset{a^2}{\rightarrow}$), pero no se sabe nada de la relación entre $\overset{a}{\rightarrow}$ y $\overset{a'}{\rightarrow}$ que puede ser $\overset{a>a'}{\rightarrow<\rightarrow}$ o $\overset{a\ \ a^2}{\rightarrow=\rightarrow}$.

En segundo lugar, diremos que hay «cuantificación extensiva» a partir del momento en que se comparan cuantitativamente las partes entre sí, sea $A>A'$ o $\overset{a\ \ a'}{\rightarrow>\rightarrow}$; etc. Por último, hablaremos de «cuantificación métrica» para designar un tercer tipo de cantidades que constituye un caso particular del segundo, y que interviene cuando las partes (o las diferencias), siendo iguales entre sí, se pueden introducir en la noción de unidad: si $A=A'$ entonces $B=2A$ y si $\overset{a\ \ a}{\rightarrow=\rightarrow}$ entonces $\overset{b\ \ 2a}{\rightarrow=\rightarrow}$.

Dicho esto, nos preguntamos en qué esquemas lógicos desembocan las operaciones por medio de las cuales el niño llega a afirmar la conservación de la sustancia de la bolita y qué tipo de cantidades intervienen en estos esquemas operatorios. Imaginemos, para esto, una masa de pasta C_1 presentada con una forma cualquiera. Si extraigo de C_1 una masa B_1' que puede estar, a su vez, seccionada en partes, queda $C_1 - B_1' = B_1$. La masa B_1 permanece en su sitio. Supongamos ahora que después de separar B_1' de uno de los extremos de B_1, añado de nuevo a B_1 la parte extraída, pero disponiendo ésta de manera diferente (a otro extremo de B_1 o cambiando la forma de B'_1). De esta manera constituyo un nuevo todo C_2, que se descompone de la siguiente manera: $C_2 = B_1 + B_2'$ donde B_1 es la parte que permanece en su sitio y B_2' la parte añadida con su nueva disposición. Así dispuesto, ¿cómo establecer la igualdad $C_1 = C_2$ a través de estos fraccionamientos y desplazamientos? Cuatro métodos y sólo cuatro son posibles: primero, el de la identificación de los elementos (clases o partes); segundo, el de la igualación de las unidades; tercero, el de la identificación de las relaciones (de diferencias) y cuarto el de la igualación de las diferencias. En efecto, en primer lugar se puede establecer la simple identidad $B'_1 = B'_2$, gracias al reconocimiento cualitativo de los elementos de que están compuestos. Si, por ejemplo, B'_1 está formada de trozos A_1, A'_1, etc., que se reconocen en B'_2 o que el sujeto puede seguir con el pensamiento a través de sus desplazamientos, tenemos entonces las igualdades lógicas (identidades) $B'_1 = B'_2$ y $B_1 = B_1$ de donde $C_1 = C_2$. Supongamos ahora que las partes A_1; A'_1, etc., sean iguales

entre sí: se pueden, entonces, contar. Si $B'_1 = nA$ e igualmente $B'_2 = nA$ se tiene de nuevo $B'_1 = B'_2$ y si $B_1 = xA$ tenemos que $C_1 = n + xA$ y $C_2 = n + xA$, luego $C_1 = C_2$. Esta operación va más allá naturalmente de la lógica cualitativa, puesto que para igualar A_1 a A'_1 =... etc., es necesario hacer abstracción de las cualidades diferenciales que hacían posible su reconocimiento en el primer método. En tercer lugar, se puede proceder también por identificación de relaciones espaciales. Supongamos que C_1 tenga una forma simple cualquiera, cuya longitud sea $\overrightarrow{C_1}$ y la altura $\downarrow b_1$; que la parte B_1 tenga la misma altura $\downarrow b_1$ y la longitud $\overrightarrow{b_1}$ y que B'_1 tenga también la altura $\downarrow b_1$, pero la longitud $\overrightarrow{b'_1}$. Si desplazamos simplemente B'_1 bajo B_1 cambiando su longitud $\overrightarrow{b'_1}$ en altura $\downarrow b'_2$ tenemos $C_1 = \downarrow b_1 \overrightarrow{b_1} + \overrightarrow{b'_1}$ y $C_2 = \overrightarrow{b_1} \downarrow b_1 + b'_2$. Es inmediatamente visible entonces que C_2 ha ganado en altura, con relación a C_1, lo mismo que ha perdido en longitud, puesto que $\overrightarrow{b'_1} = \downarrow b_2$ (identidad de las relaciones). De donde $C_1 = C_2$. Supongamos por último que C_1 tenga una forma más compleja, de tal manera que no sea posible ya identificar $\overrightarrow{b'_1}$ y $\downarrow b'_2$. Entonces será posible representar las diversas relaciones y diferencias expresando los caracteres espaciales del objeto como descomponible en unidades o en relaciones. Admitamos, por ejemplo, que C_1 sea un cilindro al cual se alargan simplemente en C_2 sus diámetros, siendo $d_1 > d_2$ y sus alturas $h_1 > h_2$. Tenemos entonces $d_1 \times h_1 = d_2 \times h_2$ que se puede traducir métricamente por simples proporciones inversas $\frac{d_1}{d_2} = \frac{h_2}{h_1}$.

Ahora es fácil advertir que los métodos primero y tercero conducen a una cuantificación simplemente intensiva porque toda parte está solamente comparada al todo o a sí misma (identidad), mientras que los métodos segundo y cuarto implican una cuantificación extensiva (por igualación o comparación de las partes). El segundo método es necesariamente métrico y el cuarto puede expresarse, a voluntad, métricamente o no.

Notemos además que, desde el punto de vista lógico, los métodos segundo y cuarto se apoyan en las mismas operaciones aplicadas en un caso a los objetos y en otro a las relaciones espaciales: Los elementos en

sí mismos (segundo método) o las dimensiones (cuarto método) se reúnen en un sistema de unidades reales o virtuales.

Por otra parte, tal como hemos intentado demostrarlo en otra ocasión, tanto desde el punto de vista logístico [5] como desde el punto de vista de la psicología del número,[6] todo sistema de unidades resulta de la fusión operatoria de un agrupamiento de clases con un agrupamiento de relaciones asimétricas. Se pueden considerar, pues, los métodos segundo y cuarto como indisociables y como resultantes ambos de una fusión de los métodos primero y tercero.

Si ahora aplicamos estas reflexiones a las reacciones de nuestros sujetos, es fácil apreciar su justo fundamento. Por una parte, los razonamientos emitidos en el caso del fraccionamiento de la bolita demuestran el empleo de los métodos primero y segundo. Cuando Bru o Cha, refiriéndose a las cinco o siete bolitas pequeñas, dicen «es como si fuera una misma bola» o «es toda la pasta de la bola, pero separada», consideran estos trozos o bien como elementos cuya identidad cualitativa se puede seguir, ya estén reunidos o separados en el curso de las transformaciones reversible, o bien como unidades cuya suma iguala a la bola total («es el mismo número de cada lado» dice incluso Gol hablando de los siete trocitos o de la bola entera). Por otra parte, cuando, en el caso de las deformaciones sin fraccionamiento, el niño procede por coordinación de relaciones y por igualación de las diferencias, se ve claramente que emplea los métodos tercero y cuarto. Cuando No y otros dicen, por ejemplo, «es más largo, pero es más delgado: hay siempre igual», entienden que las relaciones en juego se componen por identificación cualitativa (se entiende, en el seno de un agrupamiento de operaciones reversibles), o bien que para igualarlas, a pesar de sus diferencias cualitativas, hay que reducirlas a medidas comunes (es decir, a unidades) o a proporciones. En fin, es evidente que estos diversos procedimientos operatorios, que corresponden unos a la partición en elementos de materia y los otros a la coordinación de las relaciones de diferencias, son complementarios y psicológicamente solidarios, y por esta razón la conquista de la conservación por vía del agrupamiento lógico (cuantificación intensiva) y por una cuantificación propiamente extensiva aparecen a la vez, los métodos segundo y cuarto resultan en su unidad de la reunión de los métodos primero y tercero.

5. *Compte-rendu des Scéances de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève,* 1941. Vol. 58, pp. 122-126.
6. PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.*

Es lícito, pues, suponer que si la conservación de la sustancia se presenta a nuestros sujetos, en el momento en que se generaliza, como una necesidad *a priori* y no como una simple presunción empírica, es porque resulta así simultáneamente de un agrupamiento de las operaciones lógicas y de su matematización: la conservación lógica, por así decirlo, se prolonga sin esfuerzo y de forma espontánea en conservación cuantitativa. Si revisamos ahora la comparación del invariante sustancial, así construido, con el del objeto simple de la percepción, se comprende la significación concreta de estas operaciones. El objeto de la percepción es un todo inseparable que conserva su forma y sus dimensiones sean cuales fueren las variaciones aparentes. En las deformaciones reales del objeto, lo que se conserva, por el contrario, no es ya la totalidad perceptiva como tal, sino la suma de los elementos concebidos en sí mismos como objetos invariantes. En una palabra, si la sustancia, antes de su conservación, no es otra cosa que la simple cualidad indiferenciada que sirve de soporte a las demás, cuando alcanza la constancia y por esta misma razón se cuantifica, se presenta por el contrario como la cualidad común al conjunto de los pequeños objetos agrupados que constituyen el objeto total. La composición lógica y cuantitativa, que conduce de esta manera a la conservación del espacio, supone esta partición en unidades homogéneas y supone un atomismo implícito o incluso explícito, como nos demostrarán ampliamente las páginas que siguen, una vez analizadas las relaciones entre la sustancia, el peso y el volumen.

CAPÍTULO SEGUNDO

LA CONSERVACIÓN DEL PESO Y LAS DEFORMACIONES DE LA BOLITA DE ARCILLA [1]

Hemos intentado demostrar a lo largo del capítulo precedente, cómo la conservación de la materia procede simultáneamente de la reversibilidad de las operaciones de transformación de la bolita, y por consecuente de la coordinación de las relaciones engendradas por estas operaciones, y de la cuantificación intensiva y extensiva que de ellas resulta. Pero pronto se plantea un problema: ¿cómo es posible que esta coordinación reversible y cuantificante no conduzca también inmediatamente a la conservación del peso y del volumen y que sea preciso esperar a los estadios posteriores para ver cómo se constituyen estas otras invariantes?

En lo que se refiere a la conservación del peso, vamos a comprobar que la constitución de este segundo principio atraviesa las mismas etapas que el primero, pero con un desfase constante, de tal manera que en lugar de adquirirse a los siete y ocho años, no es comprendido en media hasta los diez años aproximadamente. Pero, a pesar de reproducir en grandes líneas la evolución de la noción de sustancia, este segundo desarrollo es en realidad nuevo, porque, además de las relaciones observadas hasta aquí, la conservación del peso supone la cuantificación de cualidades más complejas, en razón de sus conexiones más estrechas con la actividad del sujeto.

El peso, en efecto, es una fuerza concebida durante mucho tiempo en relación directa con los esfuerzos musculares inherentes al acto de levan-

1. Con la colaboración de M. Kiazim Osman.

tar. Para alcanzar el mecanismo de la conservación del peso y las razones del desfase que acabamos de indicar, nos será preciso estudiar, además de las reacciones a los cambios de forma de la bolita de arcilla, ciertas relaciones entre peso y movimiento.

Recordemos que los estadios que se refieren al desarrollo de la constancia del peso son: 1.° El segundo estadio (estadio II A y B): conservación de la sustancia, pero no del peso. 2.° El primer subestadio del tercer estadio (III A): conservación de la sustancia y reacciones intermedias para el peso. 3.° El segundo subestadio del tercer estadio (III B): conservación de la sustancia y del peso, pero todavía no del volumen.

1. EL SEGUNDO ESTADIO (ESTADIO II A y B): AUSENCIA DE LA CONSERVACIÓN DEL PESO

Expondremos separadamente las reacciones de no conservación del peso en el caso de las deformaciones de la bolita y las reacciones semejantes en el caso del fraccionamiento. Antes de citar ejemplos del primer grupo pertenecientes al estadio II B (conservación de la sustancia, pero no del peso) veamos primero dos sujetos del estadio II A (reacciones intermedias para sustancia y no conservación del peso) destinados a permitir la comparación:

VIS (5,6). Se presentan dos bolitas iguales: «¿Pesan lo mismo? — *Sí* — ¿La balanza continuará equilibrada? — *Sí* — (se cambia una de ellas en rulo) ¿Pesan todavía igual? — *No, la segunda* (el rulo) *pesa más* — ¿Por qué? — *Es más gorda* — ¿Por qué? — *Porque es más larga* — ¿Hay igual de pasta que en el otro? — *Sí* — (Se sigue alargando hasta convertirlo en un hilo largo) ¿Es igual de pesada? — *Ése (hilo) es más pesado porque es más grande* — ¿Igual de pasta? — *Hay más aquí porque es más largo* — Ahora haremos dos macarrones (igual longitud). ¿Pesan igual? — *Sí* — ¿Igual de pasta? — *Sí* — ¿Y ahora? (se reúnen los extremos de uno de los dos rulos transformándolo así en un anillo? — *El primero* (rulo) *es más pesado* — ¿Por qué? — Porque es más largo — ¿Hay igual de pasta que en el otro o no? — *Sí, lo mismo* — ¿Entonces pesan igual? — *No, el primero es más pesado* — ¿Por qué? — *Porque es más grande.*»

Se presentan al niño dos trozos de algodón de las mismas dimensiones: «*Es igual de pesado* — ¿Y ahora? (se ensancha uno de los dos trozos) — *No, éste* (el trozo ensanchado) *pesa más* — ¿Por qué? — *Porque es más grande* — ¿Y esto? (dos paquetes pequeños de tabaco de las mismas dimensiones) —

Pesan igual — ¿Y esto? (se extiende uno de los dos) — *Esto* (extendido) *es más pesado.*»

Bon (6 años). Dos bolitas, una de ellas transformada en rulo: ¿El peso sigue siendo el mismo o no? — *Ésa* (rulo) *pesa más, porque es más grande* — ¿Antes la cantidad de pasta era la misma? ¿Había igual de pasta? — *Sí* — ¿Y ahora? — *La redonda tiene más* — ¿Y cuál has dicho que pesaba más? — *La redonda. La otra ahora pesa menos* — ¿Por qué? — *Porque es más delgada* — ¿Y ahora? (se ha cambiado la bolita en rulo y el rulo en anillo) ¿Tienen el mismo peso? — *La primera* (rulo) *es más pesada porque es más larga* — ¿Hay igual de pasta o no? — *Las dos tienen lo mismo porque no se ha quitado tierra* — ¿Y son igual de pesadas? — *La redonda* (anillo) *es más pesada* — ¿Por qué? — *Porque es más redonda* — ¿Y si volvemos a hacer dos bolas? — *Volverían a pesar igual porque entonces las dos son lo mismo.*»

Y con los dos trozos de algodón: «¿Son igual de pesados? — *Sí* — ¿Y ahora? (se aprieta uno de los dos trozos y se separa el otro) — *El trozo apretado es menos pesado porque es más pequeño. El otro es más pesado porque es más grande* — Con el trozo apretado, ¿se puede hacer un trozo que tenga el mismo peso que antes? — *Sí* — ¿Y si yo aprieto uno de los trozos, pesa igual? — *Pesa menos.*»

Veamos ahora los casos francos del segundo estadio (II B)

Oc (6 años). **Bolita y rulo:** «¿Antes, tenían el mismo peso? — *Sí* — ¿Y ahora? — *La primera* (bola) *es más pesada* — ¿Por qué? — *La pasta es más dura* — ¿Se transforma de nuevo el rulo en bola): ¿Y ahora? — *Igual de pesados* — ¿Y ahora? (rulo alargado y anillo) — *El segundo es más pesado* — (Se desenrolla el anillo que se convierte así en un rulo de longitud igual a la del otro) ¿Y ahora? — *Los dos pesan igual* — ¿Y ahora? (se anilla el rulo) — *Allí* (rulo) *es más pesado. ¡Esto* (la parte superior del rulo) *pesa sobre esto!* (la parte inferior) (Se vuelven a hacer bolas) ¿Y ahora? — *Pesa igual* — (Se alarga una de las dos bolitas? ¿Y ahora? *La bola es más pesada* — ¿Hay la misma pasta o no? — *Es lo mismo: antes había la misma bola* — ¿Pesan lo mismo? — *La bola pesa más.*»

«Escucha, si se toma un trozo de queso y se raspa, ¿hay igual de queso, rayado o no rayado? — *Sí* — ¿Pesa igual? — *No* — ¿Si se raya esta bola, habrá igual de pasta? — *Sí, no se ha quitado pasta* — ¿Pesará lo mismo? — *No, la bola redonda es más pesada porque no está rayada.*»

Min (6 1/2 años). Una de las dos bolas se transforma en anillo: «*La primera* (la bola) *pesa más* — ¿Por qué? — *Porque se ha adelgazado la segunda* — (se transforma la bola en galleta) ¿Y ahora? — *Igual* — ¿Por qué? — *Las dos están delgadas* — ¿Y ahora? (bola y rulo) — *La primera es más pesada* — ¿Por qué? — *Es menos delgada* — ¿Hay igual de pasta? — *Sí* — Entonces, ¿por qué la segunda pesa menos? — *Porque se ha alargado.*»

Dos trozos semejantes de algodón uno de los cuales se ha apretado: «El apretado es más pesado.» Y el queso: «Cuando está rayado pesa más.»

Suz (6 1/2 años). Examina las dos bolitas: «*¡Ah sí! pesa igual* — Y si hago un macarrón con ésta, ¿pesará todavía igual? — *Veremos* (se deforma

una de las bolitas). *No, la bola es un poco pesada, pero la otra un poco más; usted la ha alargado y ésta pesa mucho* — ¿Se puede hacer otra vez una bola? — *Sí* — ¿Será más grande o más pequeña? — *No lo sé. ¡Ah! será igual porque antes era igual* — ¿Hay igual de pasta ahora? — *Sí* — ¿Pesan igual? — *No.*»

AND (7 años): «*Pesa menos porque es una salchicha* — ¿Por qué? — *Porque es más delgada.* — ¿Hay igual de pasta aquí que allí? — *Sí* — ¿Y si se hace la salchicha un poco más redonda? (se hace un poco más gruesa) — *La bola es un poco más pesada. Allí* (rulo) *es redondo, pero aquí* (bola) *es más redondo.*»

PHIL (7 años). «*El rulo es un poco menos pesado, porque es más delgado. Pesa un poco más cuando está apretado* (bolita sin deformar). — ¿Pero hay igual de pasta o no? — *Igual.*»

NOR (7 años). Se transforma una bolita en cilindro: «¿Pesan todavía igual? — *No* — ¿Por qué? — *La bolita pesa más porque es más gruesa y redonda* — ¿Tienen igual de pasta? — *Sí* — ¿Entonces por qué la segunda pesa menos? — *Porque usted la ha deshecho.*»

La misma reacción para los trozos de algodón: «*El poquito apretado es más pesado* — ¿Por qué? — *Porque es más redondo y el que está suelto pesa menos.*»

GAY (8 años). Bola y rulo: «*Cuando se hace más largo pesa más. Cuando es un bloque pesa más* — ¿Por qué? — *Es más grueso* — (Se transforma de nuevo el rulo en bola y la bola en galleta) ¿Y ahora? — *La bola pesa más. Se nota cuando se coge. Se ve que esto* (la galleta que no ha sopesado) *pesa menos cuando es plano. Pesa menos que cuando es una bola* — ¿Pero hay todavía igual de pasta o no? — *Sí, seguro.*»

ROU (9 años). «*La bolita pesa más, porque está en el borde del platillo* (llega hasta el borde del platillo de la balanza). *Pesa más.*» Y «*la bolita es más pesada que la salchicha* — ¿Por qué? — *Porque es más grueso* — ¿Hay igual de pasta o no? — *Hay igual porque usted no ha quitado nada* — Entonces ¿pesa igual? — *No, porque es menos grueso aquí* (rulo).»

ADO (10,2). La bolita roja no se cambia y la azul se convierte en rulo: «¿Pesa siempre igual? — *No, la roja es más pesada* — ¿Por qué? — *No está estirada y la azul está estirada.* — ¿Y qué pasa extendido? — *Pesa menos* — ¿Es siempre la misma cantidad de pasta? — *Sí* — ¿Y los pesos son diferentes? — *Sí.*» Se alarga la bolita roja hasta convertirla en rulo corto y se aplasta la azul convirtiéndola en galleta: «¿Hay todavía igual de pasta? — *Es lo mismo, usted no la ha cambiado* — ¿Y pesa igual? — *No, la roja pesa más. Está más apretada. La azul es menos pesada porque está más estirada* — ¿Si tú coges un pañuelo y lo doblas y lo desdoblas, pesa igual? — *No, pesa más cuando está doblado, está más apretado, pesa más* — ¿Y sobre la balanza, estas dos bolitas no pesarían igual? — *Bajaría del lado de la roja.*» Se coloca la azul formando una anilla y la roja formando un rulo, después de haber hecho comprobar que los dos rulos eran igual de largos. ¿Pesa igual? — *No, la azul es más pesada. Está más apretada. Es redonda* — ¿Y si se raya un trozo de queso, cambia de peso? — *El queso no rayado pesa más* — ¿Estás seguro de lo que dices? — *No muy seguro* — Cuando se alarga una bolita ¿estás real-

mente seguro de que el peso ha cambiado? — *¡Ah sí!* — ¿No dudas? — *No* — Pero otros niños me han dicho que el peso no cambia — *No es cierto. El peso no puede seguir siendo el mismo porque está extendido* — ¿Y sobre una balanza? — *Pesará más de este lado.*»

MEL (10 años). «*La bola pesa más* — ¿Por qué? — *Porque está en una bola mientras que allí* (rulo) *es delgado* — ¿Pero por qué pesa más cuando está en la bola? — *Porque pesa más, mientras que allí* (rulo) *falta un trozo, está fuera* (= sobrepasa el borde del platillo de la balanza, colocado sobre la mesa) ¿Y qué ocurre entonces? — *Falta un poquito de peso* — ¿Y si lo coloco de otra manera sobre el platillo? (en semicírculo, sin sobrepasar el borde) — *Sí, entonces pesa un poquito más, pero no como la bola. Cuando es así de largo, esto hace que pese menos, está más extendido, mientras que cuando está en una bola la pasta está más apretada* — ¿Y si se hace una bola con un rulo? — *Pesará menos. Quizá pese lo mismo* — ¿Por qué? — *Antes era una bola. Hemos visto que pesaba igual.*»

Se vuelven a hacer las dos bolas después de aplastar una dándole forma de galleta: «*La galleta es más pesada, porque está aplastada. Aquí la bola es redonda* — ¿Por qué pesa más cuando está aplastado? — *Está extendida, hay mucha que toca el plato* (el platillo), *mientras que allí está apretado en forma de bola* — (Rulo y galleta) ¿Y ahora? — *La galleta pesa más, porque está aplastada, mientras que allí* (rulo), *es largo y hay trocitos que salen* — ¿Y ahora? (dos galletas semejantes, colocadas una horizontalmente y la otra en vertical — *Allí* (horizontalmente) *la galleta pesa más que allí que está alto, porque ahí* (vertical) *no hay mucho que toque el plato.*»

Al final del interrogatorio, Mel pesa por propia iniciativa en la balanza la bola y la galleta. Muy sorprendido de la igualdad de peso, coloca la bola en medio del platillo, después estira la galleta más todavía y compara finalmente el rulo y la bolita: «*¡Es siempre el mismo peso!* — ¿Por qué? — *Ésta* (rulo) *está alargada, parece más pesada porque está alargada. Pero la bola pesa más porque está justo en medio. Cuando está en medio, pesa más que cuando no está en medio.*» ¡Ni siquiera la balanza basta, pues, para convencer a Mel de la constancia del peso!

GRA (10 1/2). Afirma igualmente que la bola pesa más que la otra con la que se ha hecho un rulo. Sopesa a continuación la bolita y el rulo, pero la experiencia no le desengaña tampoco: «*Cuando está alargado, es menos pesado porque está más separado. Yo he notado que ésta* (la bola) *pesa más.*»

MUL (10 años). «*La bola pesa menos, porque ocupa menos sitio en la balanza. El rulo pesa más, porque es largo, está más alargado.*»

Parece, pues, que no hay ninguna duda posible sobre la creencia en las variaciones del peso. Excepto Vis y Bon, que pertenecen al nivel II A, todos estos niños admiten como evidente la conservación de la sustancia. ¿Por qué, pues, esta conservación no conduce directamente a la del peso o, dicho de otro modo, por qué las operaciones que, gracias a su coordinación reversible, han conducido al niño a considerar la sustancia como

un invariante necesario, no se aplican *ipso facto* al peso? Seguramente es porque la cuantificación de las cualidades inherentes a las relaciones de peso presentan dificultades distintas de la cuantificación de esta cualidad sustancial, cuya naturaleza indiferenciada hemos intentado demostrar. El curioso desfase que observamos ahora entre la construcción del invariante de peso y de la conservación de la sustancia plantea pues en toda su generalidad el problema de la cuantificación de las cualidades físicas.

Para comprender estas nuevas dificultades que plantea la cuantificación del peso, conviene analizar una a una las razones que da el niño de este estadio de la no conservación de esta cualidad. Además de las razones ya invocadas en el estadio I, en favor de la no conservación de la sustancia, se encuentra a este respecto una serie de motivos particulares ligados a lo que podríamos llamar el egocentrismo inicial de la noción del peso.

En primer lugar, para la mayoría de los sujetos, al tomar la bolita la forma de un rulo, pierde peso porque el rulo es más «alargado» (Min, Gra, etc.) «más largo» (Gai, Mel, etc.) o «más delgado» (Bon, Min, An, Fil, Mel, etc.), mientras que la bolita es «redonda» (Bon, An, Mel), «una bola» (Gay), «más apretada» (Fil, Mor, Ado, Mel) o «más gruesa» (Mor, Roug) o «en bloque» (Gai). De nuevo se encuentran aquí las razones invocadas por los niños del estadio I (e incluso II A) para justificar la no conservación de la sustancia, ¡mientras que estos sujetos del estadio II B no son ya sensibles a estas razones en lo que concierne a la sustancia! ¿Cómo es, pues, que estos argumentos —y su identidad conducen hasta el empleo exacto de las mismas palabras—, pueden conducir a un mismo niño a negar la conservación del peso mientras que ya no tienen poder alguno contra la creencia en un invariante sustancial?

La razón de esto sólo se esclarece si recordamos las condiciones de la cuantificación de las relaciones, es decir, «esta igualación de las diferencias» de la que hemos hablado en otra ocasión al referirnos al desarrollo del número [2] y que hemos vuelto a encontrar al analizar la génesis del invariante sustancial (capítulos I, 4). Tomemos un trozo de arcilla de altura $\overrightarrow{b}$ y de longitud $\overrightarrow{a}$, estos dos símbolos representan simplemente las relaciones cualitativas que diferencian estas dimensiones de cero. Supongamos ahora que estiramos este trozo imprimiéndole una

2. PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.*, cap. I y XII.

forma más larga y menos alta: tendremos entonces $a \rightarrow + a^2 \rightarrow = b \rightarrow$ y $\uparrow b \rightarrow - \downarrow a' \rightarrow = \uparrow a \rightarrow$. Si omitimos por hipótesis la tercera dimensión (igual a la altura) para simplificar el simbolismo, podemos decir que el niño postulará la invariabilidad de la sustancia a partir del momento en que llegue a comprender que estas dos diferencias $+ a' \rightarrow$ y $\downarrow a' \rightarrow$ se compensan o se anulan mutuamente o sea:

$$\uparrow b \rightarrow a \rightarrow = \uparrow a \rightarrow b \rightarrow \text{ porque } \downarrow a' \rightarrow = a^2 \rightarrow$$

En términos concretos, es lo que el sujeto expresa diciendo que el trozo transformado en rulo pierde en altura lo que gana en longitud, y la cantidad de materia permanece así constante. Como hemos visto ya en el capítulo primero, hay aquí una cuantificación de tipo matemático, incluso si no interviene ninguna cifra, desde el momento en que la igualación de dos relaciones distintas no se reduce a una simple permutación de la altura y de la longitud: esta igualación de las diferencias resulta entonces lo mismo que concebir la totalidad $\uparrow b \rightarrow a \rightarrow$ como pudiéndose expresar en forma de un sistema constante de proporciones (directas o inversas) o incluso repartirse en unidades espaciales cuyo producto sigue siendo igual sea cual fuere su disposición. Si la cuantificación extensiva de las relaciones se reduce a este esquema tan simple, el problema de la cuantificación del peso se plantea, pues, en estos términos: ¿Por qué la igualación de las diferencias es más fácil de efectuar por medio de la sustancia que por medio de las relaciones de peso?

A esta pregunta, sujetos como Gay, Mel, Gra, etc., cuyos razonamientos acabamos de transcribir, responden casi implícitamente. Si cada uno de ellos comprende que la bolita cambiada en rulo conserva la misma cantidad de sustancia, es porque es fácil admitir que un desplazamiento de materia no altera su naturaleza: las partes de la bolita que se extraen de la altura (es decir $- \downarrow a'$) se encuentran exactamente iguales en su longitud (es decir a') y basta así concebir que las diferencias que existen entre el rulo $\rightarrow$ y la bolita se compensan para darse cuenta de que la cantidad de sustancia permanece constante (la sustancia no es otra cosa que la cualidad indiferenciada que sirve de contenido a esta cuantificación formal elemental). Por el contrario, el problema que se plantea el niño en el caso del peso es saber si una parte de la arcilla sacada de la parte superior de la bolita pesará igual, más o menos después de desplazarla al ex-

tremo del rulo. Ocurre precisamente que, a causa de la experiencia subjetiva, una misma cantidad de materia parece poseer un peso distinto según se reparta en la superficie de la mano, es decir, que una misma porción parece cambiar de peso según su posición. Por esta razón, Men nos da a este respecto unas explicaciones clarísimas: la bolita es más pesada porque tiene todo su peso en el mismo sitio, mientras que el rulo, al estar alargado, sus extremidades sobrepasan el borde del platillo y no pesan nada. La bolita «está en una bola» empieza diciendo, mientras que al rulo «le falta un trozo, está fuera... falta un poquito de peso». Está clarísimo, en este ejemplo, que la diferencia (↓a') que representa lo que se quita en altura, no se puede igualar desde el punto de vista del peso a la diferencia (a'), es decir, a lo que se añade en longitud, mientras que en lo que concierne a la sustancia, Mel no encuentra ninguna dificultad. Cuando a continuación se coloca todo el rulo sobre el platillo, Mel continúa razonando de la misma manera: «esto es un poco más pesado, pero no tanto como la bola; es así de largo, esto hace que pese menos, está más esparcido, mientras que cuando es una bola, la pasta está toda apretada». El sujeto Gra es todavía más claro, porque no sólo hace el mismo razonamiento de entrada, sino que mantiene su afirmación después de sopesar los dos objetos en sus manos: «Cuando es alargado pesa menos porque está más separado, yo he notado que (la bola) es más pesada.» Observemos también la clara expresión de Gay: «Cuanto más largo es, pesa menos. Cuando está en un bloque es más pesado.» En resumen, lo que impide a estos sujetos igualar las diferencias en lo que concierne al peso, es decir, lo que les impide admitir que una misma parte de la bolita conserva su peso al desplazarse, mientras que esta igualación de las diferencias les parece evidente cuando se refiere a la sustancia (la misma parte contiene siempre la misma cantidad de sustancia), es que, para las impresiones musculares subjetivas, en efecto, no es exacto que el rulo gane en longitud lo que pierde en altura. Un peso disperso parece efectivamente menos pesado sobre la mano que un peso concentrado en un solo punto, y los sujetos que acabamos de recordar se limitan a este respecto a asimilar el platillo de la balanza a su experiencia sensorial: por esta razón Mel cree que los extremos del rulo que sobrepasan el platillo ya no pesan, o que Gra encuentra efectivamente la bolita más pesada que el rulo.

Pero, cosa interesante, los sujetos que tienen una opinión contraria,

es decir, los que encuentran el rulo más pesado que la bolita porque es más «alargado» razonan exactamente de la misma manera, pero en sentido contrario. Así, Sus dice, refiriéndose al rulo: «Usted la ha alargado y esto pesa mucho» y Mul «la bolita es menos pesada porque ocupa menos sitio en la balanza. El rulo pesa más, porque es más largo, está más alargado». Estos sujetos creen que cuanto más lugar ocupe la pasta sobre la balanza, tanto más pesada es, porque una parte cualquiera pesará más si toca directamente al platillo que si está superpuesta a otras o confundida con ellas: no existe tampoco igualación posible de las diferencias, ni por consiguiente partición cuantitativa puesto que las partes no pueden convertirse en homogéneas. Pero estos niños no manifiestan tampoco ninguna dificultad en admitir que una misma parte de pasta extraída de la bolita o del extremo del rulo presentará la misma cantidad de materia: es únicamente el peso el que cambia según la posición y esto porque es evaluado en términos de impresiones sensoriales.

Estos dos tipos de apreciaciones, a la vez contrarias entre sí, pero procedentes de un mismo principio, se vuelven a encontrar en la comparación de la galleta y de la bola y su parentesco se afirma de una manera más clara todavía. Para la mayor parte de los sujetos, la galleta es más ligera que la bolita de la cual procede, porque, como dice Gay, «se nota bien cuando se coge: se ve que (la galleta) pesa menos cuando es plana. Pesa menos que cuando es una bola» y «cuando está en un bloque, es más pesada». O aun, para Ado, la bola pesa más porque está «más apretada» y la galleta «pesa menos porque está más estirada» y una materia extendida, aunque contenga igual sustancia «es menos pesada». A propósito de esto, Ado sostiene que un pañuelo «pesa más cuando está doblado, está más apretado, pesa más», lo cual corresponde perfectamente a la impresión subjetiva. De ahí esta afirmación general: «el peso no puede seguir siendo el mismo porque está extendido». Pero para otros sujetos, la galleta pesará por el contrario más porque se apoya en toda la superficie de la mano o del platillo de la balanza. Así, para Ron, «la galleta pesa más porque está en el borde del platillo», es decir, llega hasta el contorno del platillo. Es lo mismo que sugiere Mel, pero de una manera aún más explícita: «la galleta es más pesada, porque está en forma de plato... está extendido, hay mucho que toca el platillo, mientras que ahí está apretado, está en forma de bola». De ahí esta afirmación extraordinaria de que una galleta enderezada pesa menos que la misma galleta horizontal: ésta «pesa más que allí que está alto, porque ahí (la

galleta vertical) toca muy poco al platillo». No se pueden explicar mejor las dificultades de la cuantificación del peso que como lo hace Mel, negándose a igualar las diferencias de altura y de anchura incluso cuando se desplaza simplemente un objeto de forma constante. Si a la altura de la galleta horizontal la llamamos $\uparrow a$ y $\overrightarrow{b}$ a su anchura (el diámetro), Mel se opone a igualar ($\uparrow a\ \overrightarrow{b} = \uparrow b\ \overrightarrow{a}$) porque, según él, la diferencia a' no tiene el mismo peso si esta diferencia es en altura $\uparrow a'$ u horizontalmente $\overrightarrow{a'}$. Incluso la permutación simplemente cualitativa de ambas relaciones ($\overrightarrow{\text{identidad}}$ de las diferencias) es negada por este sujeto.

En los casos de la comparación de dos rulos, uno rectilíneo y el otro cerrado en forma de anillo, se encuentran las mismas reacciones contradictorias entre sí, pero debidas al mismo principio de la evaluación puramente intuitiva del peso. Para unos como Bon, Ado, etc., el anillo pesa más porque es redondo. Ado dice por ejemplo: «la salchicha en forma de anillo es más pesada, está más apretada, es redonda». Para otros, el rulo estirado es, al contrario, más pesado porque es más largo. Esta oposición reproduce, pues, simplemente lo que hemos visto hasta ahora. Pero a propósito de esto, Oc da una respuesta que merece la pena subrayar porque pone muy en evidencia el mecanismo de estas explicaciones. Una vez admitida por Oc la igualdad de peso entre dos rulos de igual longitud y de igual diámetro, anudamos uno de ellos colocando simplemente una de sus extremidades sobre la otra: inmediatamente Oc exclama que el rulo anudado es más pesado porque dentro del nudo, ¡la extremidad superior «pesa sobre esto» (sobre el otro)! No se puede asimilar más claramente las variaciones de peso de la arcilla al dinamismo de las impresiones subjetivas, este egocentrismo de la evaluación se opone así a toda cuantificación extensiva e incluso intensiva por falta de evaluación posible de las partes entre sí, de adición lógica de las partes en un todo constante.

Vemos así la auténtica razón de las variaciones del peso en función de la forma. Para el niño, el peso es una fuerza no homogénea y proporcional a la masa, sino asimilable a una especie de impresión activa o viviente que depende, a la vez, de sus puntos de aplicación y de la forma del cuerpo que la ejerce. Así, para Oc la bolita es más pesada que el rulo, aunque contenga la misma cantidad de sustancia, porque en ella «la pasta es más dura», es decir, más concentrada y, si se quiere, más sinérgi-

ca. De igual forma, Mor imagina claramente el peso como una presión que pierde su fuerza con la dispersión: de la misma manera que Mel consideraba que la bola era más pesada porque estaba más «apretada» y el rulo más ligero porque la pasta estaba «esparcida», Mor estima que la bolita es más pesada «porque es gruesa y redonda», pero precisa que al transformarla en rulo se convierte en más ligera «porque usted la ha deshecho», como si la acción convergente de las partes fuera susceptible de disgregarse o de perder su unidad con la disminución de la concentración espacial. Esto nos conduce a las variaciones de peso de los paquetes de algodón o de tabaco. El niño considera tan pronto el algodón o el tabaco simplemente aflojados como más pesados porque el paquete se ha vuelto más grande (Vis y Bon) lo cual traduce sin más la impresión subjetiva de que los objetos son tanto más pesados cuanto más voluminosos son, tan pronto piensa —y éste es el caso más frecuente— que el trocito más pequeño es más pesado porque está más apretado «y que el deshecho pesa menos» (Mor, Min, Oc, etc.). Esta última noción coincide con la de Mor con la bolita de arcilla: el peso aumenta con la sinergia de las presiones y por consiguiente con la concentración espacial. Así mismo, el queso es en general concebido como más pesado cuando no está rayado.

En resumen, todas estas reacciones convergen entre sí: el peso no es, para el niño de este nivel, una constante física independiente de la forma del objeto porque, según las formas sucesivas, la presión ejercida por este objeto sobre el sujeto que podría sopesarlo es sentida e imaginada de modo diferente. El peso, pues, es concebido en función de las impresiones subjetivas que produce y estas impresiones se proyectan en la misma balanza como si ésta reaccionara de manera diferente según el tipo de contacto espacial que existe entre los objetos que pesan y los platillos en los que se depositan. Dicho en una palabra, el peso no es todavía una relación objetiva: Es una actividad concebida en función de la experiencia muscular y cuyas manifestaciones se considera que varían según la manera en que afectan al sujeto.

No sorprende, pues, a partir de aquí, que en este estadio no exista ni cuantificación intensiva o, *a fortiori,* extensiva de esta cualidad fluctuante ni, por consiguiente, conservación del peso. La conservación de una cualidad supone, en efecto, como se ha podido ver a lo largo del capítulo primero, la coordinación reversible de las relaciones que la expresan, así como la cuantificación de estas relaciones. Si se admite, pues, que esta cuantificación implica, al convertirse en extensiva, la constitución de partes ho-

mogéneas en el seno de la totalidad y por consiguiente la igualación de las diferencias que distinguen estas partes, es evidente que no es posible dicha operación en el campo del peso hasta que el niño no considere que una parte de la misma totalidad (del mismo invariante sustancial) cambia de peso según su posición. Es la misma identidad cualitativa de la parte que está puesta en tela de juicio.

Examinemos ahora un segundo grupo de ejemplos, en los que las transformaciones de la bolita consisten en fraccionamientos:

Oc (6 años). Una de las dos bolas se reparte en nueve bolitas: «¿Pesan igual? — *La bola pesa más* — ¿Por qué? — *Porque es más gruesa, es más pesada* — ¿Hay igual de pasta en la bola grande y en todos los trocitos juntos o no? — *Sí, igual* — ¿Entonces es igual de pesado? — *No, la bola es más pesada* — ¿Por qué? — *Porque es más gruesa.*»

Min (6 1/2). Se fracciona uno de los dos rulos iguales en siete trozos: «Si pongo esto en un lado de la balanza, y todo esto en el otro lado, ¿pesa igual? — *No, esto* (el rulo entero) *pesará más* — ¿Por qué? — *Porque no está cortado* — ¿Y si hago de nuevo las bolas, serán como antes o no? — *Sí, lo mismo.*»

Osr (7,10). Una bola y siete bolitas: «*Esto* (la bola) *pesa más, porque está entera y esto* (siete bolitas) *pesa menos porque no está entero.*»

Rol (7,11). La misma pregunta: «*Pesa menos, porque es pequeño.*»

Bud (7,6). Por el contrario, cree que cinco trocitos pesarán más que la bola «*porque hay más trocitos*».

Gay (8 años). Una de las bolas se divide en seis trozos: «*Pesa menos que la bola* — ¿Por qué? — *Cuando está en trocitos pequeños, pesa menos que cuando está en un bloque gordo. Cuando es una bola gruesa, pesa mucho.* — ¿Por qué? — *Porque se ve que los trozos pequeños son delgados* — Pero se puede volver a hacer una bola "*igual que antes*" reuniéndolos.»

Dal (9,6). «Estos trozos pesan menos *porque están separados, es más ligero, pesa menos. Cuando está apretado, pesa más* — ¿Por qué? — *Esto no pesa nada, es demasiado pequeño y además está en el borde del platillo: esto no pesa nada.*»

Ado (10,2). «*Pesa más con la roja* (cuatro trozos), *porque pesa más cuando se estira* — (Se vuelve a colocar la pasta roja junta y se divide la azul en cuatro partes) — *La roja pesa más porque la azul está más estirada* (dice pues lo contrario) — (Se divide la roja y la azul en cuatro partes, pero los cuatro trozos azules casi se tocan) — *La azul es más pesada, porque los trozos están más cerca unos de otros.*»

Mel (10 años). «*Los trozos pequeños pesan más, porque hay en todos los rincones, sobre toda la plata* (el platillo de la balanza colocado sobre la mesa) *mientras que aquí* (la bola) *está justo en medio* (de su platillo) — ¿Se puede volver a hacer una bola? — *Sí, entonces volverá a pesar lo mismo, porque está en forma de bola y entonces estará justamente en medio, mientras que los trocitos pequeños, ocupan más sitio, pesan más.*»

Got (11 años). «*La bola pesa más* — ¿Por qué? — *Porque coge mejor en*

la mano — Pero encima de una balanza, ¿pesa igual? — *No. Los trocitos pesan menos porque el peso está más extendido en la balanza* — (Se transforma la bola en galleta y se hace comparar a los trozos) — *La galleta pesa menos, porque es más larga y más delgada* — ¿Por qué pesa menos? — *Porque el peso está más extendido* — (Pirámide y trozos) ¿Y ahora? — *El cucurucho pesará un poco más, porque es más grande.*»

Las preguntas de este segundo tipo producen las mismas reacciones que las del primero. Cada uno de estos niños, en efecto, sabe muy bien que los trozos que proceden de la bola contienen en conjunto, la misma cantidad de sustancia que la bola indivisa. «Es lo mismo, sólo que está en trozos pequeños», decía Gay refiriéndose a la sustancia (capítulos I-IV) o «es toda la pasta de la bola, pero separada» (Cha). La proposición tan evidente de que la suma de las partes es igual al todo no es invocada, ni siquiera reconocida por estos mismos niños en el caso del peso. Para la mayoría de los sujetos, los trozos pesan menos, en su totalidad, que la bola sin fraccionar, y esto «porque es más gruesa» (Oc) o porque «no está cortado» (Min), mientras que los trozos, «pesan menos porque no está entero» (Osr). El sujeto God nos da una explicación particularmente clara de esta creencia: La bola grande pesa más «porque coge mejor en la mano», mientras que «los trozos pesan menos porque el peso está más extendido en la balanza» (y una galleta será incluso menos pesada porque el peso está todavía «más extendido»). Difícilmente se puede ilustrar mejor el carácter egocéntrico de esta cualidad incuantificable que es el peso para el niño de este nivel, puesto que para God la balanza está afectada de la misma forma que la mano humana. Esta misma idea la volvemos a encontrar en Dal, cuando considera que los trozos pesan menos «porque están separados, es más ligero..., es demasiado pequeño, y además está en el borde del platillo: no pesa nada», y en (Gay) cuando dice simplemente que la bola «es un bloque gordo» y los trozos «se ve que es delgado». Para otros, por el contrario, como But, las partes pesan más que el todo «porque hay más trozos». Pero aquí, de nuevo, si el todo no es igual a la suma de las partes, no es por falta de instrumentos lógicos, puesto que éstos se aplican perfectamente a la cuantificación de la sustancia: es porque el carácter egocéntrico de la cualidad «peso» se opone a la constitución de toda operación propiamente dicha, es decir, a toda coordinación reversible. Por ejemplo, según Mel, «los trocitos pesan más porque hay en todos los rincones, en toda la plata (el platillo de la balanza) mientras que, la bola, está justo en el medio». Es, pues,

exactamente el razonamiento de Got, pero invertido, porque al fundarse en impresiones subjetivas se pueden sostener las tesis contradictorias con la misma verosimilitud. Ado oscila incluso de un momento a otro, entre la idea de que «pesa más cuando se estira» y la idea contraria de que extendido es igual a ligero!

Pero ¿no podríamos sostener que cada una de estas creencias, por separado, es, aunque falsa, enteramente lógica, de tal manera que podría traducirse formalmente en un sistema de operaciones reversibles coherentes? Admitamos, por ejemplo, la proposición: «extendido es igual a pesado». Tendríamos así un «agrupamiento de relaciones» que implicaría el aumento del peso al aumentar la superficie, de tal manera que la operación inversa estaría constituida por la relación «concentrado igual a ligero». Es precisamente lo que parece afirmar Mel cuando a la pregunta ¿Podemos volver a hacer una bola?, contesta «Sí, entonces pesaría igual, porque (de nuevo) es una bola, y entonces estaría justo en medio, mientras que en trocitos pequeños, ocupa más sitio, pesa más.» Tan sólo debemos advertir (independientemente de que para Dal, Gay Got, etc., es el agrupamiento inverso el que sería necesario constituir y d que estos dos agrupamientos serían así contradictorios entre sí), que la dispersión no es el único criterio del peso según Mel: si los trozos extendidos fueran cada vez más delgados, este niño creería que el peso disminuye, puesto que el mismo Mel, unos momentos antes (véase el principio de este párrafo) decía que la bola pesa más que el rulo, porque «cuando es una bola la pasta está toda apretada» mientras que el rulo «está más disperso». Cuando Mel habla de un posible retorno al punto de partida, es evidente que se trata de un retorno empírico al punto de partida y no de una reversibilidad propiamente dicha.

Vemos así cuál es la verdadera razón de la irreversibildad lógica de las relaciones perceptivas de peso establecidas por el niño, y merece la pena insistir en esto porque este caso es muy representativo de la dificultad sistemática que el sujeto debe superar en todos los campos para poder cuantificar las cualidades físicas. Esta razón es que la relación subjetiva «extendido igual a pesado» no puede estar compuesta en una serie indefinida, puesto que, al sobrepasar cierto límite, lleva a contradicciones: la pasta es tanto más pesada cuanto más extendida esté... hasta que se convierte en más ligera porque está «esparcida» (y los niños que parten de la relación «extendido igual a ligero» se encuentran en las mismas dificultades, por ejemplo God, cuando compara la galleta a los

trozos separados). Estas contradicciones provienen del hecho de que la relación inicial que utiliza el niño encierra elementos heterogéneos, que son a la vez subjetivos y objetivos, y por consiguiente no componibles entre sí mientras no están diferenciados. Por otra parte, como toda relación física como el peso, es siempre compleja, es decir, está constituida por el producto de una multiplicación lógica de relaciones simples, el agrupamiento de estas relaciones no puede efectuarse hasta después de una disociación previa, que es precisamente imposible mientras aquéllas estén confundidas en la relación indiferenciada de partida. El progreso de la explicación consistirá, pues, en un paso del egocentrismo al agrupamiento, la disociación del yo y de los datos objetivos constituye a la vez la condición del agrupamiento, y por decirlo así, su resultado, puesto que sólo pueden considerarse como objetivas las relaciones que pueden coordinarse en sistemas operatorios susceptibles de composición indefinida irreversible. Si la variación del peso es considerada como absurda durante los estadios siguientes, no es porque sea empíricamene imposible (corresponde por el contrario a la experiencia inmediata del sujeto), sino porque las relaciones que permiten expresar el peso no podrán agruparse en una forma cuantitativa más que dejando invariante su producto.

2. SEGUNDO ESTADIO (ESTADIO II A y B). CONTINUACIÓN: LA NO CONSERVACIÓN DEL PESO Y EL MOVIMIENTO

Antes de analizar el segundo subestadio del presente estadio, puede ser interesante analizar otro aspecto de la no conservación del peso, el de la relación entre el peso y el movimiento. Si realmente las nociones primitivas de peso se presentan como ligadas a cualidades subjetivas, como son la impresión de esfuerzo muscular o de resistencia, cabe preguntarse si el peso de la bolita seguirá siendo constante para el niño, cuando ésta, sin cambiar de forma y sin fraccionamientos, esté simplemente dotada del movimiento de rotación. A este respecto, nos limitamos a presentar dos bolitas semejantes que el niño sopesa previamente, y mientras una de ellas se deja inmóvil, colocamos un hilo alrededor de la otra y preguntamos si conserva todavía el mismo peso que la otra. Mientras que los niños de los estadios siguientes consideran esta conservación como evidente, los sujetos que admiten la variación del peso en función de las de-

formaciones o fraccionamientos consideran en general que también el peso varía con el movimiento: en general consideran que aumenta, pero a menudo también que disminuye, siendo las razones proporcionadas, en ambos casos del mismo orden.

Veamos primero tres ejemplos de niños que pertenecen al estadio I, es decir, que consideran que no sólo el peso, sino incluso la cantidad de la sustancia, varía con el movimiento:

Ron (4 1/2). «¿Ves estas dos bolas? ¿Es más pesada la una que la otra? — (las sopesa) — *No, pesan lo mismo* — Mira (movimiento). ¿Pesan todavía igual? — *No. La que da vueltas pesa más* — ¿Por qué? — *Porque es más gorda* — ¿Es más gorda? — *Sí* — ¿Por qué? — *Porque da vueltas.*»

Dur (6 años). «¿Pesan igual? — *No, la que da vueltas pesa más* — ¿Por qué? — *Porque tiene más pasta* — ¿Y encima de la mesa? — *Pesan igual* — ¿Por qué? — *Tienen igual de pasta* — ¿Y si da vueltas la otra? — *La que da vueltas pesa más.*»

Sala (7 1/2). «*La que está quieta pesa más* — ¿Por qué? — *Porque tiene un poco más de tierra* — ¿Y si se cambian (se hace dar vueltas a la otra, volviendo a colocar la primera sobre la pesa) pesan igual? — *No* — ¿Por qué? — *La que está quieta tiene más tierra* — ¿Por qué la que da vueltas tiene menos tierra? — *Porque se le hace dar vueltas. Pesa menos.*»

Veamos ahora los ejemplos del estadio II, es decir, de sujetos que niegan la conservación del peso, admitiendo la de sustancia:

Rad (6 1/2). Reconoce la igualdad de peso de las dos bolitas, pero cuando se hace dar vueltas a una cree que pesa más. «¿Por qué? — *Porque esto da vueltas* — ¿Y la otra? — *Pesa menos* — ¿Por qué? — *Es más pequeña* — ¿Pero antes eran igual? — *Sí* — ¿Y ahora (movimiento) tienen igual de pasta? — *Sí* — ¿Y el mismo peso? — *No* — ¿Por qué? — *La que da vueltas es más gorda* — ¿Por qué? — *Porque pesa más* — ¿Por qué? — *Porque se mueve.*»

Let (6 1/2). «*Ésta pesa más* — ¿Por qué? — *Porque da vueltas* — ¿Por qué pesa más cuando da vueltas? — *Porque el viento nos arrastra* — ¿Qué quiere decir esto? — *Es más fuerte.*»

Kod (7 años). «*Ésta pesa más porque da vueltas* — ¿Y si la pongo encima de la mesa y hago dar vueltas a la otra? — *La otra pesa más porque da vueltas* — ¿Por qué pesa más cuando da vueltas? — *Porque da vueltas de prisa.*»

Fil (7 1/2). «*La que da vueltas pesa más* — ¿Por qué? — *Se nota por el hilo* — ¿Se nota qué? — *Que pesa más porque da vueltas.*»

Cab (7 1/2). «*La que da vueltas es la que pesa más* — ¿Por qué? — *Está hecho adrede, porque el viento trae la lluvia* — ¿Qué quieres decir? — ... — ¿Pero, estas dos bolitas pesan igual? — *No. Aquella pesa más* — ¿Por qué? — *Tiene que ser así, porque hace aire al dar vueltas.*»

Gan (8 años). «¿Pesan todavía igual? — *No* — ¿Por qué? — *Pesa menos la que da vueltas, tiene tirante* (= está aguantada).»

Estas respuestas son interesantes porque evidencian, una vez más, pero de una manera nueva, el carácter indiferenciado de la noción primitiva de peso. Tal como nos han demostrado, los sujetos citados en el párrafo 1, el peso es la cualidad de lo que aprieta en la mano o sobre cualquier parte del cuerpo cuando ejecuta las acciones de llevar y de empujar. Está claro que las dimensiones del objeto que pesa o su superficie de aplicación no son las únicas que hacen variar de intensidad esta cualidad, sino también el movimiento. El peso se confundirá así no sólo con la masa, lo cual es natural, sino aun con toda clase de fuerza; por otra parte, estos diversos componentes no podrán disociarse los unos de los otros mientras permanezcan indiferenciados de las acciones del sujeto que las percibe en función de las cualidades de su actividad propia. Así, para la mayoría de los niños que acabamos de citar, la bola pesa más al dar vueltas que cuando está inmóvil, porque «da vueltas de prisa» (Kod) y esta fuerza es asimilada al peso, igualmente «el aire que hace al dar vueltas» (Cab), puesto que «el viento nos arrastra» (Let). Dicho en otros términos, la bolita que da vueltas aumenta de peso por la fuerza misma que adquiere, la fuerza de propulsión y el peso son absolutamente idénticos. La opinión de los que creen que el peso disminuye en función del movimento, aunque contradice la precedente, deriva del mismo procedimiento de pensamiento: «Se le hace dar vueltas, pesa menos», dice Sala, o bien se aguanta con «tirante», dice Gan, luego su peso propio es disminuido por el que se le quita al sostenerlo, al igual que un nadador principiante se siente más ligero cuando se lo aguanta por la cintura. Tanto si consideran que el peso aumenta porque el sujeto evalúa la bola en movimiento en función de la presión que ejercería sobre él, como que disminuye en comparación con un cuerpo viviente que se siente sostenido, en ambos casos vemos cómo la confusión del peso, de la masa y de la fuerza, es provocada por su común asimilación a las cualidades táctilo-musculares de las acciones o de las impresiones del sujeto que hacen referencia a ellas. En los dos casos, por consiguiente, el progreso en la cuantificación objetiva del peso consistirá, como anteriormente en las deformaciones o fraccionamientos de la bolita, en construir, gracias a la composición reversible de las operaciones un sistema en el que las relaciones propias al objeto constituyan un agrupamiento cerrado que deje el peso invariante de manera que la relación propia del sujeto se ordene en función de esta realidad objetiva en lugar de abordarla con una indiferenciación caótica, como hacen en el nivel actual.

3. EL PRIMER SUBESTADIO DEL TERCER ESTADIO (ESTADIO III A): REACCIONES INTERMEDIAS ENTRE LA NO CONSERVACIÓN Y LA CONSERVACIÓN DEL PESO

Al igual que al tratar la conservación de la sustancia, nos parece útil distinguir entre el nivel de los sujetos que ignoran la conservación del peso y el de los niños que la afirman *a priori* con un sentimiento de necesidad lógica, un nivel intermedio caracterizado por la duda y la oscilación entre dos tipos de respuesta y por la obtención de las respuestas exactas, pero gracias a una reflexión todavía incierta. La especial atención que dedicamos así a los casos intermedios nos permitirá comprender mejor el mecanismo de razonamiento lógico-matemático que conduce a la noción de conservación. Veamos primero algunos ejemplos relativos a la deformación sin fraccionamiento:

CRU (7 1/2). Bolita y rulo: «*No será igual. Sí, será lo mismo porque usted ha puesto lo mismo que antes. Es el mismo peso que antes* — ¿Se puede hacer de nuevo una bola como la otra con este rulo? — *Yo creo que será un poquito más pesada. Hay un poquito más aquí* (señala el extremo que sobrepasa el borde del platillo). *Cuando pesemos la salchicha* (la bola hecha por la salchicha) *pesará más porque usted ha puesto un poquito más* — ¿Pesa más esto? (se enseña la balanza) — *No, no más porque usted no ha puesto más* — ¿Y si vuelvo a hacer una bola? — *Será igual que antes* — ¿El mismo peso? — *Yo creo que sí.*»

LIP (7,10). Galleta y bolita: «*No pesa igual porque es delgada* (galleta). *Pero es lo mismo, porque es largo y antes era una bola.*»

FLON (9 años). Bolita y rulo. «*Tienen el mismo peso, porque es siempre la misma bola. Ah no, la más grande es la redonda. Y si hay una que es más delgada, no tienen ya el mismo peso. ¡Ah sí, porque la más delgada es al menos* (al mismo tiempo) *la más larga!* — ¿Y entonces? — *Entonces es siempre la misma bolita: solamente se transforma. Pesan lo mismo.*»

BEN (9,2). «*El rulo pesa más, porque es más pesado cuando es más largo* — ¿Hay más pasta aquí que allí? — *No, hay igual de pasta* — ¿Y el peso? — *El rulo es un poco más pesado que la bola* — ¿Por qué? — *Porque es un poco más grande. Se ve la diferencia si volvemos a hacer una bola con el rulo* — ¿Cómo has visto tú la diferencia? — *He visto la diferencia. He reunido en mi cabeza* (hace el gesto de rehacer la bola) *y entonces era un poquito más grande.*»

Bolita y galleta. «*Pesa menos* (galleta) *porque es más delgado, pesa menos. No tiene tanta fuerza como cuando es más redonda o larga, para sobrepasar: No podrá arrastrar la azul* (superar la bolita azul). — ¿En qué? — *En la ba-*

lanza, esto no tiene bastante fuerza — ¿De qué depende la fuerza? — *Cuando es redonda, cuando es una bola, cuando es grande, pesa más* — ¿Con la galleta se puede hacer una bola? — *Sí, es exactamente lo mismo, porque antes lo hemos pesado* — ¿Pero y mientras? — *Sí, se ha vuelto más pesado porque es más largo* (¡piensa ahora en el diámetro!) — ¿Y ahora crees que podemos hacer una bola del mismo peso? — *Sí, cuando vuelva a ser una bola. Forzosamente. Cuando es una bola pesa más que cuando está "plano"* — (Se invierte la operación de transformación, se convierte a la galleta en bola y viceversa) ¿Dónde pesa más ahora? — *¡Ah! en ninguna parte, porque ya lo sé: como que está aquí, la bola también es grande, tiene el mismo peso.*» Ben descubre pues la conservación, gracias a estas dos inversiones simultáneas.

CHAN (9 1/2). Bola y rulo. «*Pesa más* (rulo) — ¿Por qué? — *Porque es más largo* — ¿Hay más pasta? — *No, es lo mismo* (reflexiona), *Ah, es igual de pesada que esto, porque antes pesaba igual, y ahora es la misma pasta.* — Y si vuelvo a hacer una bola, ¿queda lo mismo? — *No... sí* — ¿Y si hago una galleta? — *El peso será el mismo. No, esto* (galleta) *pesa más* — ¿Y en la balanza? — *También pesa más* — ¿Y si vuelvo a hacer una bola? — *El mismo peso* — ¿Por qué? — *Porque antes tenía el mismo peso* — ¿Y ahora? — *No.*»

GRA (10,0). «Mira esta bolita. ¿Si hago un rulo y lo peso? — *Pesará igual... no, menos... no, pesa más... no, pesa más* — ¿Qué crees tú que es verdad? — *Igual, porque hay la misma pasta, la misma cantidad, pero está alargado.*» Pero un instante después, Gra, preocupado por este «pero» exclama espontáneamente: «*Intento ver si se puede volver a hacer la bola con el rulo. Éste pesa menos y la bola pesa más. Cuando está alargada pesa menos, porque está separada* — ¿Y si se enrolla? — *Pesa igual.*» En cuanto a la galleta «*creo que pesa menos porque es fino. Pesa menos si es muy fino*».

SAZ (10 1/2). Bolita y rulo. «*Es lo mismo, el mismo peso* — ¿Por qué? — *Es largo en lugar de redondo* — ¿Y entonces? — *Oh no, hay esto que sale* (los extremos que salen fuera), *hay esto de menos. La bola pesa más* — (Se coloca el rulo en semicírculo para que no salga fuera) — *Así pesa igual* — ¿Y si lo alargo un poco? (se estira, pero dejándolo sobre el platillo) — *Es igual, está todo dentro* — (Se transforma la bolita en galleta) — *Es el mismo peso. Sólo que está plano en lugar de redondo* — Otros me han dicho que pesa menos — *Es siempre lo mismo, porque si hiciéramos una bolita con esta galleta, pesaría igual: es más delgada* (señala el espesor de la galleta), *pero más ancha, y la bolita es más pequeña aquí* (anchura) *y más gorda aquí* (altura).»

Veamos ahora algunos casos intermedios relativos al fraccionamiento:

NOS (7,6). Una de las bolitas se reparte en siete: «*Será casi igual, pero esto pesará menos así porque está en trozos pequeños* — ¿Y si se vuelve a hacer una bola? — *Será como la otra bola, porque no se ha quitado nada* — ¿Será igual de grande? (igual volumen) — *Más pequeña, porque usted ha hecho trozos. ¡Ah!, pesará menos porque son más pequeños.*» Pero si en lugar de cortar la primera en siete trozos, se procede por descomposiciones graduales, Nos

llega a la conservación: «¿Y si hago dos bolitas con esta bola? — *Sigue pesando igual* — ¿Y si hago trocitos con esta bola? (cuatro) — *Es lo mismo. Usted no quita nada. Sigue siendo el mismo peso que cuando era una bola.*» Y así sucesivamente con 6, 8 y 10 trozos.

LIP (7,10). También empieza considerando que una bola pesa más que siete trozos. «¿Y si se vuelven a juntar en una sola bola? — *Pesará igual, porque será grande.*» Pero si se procede con 2, 4, 8 trozos, y se comparan a la bola, al rulo y a la galleta, la respuesta es «*siempre pesará igual*».

DIN (8,2). Dice primero (con los siete trozos): «*Los trocitos pequeños pesan menos, porque son trocitos pequeños*» y después «*es lo mismo, porque sería lo mismo si se volviera a hacer una bola*». A continuación, rulo y nueve trozos: «*Es lo mismo, porque es como si se hiciera una bola con las dos. Entonces pesa igual.*»

CHAN (9 1/2). Duda con los trozos igual que hace un momento con las deformaciones y finalmente dice: «*Es lo mismo. Es toda la pasta de la bola, pero separada.*»

SAZ (10 1/2). Considera que los trozos pesan menos puesto que «*es el mismo peso. Está todo aquí dentro, había toda la bola*» (antes).

SAM (10 1/2). Compara mirando largamente la bola y las siete bolitas, después dice: «*Aquí hay trocitos pequeños, allí sólo hay uno, pero como antes era una bola antes pesaba lo mismo, no lo sé muy bien* — ¿Por qué? — *Parece que sea menos pesada, porque está en trocitos pequeños. Por otra parte, la balanza no se debe mover* (cambiar de peso). *Esta bola es la misma pasta que estos trocitos pequeños, el mismo grosor, el mismo peso.*»

GRA (10,0). «*¡Oh!, pesan menos los trocitos* — ¿Por qué? — *Porque están todos esparcidos..., pero si se juntara todo esto sería la misma bola, pesaría lo mismo. Pero ahora, esto pesa poco porque está todo esparcido.*» Después se decide por la conservación, y finalmente duda.

Estos casos de transición son muy interesantes por la claridad del mecanismo de pensamiento con el que cada uno de estos sujetos busca la solución del conflicto que opone, en la transformación física de la bolita, las relaciones perceptivas-egocéntricas a la coordinación racional de las relaciones.

Las evaluaciones sugestivas del peso, en un principio, se presentan exactamente en estos sujetos como en los del estadio II estudiados en el párrafo 1. Solamente resulta nuevo el lenguaje de Ben con relación a éstos (la galleta tiene menos «fuerza» que la bolita porque pesa en la balanza), pero precisamente en el párrafo 2 hemos encontrado suficientes asimilaciones del peso a la fuerza, para comprender que no es así. En cada una de estas evaluaciones del estadio III A se encuentran de nuevo, pues, igual que en el estadio II, la reducción del peso a una presión ejercida sobre el propio cuerpo.

Pero, ¿cómo llega el sujeto a superar esta asimilación egocéntrica del peso a los datos visuales y musculares y cómo consigue reemplazar esta evaluación intuitiva incoordinable por una cuantificación objetiva? Por una parte, encontraremos exactamente el mismo proceso de construcción que en la conservación de la sustancia, es decir, una composición reversible gradual de las relaciones lógicas o cualitativas, y correlativamente, una cuantificación extensiva de estas relaciones por igualación de las diferencias; pero, por otra parte, esta igualación de las diferencias choca con obstáculos específicos en el caso del peso, puesto que las mismas cantidades repartidas de modo diferente parecen no pesar lo mismo; en realidad, el problema se plantea en términos nuevos y el paso de las relaciones egocéntricas al agrupamiento de las relaciones objetivas aparecerá así, no ya como una progresión rectilínea, con relación a la construcción de la invariante sustancial, sino como una nueva descentración de las relaciones perceptivas desde el punto de vista de este centro ilusorio que es el yo, de ahí su inserción en un vasto sistema que une la conservación del peso a la de la materia.

Examinemos, en primer lugar, el agrupamiento progresivo de las relaciones cualitativas, que ya hemos descrito al hablar de la sustancia (estadio II A) y que volvemos a encontrar en el presente estadio (III A), pero aplicado esta vez al peso. En ambos casos, este agrupamiento se reconoce por la aparición de razonamientos por identificación simple, puesto que ésta constituye el resultado de aquélla, es más fácil para el niño tomar conciencia del resultado de las operaciones que de su mecanismo, pero en muchos casos, éste aparece en las respuestas del niño.

Partamos del caso de Chan, que después de considerar que el rulo pesaba más que la bolita porque era más largo, dice que «es igual de pesada porque antes pesaba igual y ahora es la misma pasta». Igualmente, con los trozos: «Es toda la pasta de la bola, pero separada». Dicho de otro modo, Chan supone la conservación (sólo por un momento), identificando el estado final al estado inicial, y apoyando por otra parte esta identidad del peso en la permanencia de la sustancia. Igualmente, Cru oscila entre la apariencia perceptiva (el rulo pesa más porque es más largo) y la identificación «usted ha puesto igual que antes» y «no ha puesto nada más». Sólo que surge inmediatamente el problema de saber por qué los niños del estadio II, que saben tan bien como éstos que no se ha quitado ni añadido pasta (y en efecto todos afirman la conservación de la sustancia), no aplican esta identificación al peso. ¿Por qué hasta

aquí el peso cambiaba con cualquier deformación mientras que ahora la identificación empieza a aplicarse al peso a pesar del cambio de forma? No podríamos llegar a explicarnos esto si la identificación constituyera un primer factor en lugar de resultar, como nosotros creemos, del agrupamiento de las operaciones. En segundo lugar, y por consiguiente, la identificación no permite de ninguna manera por sí misma efectuar la síntesis entre la identidad y el cambio. Admitamos, en efecto, que el niño estuviera seguro, *a priori,* de que algo se conserva en la transformación de la bolita en rulo (sin embargo, hemos visto que esto no era cierto en el caso de la sustancia en el estadio I). La experiencia impone por otra parte la certeza de que algo se ha alterado (estas transformaciones podrán incluso deducirse a partir del momento en que las relaciones geométricas estarán suficientemente agrupadas). Pero no sólo el proceso de identificación es insuficiente para demostrar al niño que es el peso el que se conserva y solamente la forma la que cambia (ya que él creía lo contrario durante el estadio II B), sino que además, y sobre todo, si la identificación no se concibe como el resultado de un agrupamiento, la identidad y el cambio siguen siendo irreversibles uno al otro y su unión incomprensible. De esta manera, Cru es incapaz de decidirse sobre si hay que situar el peso en uno de estos campos o en el otro: «La salchicha pesará más porque usted ha puesto un poquito más (= alargamiento), no lo mismo porque usted no ha puesto nada más.» Efectivamente, en cada transformación hay a la vez «algo de más» y «lo mismo». ¿Cómo se llega a hacer una síntesis entre esta identidad y este cambio? Toda la obra de Émile Meyerson, tan admirable por la valentía filosófica que la anima, demuestra suficientemente que la separación es irremediable si se reduce la actividad mental únicamente a la identificación y si se atribuye el cambio tan sólo a la experiencia.

¿Bastará la reversibilidad donde la identificación se muestra insuficiente? Eso depende, por una parte de su naturaleza: el simple retorno empírico al punto de partida no asegura ninguna conservación, mientras que el agrupamiento de las operaciones, es decir, su composición reversible, constituye su condición necesaria. Esto depende, pues, del contexto psicológico y de si la reversibilidad es simplemente sugerida por una pregunta del experimentador o por los hechos empíricos, o bien es espontáneamente concebida como la condición de existencia de las operaciones que transforman la bolita. Los casos intermedios de este estadio III A proyectan una nueva luz sobre todos los puntos y permiten

seguir, paso a paso, en particular, la evolución del retorno empírico, incompleto, sin coordinación de relaciones, hasta la reversibilidad operatoria, es decir, completa y que implica la coordinación de las relaciones engendradas por las operaciones en cuestión.

Partamos de nuevo del caso de Chan, quien después de dudar a propósito del rulo, niega que la galleta tenga el mismo peso que la bolita a pesar de creer que puede volver a tenerlo convirtiéndose de nuevo en bolita. Si este retorno empírico no asegura la conservación, es porque, por una parte, es incompleto (tan pronto afirma como niega la posibilidad) y, por otra parte, porque no va acompañado de ninguna alusión a la coordinación de las relaciones. El sujeto Bru se encuentra en el mismo caso, al igual que Gra. Noc manifiesta un ligero progreso en el sentido de la reversibilidad operatoria: en efecto, empieza no creyendo en la conservación (en el fraccionamiento de la bola en siete trozos), pero si se procede gradualmente (2, 4, 6, 8, 10 trozos), toma conciencia de la operación y llega a la invariabilidad.

Con Ben asistimos a un progreso más notable. Este sujeto se plantea por sí mismo el problema de la reversibilidad e intenta resolverlo por medio de una verdadera experiencia mental: «Yo he reunido en mi cabeza», dice señalando con un gesto el retorno del rulo a la forma esférica. Únicamente —y esto demuestra suficientemente que una experiencia mental no es un razonamiento lógico— su experiencia interna le lleva a dudar de la reversibilidad: «He visto la diferencia, he reunido en mi cabeza y se ha vuelto un poco más grande.» Después de esto admite un posible retorno de la galleta a la bola: «Sí, es lo mismo porque lo hemos pesado antes.» Únicamente —y aquí vemos en qué difiere el retorno empírico del agrupamiento reversible— no cree de entrada en la constancia del peso: Entre tanto, nos dice, «se ha vuelto más pesado porque es más largo». La prueba de que este retorno empírico difiere realmente en su mismo funcionamiento, y no solamente en su resultado de la reversibilidad operatoria, es que Ben descubre ésta poco después y gracias a un hecho nuevo que consiste en una doble transformación. En efecto, en lugar de transformar simplemente la galleta en bola, transformamos al mismo tiempo la otra bola en galleta, de manera que Ben no pueda comparar las dos bolas en un mismo campo de percepción. Y Ben, lejos de manifestar dificultad por esto, se muestra tan sorprendido por la doble transformación a la que asiste que, al rogarle que indique cuál es el lado más pesado, exclama: «ninguno, ¡porque yo lo sé! Como la

bola está aquí es también grande, tiene el mismo peso». Esta conversión brusca, esta súbita claridad («...¡porque yo lo sé!») muestran claramente que Ben no había comprendido todavía la reversibilidad hasta este momento. Por el contrario, a partir del momento en que asiste a estas dos operaciones inversas una respecto a la otra y simultáneas, Ben comprende el carácter operatorio de la reversibilidad y deduce sin dificultad la conservación.

¿Qué le faltaba a Ben, antes de esta iluminación final, para que el retorno empírico en el que ya creía se convirtiera en reversibilidad operatoria? Seguramente era la coordinación de las relaciones en un agrupamiento de conjunto: por ejemplo, al principio del interrogatorio, «grande» significaba, para él, tan pronto la longitud del rulo por oposición a la bolita, como el grosor de la bolita por oposición a la galleta, esta contradicción demuestra suficientemente la indeterminación de las relaciones por él utilizadas. Por el contrario, el caso de Saz nos demuestra cómo la reversibilidad verdadera va acompañada de una coordinación de las relaciones y cómo el sentimiento de necesidad que caracteriza esta reversibilidad completa resulta del mecanismo lógico de las operaciones así agrupadas por medio de la composición reversible. Saz empieza, como Ben, dudando y negando la conservación del peso: el rulo pesa menos que la bolita porque sus extremos sobrepasan los bordes del platillo, etc., pero el razonamiento que lo conduce a la conservación es de un rigor perfecto y de gran interés para el análisis de la reversibilidad: «Es siempre lo mismo, porque al hacer una bolita con esta galleta pesará igual», empieza diciendo Saz, lo cual es simplemente el enunciado de la reversibilidad. Pero no se contenta con esta afirmación que, de sí misma no se distingue de un puro retorno empírico al punto de partida: la justifica demostrando, por medio de una verdadera «composición» de relaciones, porque el peso sigue siendo el mismo: la galleta, «es más delgada, pero más ancha» y la bolita «es más pequeña y más gruesa», es decir, menos ancha, pero más alta. Acompañándose de esta multiplicación (lógica) de las relaciones concebidas como inversas (el aumento de anchura se acompaña de una disminución de la altura, y recíprocamente), la reversibilidad se convierte, pues, en operatoria o lógica y marca el principio de un verdadero agrupamiento cualitativo.

La verdadera reversibilidad va necesariamente acompañada de una coordinación de las relaciones que constituyen las diversas composiciones del agrupamiento, cuya reversibilidad asegura el carácter operatorio. Es-

tas composiciones se encuentran de una manera no menos clara en Thom y Lip. La reflexión prolongada de Thom es, a este respecto, muy instructiva. Tras suponer la conservación del peso en el caso del rulo «porque es siempre la misma bola», Thom duda al observar que la bolita es «la más gruesa». Supone entonces que «la más delgada» será más ligera. Pero en seguida vuelve a estar seguro gracias al argumento de que «la más delgada es la más larga», es decir, que las relaciones son inversas. De ahí la conclusión de que «siempre es la misma bolita, sólo se transforma; tienen el mismo peso». De igual manera, Lip asegura que la galleta pesa igual que la bolita porque, aunque sea delgada, y esto hace parecerla menos pesada, por otra parte es «ancha», lo cual compensa. De esta forma se reconcilian, gracias al agrupamiento y a las relaciones que éstas engendran, la identidad y el cambio, la primera está asegurada por la reversibilidad de toda transformación y el segundo se presenta no ya solamente como un dato empírico, sino como el resultado de la «composición» que prevé todas las combinaciones posibles.

Así, esta coordinación de las relaciones cualitativas, que desemboca en un agrupamiento exactamente igual al que hemos expuesto al hablar de la conservación de la sustancia, se prolonga en seguida en operaciones cuantificantes de orden extensivo o métrico, que, por otra parte, se presentan con condiciones nuevas en el peso, aunque su estructura formal será la misma que en el caso de la invariante sustancial. Desde el punto de vista formal, en efecto, la operación que permite a los sujetos afirmar la conservación de la cantidad del peso, es la que hemos analizado ya al final del capítulo primero con el nombre de «igualación de las diferencias» (métodos 2 y 4). Pero si bien es fácil, en el caso de la sustancia, concebir la bolita como formada de partes que son simplemente desplazadas durante la deformación, sin ser modificadas en sí mismas, el mismo esquema se aplica al peso, pero con mayor dificultad, puesto que los niños del estadio II creen todavía que una misma parte cambia de peso al desplazarse, ya que la presión que ejerce depende de su posición. El problema específico que plantea la cuantificación del peso es, pues, el de saber cómo las partes del objeto total se convierten en homogéneas, es decir, cómo se podrán constituir unas unidades por oposición a las diferencias cualitativas, mientras que la noción de unidad de sustancia está eventualmente adquirida desde el estadio II B. Expresado en otros términos, la conservación del peso supone no solamente la noción de la repartición homogénea de este peso, sino también la de la partición posible

de la pasta en partes iguales, la suma de cuyos pesos equivale al peso total. Las reacciones intermedias relativas a la experiencia del fraccionamiento nos muestran precisamente la dificultad de esta noción. Desde la reacción inicial «los trozos pesan menos porque están esparcidos» (Gra), hasta el descubrimiento final «es toda la pasta de la bola, pero separada» (Chan), asistimos a la solución de este último problema.

¿Cómo se establece esta solución? Hay tres factores correlativos que nos parece que influyen en el niño. En primer lugar, las contradicciones a las que le conducen la composición de las relaciones subjetivas: así, Gra, delante del rulo duda entre dos conclusiones: «Pesa menos... no, pesa más», y de ahí «es lo mismo». En segundo lugar, y como consecuencia, el descubrimiento del carácter subjetivo de estas relaciones: por ejemplo, Sam disocia delante de los siete trozos la impresión subjetiva («parece que pesa menos porque está en trocitos pequeños») del pensamiento objetivo en la balanza: «Por otra parte, la balanza no debe moverse», distinción que señala aquí el declive de la evaluación egocéntrica del peso. Por último, y por este mismo hecho, el tercer factor, que es decisivo: el peso desligado de la intuición perceptiva se une entonces al objeto mismo, es decir, que su cuantificación se convierte en solidaria de la conservación de la propia sustancia. Es lo que vamos a ver al analizar el próximo subestadio.

4. EL SEGUNDO SUBESTADIO DEL TERCER ESTADIO (ESTADIO III B): CONSERVACIÓN DEL PESO Y DE LA SUSTANCIA, PERO NO DEL VOLUMEN

Este segundo subestadio se caracteriza por una afirmación inmediata de la invariabilidad del peso, concebido como una necesidad lógica. He aquí unos ejemplos:

Rob (8 años). Rulo y disco: «*Pesan igual, porque es igual de grande: si se hicieran redondos serían lo mismo.*»

Jan (9,2). «*Es el mismo peso. Sólo hemos cambiado la forma. Si no tuvieran el mismo peso habríamos quitado un poco* (de pasta) *a una.*»

Fog (9,9). «*Es el mismo peso. Son las mismas bolas. Usted sólo ha alargado ésta* — ¿El peso no cambia al alargarlo? — *Primero era redonda, y ahora alargada, pero es lo mismo de pasta, usted no ha quitado* — ¿Se puede volver a hacer una bola que pese como antes? — *Seguro que sí, no hay más pasta.*»

BRU (9,10). «*Es lo mismo, pesa lo mismo: es la misma pasta que ésta puesta alargada, que tiene otra forma* — ¿Estás seguro de que pesa igual? — *Es seguro que pesa lo mismo porque es la misma bola de pasta* — ¿Y si se vuelve a hacer una bola con el rulo? — *Es siempre el mismo peso, porque antes era la misma bola.*»

BON (10,1). «*Es el mismo peso. Esto está alargado y esto está en forma de bola, pero es el mismo peso* — Hay quien dice que cambia — *Ése* (rulo) *es menos grueso y más alargado, y éste* (bola) *es más alargado y más alto. Por tanto es lo mismo.*»

SER (10 años). «*Es más grande, pero pesa igual. Sólo estaba apretado antes y se ha alargado, pero pesa lo mismo.*»

DAB (10 1/2). Rulo: «*Es lo mismo, porque cuando era una bola pesaba igual que el otro. Se ha empleado toda la tierra que estaba en la bola: el peso no cambia.*» En cuanto al algodón: «*Usted ha espaciado esta parte y ha apretado ésta, pero siempre pesa igual* — ¿Y si tomo la mitad de la parte apretada y la mitad de la parte espaciada? — *Sí, la mitad de esto es lo mismo que la mitad de esto* — ¿Y en un décimo? — *Sí, el décimo sería igual que la décima parte del otro.*»

ROU (11 años). «*Es más largo, pero eso no tiene nada que ver con el peso* — ¿Cómo es eso? — *Porque es más largo, pero más delgado, más estrecho: siempre es el mismo peso, estoy seguro.*»

GEI (11 años). «*Es la misma bola, pero está alargada.*»

MA (12 años). «*Es el mismo peso. El peso es el mismo, hay lo mismo dentro* — Pero ¿y si se cambia la forma? — *Esto no tiene nada que ver con el peso. La cantidad continúa aquí.*»

Y en los casos de fraccionamiento:

FOG (9,9). La bola se parte en ocho trozos: «¿Pesa igual? — *Sí, seguro. No hay más pasta. Incluso si se corta, es lo mismo* — Hay quien cree que pesa más — *Si los trozos son más gruesos, hay menos partes, pero cuando son pequeños hay muchísimos trozos. Es lo mismo.*»

GIV (11 años). Siete trozos: «*Es siempre la misma pasta, entonces no puede pesar menos* — Pero algunos niños me han dicho que es más pequeña y pesa menos — *Pero hay un montón de trocitos menos pesados: todo junto es lo mismo. De estos trocitos pequeños se puede hacer, juntándolos, una gran bola. Es como un pastel, cuando se hace en cuatro trozos y se pesa, se vuelven a colocar y se pesan otra vez: pesa igual.*»

OUX (12 años). «*Es el mismo peso, porque si se juntan los trocitos, se hace la misma bola que antes.*»

Y finalmente cuando se pone en movimiento una de las bolas con un hilo (véase el apartado 2).

AD (8 años). «*Es lo mismo, porque hay igual de pasta. No importa que esto dé vueltas.*»

Estamos ya en disposición de resolver el último problema dejado en suspenso al final del apartado 3 (estadio III A) a propósito de la cuantificación del peso: el de las relaciones entre la conservación del peso y la de la sustancia, y sobre todo entre la partición y la composición aditiva del peso y de la sustancia.

Es evidente que en estos sujetos se vuelven a encontrar los mismos procesos de razonamientos que en el subestadio III A, pero terminados y que desembocan, a partir de ahora, en una afirmación apodíctica de la conservación del peso. Así, Foc, Bru, Dub, etc., invocan la identificación: es el mismo peso porque no se ha quitado ni añadido. Rob al tratar de la forma de conjunto, Giv y Oux al tratar del fraccionamiento, invocan espontáneamente la reversibilidad y Ron, Bon, Ser y Fog (para el fraccionamiento) precisan la composición de las relaciones que resultan: «es largo, pero más delgado» (Ron), «es menos grueso y más alargado y éste más ancho y más alto» (Bon), etc. En fin, en Fog, Giv y Dub, encontramos ejemplos claros de cuantificación. Giv pone en evidencia el axioma de composición aditiva, según el cual el todo es igual a la suma de las partes: «Hay un montón de trocitos que pesan poco: todo junto es lo mismo.» Fog precisa que el número de las partes es inversamente proporcional a su tamaño: «Si los trozos son grandes, hay menos partes, pero cuando son pequeños hay muchos más trozos (= partes)». Y Dub, finalmente, establece la homogeneidad y la igualdad de las partes, sea cual fuere su disposición espacial: la mitad o la décima parte del trozo de algodón apretado pesan lo mismo que la mitad o la décima parte del trozo extendido.

Pero si bien estos datos confirman así plenamente el análisis que hemos esbozado de las operaciones en formación durante el estadio III A (párrafo 3) contienen también un hecho relativamente nuevo: es la implicación establecida por el sujeto entre la conservación del peso y la de la materia misma (de la sustancia). Sin duda, esta unión se anuncia ya desde el estadio III A, pero hay que resaltar que son mucho más frecuentes, a partir del momento en que la invariabilidad del peso pasa a ser una certeza lógica, las justificaciones de esta conservación que se apoyan en la constancia de la cantidad de materia. «Si no pesaran igual —dice por ejemplo Jan—, se habría quitado un poco a una», lo cual significa evidentemente que la conservación de la sustancia trae como consecuencia la del peso. Igualmente, la razón dada por Fog para explicar que el peso no cambia con el alargamiento es que «hay la misma

pasta, usted no ha quitado». «Es la misma pasta que hemos alargado», dice Bru, «se ha utilizado toda la tierra que había en la bola: el peso no cambia» (Dub) y sobre todo: «el peso es el mismo, hay lo mismo dentro... La cantidad está aquí» (Ma). Todos estos niños razonan como si la conservación de la sustancia implicara *ipso facto* la del peso: ¡Pero los sujetos del estadio II (párrafos 1 y 2) presentan precisamente el rasgo común de afirmar la conservación de la materia y negar la del peso! ¿Cómo explicar, pues, esta paradoja? En realidad, la historia de las relaciones sucesivas entre el peso y la sustancia, desde el estadio I hasta el presente estadio III proporciona la clave de toda la construcción de la invariabilidad del peso, y por eso podemos concluir este estudio con su examen.

Durante el estadio I la sustancia y el peso son solidarios, porque ni el uno ni el otro se conservan, los dos son evaluados en función de las relaciones perceptivas inmediatas impuestas al sujeto por su egocentrismo y su fenomenismo reunidos. Desde el punto de vista del egocentrismo, en efecto, el peso se reduce a la cualidad de lo que se pesa o de lo que se mueve, y la sustancia, a la cualidad de lo que puede alcanzarse o volverse a encontrar visualmente. Pero las cualidades subjetivas de lo pesado y de lo ligero varían con la forma, y si la conducta de «volver a encontrar» se generaliza desde el final del primer año en lo que concierne al objeto perceptivo total, no se aplica punto por punto todavía a las partes de este objeto, es decir, a los objetos elementales (parcelas cualitativas o unidades) cuya reunión constituye precisamente la sustancia. En cuanto al fenomenismo, consiste en que las relaciones perceptivas son consideradas en sí mismas y no como compuestas y agrupadas en sistemas racionales que van más allá de la apariencia.

Durante el estadio II, se acaba la conservación lógica y la cuantificación simultánea de la sustancia. De la misma manera que en la conquista del objeto perceptivo el nene comprende que los sólidos pueden volver a estar como antes, incluso cuando desaparecen del campo visual o cuando parece que se deforman, y la conducta de «volver a encontrar» se descentra así del yo gracias a la construcción del grupo de desplazamientos espaciales (de los desplazamientos del objeto y de los del propio cuerpo), así también, al tratarse de la sustancia, el niño descubre que las partes del objeto deformado pueden volverse a encontrar mentalmente librando así esta acción de sus ligaduras con la percepción subjetiva e insertándola a modo de operación en el agrupamiento lógico de las rela-

ciones que definen la deformación. Pero aunque el invariante sustancial se constituye, pues, gracias a una especie de descentración de la acción operante, la cual, de egocéntrica que era, en esta nueva escala pasa a ser objetiva agrupándose en un conjunto de operaciones directas o inversas; por el contrario el peso sigue ligado al egocentrismo y al fenomenismo del primer estadio. En efecto, las partes que constituyen la sustancia del objeto no se consideran todavía como homogéneas más que desde el punto de vista de esta sustancia, puesto que afectan de manera diferente al acto subjetivo de pesar, según sea su repartición. La conservación de la materia, pues, no conduce sin más a la del peso y éste no se cuantifica por el solo hecho de que la sustancia se atomice. La disociación entre estos dos términos, que encuentra su apogeo durante el subestadio II B, dura hasta el tercer estadio.

Por el contrario, durante el estadio III, la conservación de la sustancia conduce a la del peso. Para explicar esta inversión de la situación propia al estadio precedente, será suficiente admitir que la acción de pesar llega también —pero con el retraso natural, dado su carácter perceptivo más complejo— a descentrarse en relación al yo y a insertarse en el cuadro de un agrupamiento operatorio que la convierte por esto mismo en objetiva. Esta nueva descentración, o si se quiere esta nueva victoria sobre el egocentrismo y el fenomenismo de la cualidad inmediata, se encuentra facilitada en este caso particular por la constitución anterior de la invariable sustancial: las variaciones aparentes del peso serán, a partir de este momento, simplemente consideradas por el sujeto como consecuencia de sus propias reacciones de pensamiento, mientras que las relaciones exteriores así descentradas se insertarán, sin más, en el cuadro de las operaciones relativas al objeto. El agrupamiento que asegura la conservación de la sustancia se extenderá por consiguiente a la del peso, y cada unidad de materia será dotada de un peso invariante, y el peso total será considerado como la suma de estos elementos convertidos en homogéneos, de la misma manera que el objeto total resulta de la reunión de sus partes. De esta manera se termina la inversión progresiva de las relaciones entre la sustancia y el peso, que eran solidarias por el egocentrismo y el fenomenismo inicial, y se disocian luego para volverse a encontrar finalmente unidos en un mismo agrupamiento racional. Sólo nos falta ver, para completar esta descripción, cómo éste acabará englobando al volumen.

CAPÍTULO TERCERO

LA CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN A IGUAL CONCENTRACIÓN DE MATERIA

La noción de sustancia o de cantidad de materia, según hemos visto en el capítulo primero, es una noción indiferenciada. Mientras que ésta no conduzca a la conservación (estadio I), se confunde para el niño con el volumen y el peso: para justificar la idea de que una bolita aumenta de materia, el sujeto dirá indiferentemente que es más «grande» o más «pesada». Por el contrario, cuando la conservación de la sustancia está adquirida, pero no todavía la del peso (estadio II), vemos que no son únicamente estas dos nociones las que presentan líneas distintas de evolución, sino también el mismo volumen: si el término «grande» puede designar en un principio la sustancia y el peso igual que el volumen, después adquiere un significado particular. Ha llegado el momento de examinar este problema.

Pero ¿cómo disociar en el mismo lenguaje y durante el interrogatorio, la noción de volumen de las que le son conexas? No podemos emplear términos equívocos «grueso» y «grande» ni limitarnos a imaginar un nuevo interrogatorio oral que se una a los dos precedentes. Llegamos, pues, tras de algunos ensayos, a hacer evaluar el volumen por medio del espacio ocupado por la bolita, y por sus derivados sucesivos, en el agua de un vaso, reconociéndose este espacio por el nivel del agua. Señalábamos con un trazo de tinta o con una goma el nivel del agua antes de sumergir en ella una de las bolitas de arcilla, y luego preguntábamos: «Si pongo esta bolita en el agua, ¿ocupará un sitio? ¿El agua subirá o se quedará en

el mismo nivel?» Esta primera pregunta contiene intencionadamente una sugerencia. En efecto, en otra ocasión hemos comprobado que cierta proporción de sujetos, entre cinco y ocho años ignoran todavía el fenómeno y se sorprenden de ver que el agua sube a causa de la inmersión de un sólido. Por otra parte, hemos podido observar que la mayoría de los sujetos, antes de los ocho o nueve años, explican la subida del agua insistiendo menos en el espacio ocupado que en el peso de los sólidos, el cual, según el niño, produce una corriente de abajo hacia arriba.[1] Estas dos reacciones de no previsión del desplazamiento del agua y de confusión entre el papel que representa el espacio ocupado y el del peso son ambas muy interesantes para el estudio de la conservación del volumen y volveremos a insistir en ella en este capítulo a propósito de la disolución del azúcar (caps. IV-VI).

Pero se trata ahora de colocar el problema en el terreno del volumen, y por esta razón decimos al niño «ocupar un sitio». Después de advertir al sujeto que la primera bolita hacía subir el nivel del agua y después de haber marcado con una señal el segundo nivel, presentamos una segunda bola, igual a la primera, preguntando hasta dónde subirá. Todos los niños de los que hablaremos en este capítulo, sin excepción, han señalado el mismo segundo nivel, se han mostrado, pues, capaces de comprender los datos del problema. Entonces, y sólo entonces, es cuando la segunda bolita se transforma en rulo, o disco, etc., o cuando se fracciona en trozos, preguntando cada vez: «¿Ocupará el mismo sitio en el agua que la otra bolita? ¿Hasta dónde subirá el agua?», etc.

Esta nueva técnica nos ha permitido observar que la conservación del volumen caracteriza el estadio IV, posterior al estadio III en el cual se da la conservación del peso: en efecto, durante este estadio III el niño afirma la invariabilidad de la sustancia y del peso, pero cree todavía en las variaciones del volumen a cada deformación de la bolita o a cada fraccionamiento; durante el subestadio IV, por el contrario, se afirma la conservación del volumen en algunos casos y durante el subestadio IV B el volumen de la bolita se conserva igual que su peso y su materia.

Hagamos notar todavía que es evidente que el volumen estudiado aquí constituye una noción física y no sólo geométrica: el volumen de la bolita es el espacio ocupado por una sustancia considerable impenetra-

1. Véase J. PIAGET, *La causalité physique chez l'enfant*. Alcan, 1927, cap. VII.

ble e incomprensible, o al menos de igual concentración a lo largo de toda la experiencia. Hay que hacer notar que esta noción es compleja y por esta razón llega tan tarde a un principio de conservación. Pero no es menos evidente que corresponde, en un momento dado del desarrollo intelectual, a una representación clara y no equívoca, puesto que hacia los once-doce años, este volumen físico es considerado como un invariante, de la misma manera que la sustancia y el peso, y su composición con el peso da lugar a las nociones de densidad o de compresión y de descompresión.

1. EL TERCER ESTADIO (ESTADIO III A Y B): CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA, DEL PESO Y NO CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN A IGUAL CONCENTRACIÓN DE MATERIA

Vamos a estudiar aquí, de manera simultánea, los casos de no conservación del volumen en la deformación y en el fraccionamiento de la bolita de arcilla, empezando por uno de los ejemplos del estadio I y II, como comparación que vamos a ver en primer lugar:

ADA (6 años). No cree en ninguna conservación; (estadio I). En lo que concierne al volumen, cree que con seis trozos «*el agua subirá menos porque son trozos pequeños, muy pequeños* — ¿Hay igual de pasta? — *Hay más pasta en la bola, pesa más* — ¿Y si volvemos a colocar los seis trozos en forma de bola y transformamos la otra bola en rulo? — *La bola hace subir más el agua, porque es más redonda* (en un bloque).»

ROD (7 años). Cree en la conservación de la materia, pero no en la del peso (estadio II B). Bolita y rulo: «*Es más alto con la redonda, porque es más grande, es más alto* — (La bolita se fracciona en cinco trozos y se vuelve a hacer una bola con el rulo) — *Es más bajo con los trozos. Son muy delgados, ocupan menos sitio.* — ¿Hay la misma pasta? — *La misma* — ¿Pesa igual? — *Pesan menos los trocitos* — ¿Y el sitio? — *Ocupa el mismo sitio* — (Se hace la experiencia y Rod comprueba que el agua llega hasta el mismo nivel) — *¡Ah, sí!, los trocitos pequeños juntos, es lo mismo que toda la bola.*»

NAL (7 1/2). Igualmente del estadio II B, prevé que «*el agua subirá. La bola ocupará un sitio* — ¿Y si se hacen trozos? — *Sube un poco menos arriba, porque son trocitos pequeños, no es lo mismo que la bola* — ¿Por qué? — *La bola está entera* — ¿Y si se hace una salchicha con los trozos? — *Sube más con la bola. Antes era más corta* (bola). *Ahora es más larga* — (Se transforma el rulo en bola y recíprocamente) — *Ahora es éste* (el nuevo rulo) *el que hace subir más porque es más grande.*»

Veamos ahora dos casos que pertenecen al estadio III A, es decir, que creen sin reservas en la conservación de la sustancia, pero con reacciones intermedias para el peso:

BEG (9,2). «¿Y si pongo la bola en el agua? — *El agua subirá. Es la pasta la que hace subir el agua. Yo también, cuando pongo las manos en el agua, la hacen subir, porque la mano ocupa un sitio en el agua* — ¿Y el rulo? (segunda bolita transformada) — *Un poco más, porque la salchicha es larga, ocupa más sitio* — ¿Es lo mismo si se le pone así o así? (horizontal o vertical) — *Así* (horizontal) *ocupa un poquito más de sitio. Así* (vertical) *un poco menos* — ¿Por qué? — .... — ¿Y en trocitos? (se corta el rulo en cinco) — *Ocupan menos sitio. Cuando es más pequeño ocupa menos sitio y es también menos pesado* — ¿Y si lo junto en un solo trozo? — *Entonces es como antes* (galleta). *Ocupa el mismo sitio, porque es plano y se queda en el fondo del agua: es delgado.*»

CLAD (10,5). Estadio III A: «*El agua sube porque pesa, porque cuando se ponen piedras en el agua ocupan un lugar* (rulo) — ¿Subirá menos? — *El rulo está más esparcido* — Pero ¿por qué sube menos? — *Ocupa el mismo lugar. El rulo está más a los lados, aquí. Esto* (la bola) *se queda justo en medio* — ¿Y en el platillo? — *El rulo ocupa más espacio* — ¿Y en el agua? — *La bola* — ¿Por qué? — *Es más gruesa y redonda, y aquí es alargado y estrecho* — ¿Y en trozos? — *Cuando está en trocitos, ocupa más sitio, hay en todos los rincones, pero hace subir menos el agua porque pesa menos.*»

Veamos finalmente los sujetos del estadio III B, que en todos los casos creen en la conservación de la sustancia y del peso, pero que no admiten, lo mismo que los sujetos precedentes, la del volumen, incluso a densidad igual:

MEY (8 años, adelantado). Observa que el cilindro de arcilla colocado indistintamente hace subir el agua hasta cierto límite. Se le presenta otro, semejante: «¿Hay la misma cantidad de pasta? — *Sí, es igual de pesado* — Y si pongo este otro en el agua, pero a lo largo, así (vertical) ¿el agua subirá como éste? — *Un poco menos, porque es delgado, y cuando es delgado ocupa menos sitio.*» Se parte el primero en trozos: «¿Es el mismo peso? — *Sí, es lo mismo, porque está todo junto* (porque la suma de las partes es igual al todo) — ¿Hay la misma pasta? — *Es la misma cantidad, pero más grueso* — ¿Y en el agua? — *Sube menos, porque los trocitos van a cualquier parte: ocupa el mismo sitio.*»

LAD (10 1/2). «¿Y si pongo esta bola dentro del agua? — *La hace subir. El agua sube si se tira algo al fondo. Sube más si es más grande, tiene más espesor, se va mejor al fondo y el agua sube más* — ¿Y el rulo? — *La salchica ocupa más sitio* — (Se corta el rulo en trocitos) — *No es necesario hacerlo todo, yo lo adivinaré así: esto hace subir el agua menos que la bola porque es más pequeño.*»

GOT (11 años). Primera bolita: «*El agua subirá porque ocupa un sitio* — ¿Por qué? — *Es grueso, ensancha el agua, la hace subir* — ¿Y esta otra bolita? — *Es igual de grande* — ¿Y si hago un rulo? — *No es igual de grande, es más delgado, ocupa menos sitio.*» Un mismo cilindro, vertical u horizontal: «*Alargado ocupa más sitio que de pie* — ¿Por qué? — *Porque alargado, empuja el agua y de la otra forma está derecho: derecho ocupa menos sitio.*» Dos macarrones, uno vertical y otro en tirabuzón: «*Pesan igual* — ¿Y el agua? — *Esto* (tirabuzón), *ocupará más sitio.*»

FRE (11,5). Bolita y rulo: «¿Hay igual de pasta? — *¡Es igual, seguro!* — ¿Por qué estás seguro? — *Pesa igual, porque usted no ha quitado pasta, y además se puede volver a hacer una bola* — ¿Y si la pongo en el agua? — *La bola hace subir más. Es más grande, ocupa más sitio que el peso* (es más gruesa a peso igual). *Esto* (bola) *es grueso y esto* (rulo) *es delgado. Esto hace subir menos* — (Se corta la bolita en siete trozos) — *¡Ah ya comprendo!, pesa igual* — ¿Por qué? — *También hay trocitos pequeños en la bola* (= los trozos son las partes de la bola) *y si se vuelven a colocar igual, es lo mismo* — ¿Ocupa el mismo sitio en el agua? — *La bola es más gruesa. Sube más con la bola, ¿lo digo bien?* — Piensa. ¿Por qué crees tú que la bola sube más? — *Son trocitos pequeños. ¡Ah no!, hay muchos, entonces ocuparán más sitio.*» Se reúnen los trocitos en una galleta: «*Ya lo he adivinado. Esto es plano y esto* (bolita) *es grueso. Es el mismo peso. Es la misma cantidad de pasta* — ¿Hasta dónde va a subir el agua con la galleta? — *Menos que con la bola, esto es delgado y esto* (bola) *grueso* — ¿Es la misma cantidad de pasta? — *Sí, porque si usted hace una bola con esto, serán iguales* — ¿Y en el agua? — *¡Ay, ya me he confundido!, la galleta ocupa más sitio y la bola menos sitio* — ¿Y cómo sube el agua? — *Más con la galleta, es más ancha, ocupa más sitio.*»

Estos hechos parecen demostrar con suficiente claridad el carácter tardío de la comprensión de la constancia del volumen total de un sólido que se deforma. Ciertamente, los dos primeros grupos de niños que acabamos de citar (estadios I-II y III A) no nos aportan nada nuevo. De la misma manera que estos sujetos no reconocen la invariabilidad de la sustancia ni del peso, es igualmente natural que no puedan construir la conservación del volumen: si parece que la bolita pierda materia y peso al aplastarse, de la misma manera es absolutamente normal, que parezca disminuir de forma correlativa de tamaño o de volumen. Esto no es más que un nuevo ejemplo de la primacía inicial de la percepción sobre las operaciones intelectuales. Sin embargo, es muy interesante comparar estos casos elementales a los del estadio III B, porque hacen comprender mejor cómo el volumen físico de un cuerpo es una relación o una cualidad más compleja que esta cualidad indiferenciada que es la sustancia o una cualidad diferenciada como el peso. En efecto, la voluminosidad o aspecto perceptivo del volumen de los cuerpos aparece como dependiente, a la

vez, de la forma y del objeto, de sus dimensiones y de su contenido, lo mismo que el volumen físico —una vez cuantificado y desligado de su apariencia cualitativa— se definirá para el niño como una relación entre la cantidad de materia y su comprensión o concentración. Así, para Ada, los trozos juntos son menos voluminosos porque son «pequeños» y la bola es menos voluminosa que el rulo porque es «redonda» (colocada en un bloque). Igualmente, para Rod la bola aventaja al rulo porque es «gruesa», mientras que para Beg es el rulo porque es «más largo». Finalmente, para Clod, el cuerpo más voluminoso es tan pronto el más compacto («el rulo está más esparcido... hay más en las esquinas» y la «bola se queda justo en medio») como a la inversa (los trocitos ocupan «más sitio» porque «hay en todos los rincones», pero hacen subir menos el agua porque son «menos pesados». En resumen, mientras el niño no considera la materia y el peso como invariantes, duda en sus criterios de volumen, entre una dimensión u otra y el carácter más o menos compacto de la materia.

Pero lo que es sorprendente y lo que plantea el verdadero problema que tenemos de resolver en este capítulo, es que los sujetos del estadio III B, que admiten la evidencia de la conservación de la materia y el peso, razonan exactamente como los precedentes en lo que concierne al volumen. Para Mey, el cilindro es menos voluminoso cuando está vertical, porque es más «delgado» igual que para Got; «a lo largo (horizontal) empuja el agua, y derecho ocupa menos sitio». Para Lad, los trozos hacen subir menos el agua porque la bola «es más gruesa, esto tiene más perfil», etc. Y, sin embargo, ¡cada uno de estos sujetos comprende perfectamente que el peso o la cantidad de materia de los trozos reunidos son iguales a los de la bolita entera! ¿Por qué, pues, si el niño llega a coordinar las relaciones que definen la forma del objeto hasta agruparlas en invariantes de peso y de sustancia, no deduce la conservación del volumen físico?

Es porque el volumen físico implica precisamente una coordinación más, que es la de la cantidad de materia con la concentración de los elementos. Supongamos, en efecto, que a cada deformación de la bolita la pasta de modelar se dilate o se contracte, entonces la misma cantidad de arcilla y el mismo peso no conducirán a la permanencia del volumen. Para emitir la conservación del volumen, el niño debe considerar las partes de un mismo trozo como homogéneas desde el punto de vista del espacio que ocupan y considerar que no se comprimen ni se dilatan al

cambiar de posición. Pero es precisamente esta igualación de las partes, que se realiza hacia los siete años para la cantidad de sustancia y hacia los diez para el peso, la que constituye un nuevo problema para el espacio físico. En el caso de la fragmentación de la bolita, en efecto, nada obliga a admitir que las partes separadas sean iguales al sumarse al trozo entero si se tiene en cuenta que una totalidad no es ya la misma según esté «en bloque» o disociada y que esta totalidad depende de la forma de composición de sus partes. Mey es muy claro en este punto: el peso total de los trozos separados es igual al de la bola, dice, «porque esto está todo junto», mientras que el volumen cambia «porque los trocitos van a cualquier parte, esto ocupa menos sitio». Y Fre no es menos claro: comprende que los trozos no son otra cosa más que las partes de la bola total, «también hay trocitos en la bola y si se juntan en lo mismo», pero este razonamiento que le sirve para justificar la conservación del peso no sirve, según él, para el volumen, porque «la bola es más gruesa» o por el contrario, «los trozos dominan porque son más numerosos». Para estos niños, el volumen forma parte de la arquitectura de conjunto y se transforma con la disociación de las partes. Por esta razón, según los mismos sujetos, el volumen cambia también con la forma, y paradójicamente, para quienes están seguros de la conservación de la sustancia y del peso, cambia incluso con la posición de un mismo objeto: el cilindro vertical es «más delgado» y «ocupa menos espacio» que colocado horizontalmente. «A lo largo —dice Got (es decir, tendido)— empuja al agua» porque la relación entre las partes es distinta.

Podemos, pues, prever, y la continuación de esta obra confirmará esta hipótesis, que la noción de la conservación de volumen supone la hipótesis de una estructura atómica o granular en la que los cambios de forma o la fragmentación de un bloque de materia no alteran en absoluto esta estructura y dejan así invariante la concentración o la densidad propia a la materia considerada. La conservación del volumen implica, pues, no solamente la de la materia, sino también el esquema de la concentración constante de una materia dada, por lo que este nuevo principio de conservación aparece después del de peso y al mismo tiempo, como veremos, que las nociones de densidad y de comprensión o de descompresión de los granos atómicos. En resumen, la conservación del volumen necesita, como las otras formas de concentración, la homogeneidad de las partes de un mismo todo, y la igualación de los elementos de sustancia y de peso no basta para conducir a la de las fracciones de un

mismo volumen físico, porque ésta requiere además la noción de que ninguna parcela se dilata ni se comprime en el curso de las transformaciones. Pero en el caso del egocentrismo y del fenomenismo de la percepción de la voluminosidad, todo cambio de forma, de posición y todo fraccionamiento parecen producir cambios de concentración: únicamente un atomismo, implícito o explícito, que extraiga las relaciones de compresión o de descompresión de los granos, conducirá así al invariante del volumen físico.

2. EL PRIMER SUBESTADIO DEL CUARTO ESTADIO (ESTADIO IV A) REACCIONES INTERMEDIAS ENTRE LA NO CONSERVACIÓN Y LA CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN

Como siempre, conviene dedicar una atención especial a los casos intermedios, porque ponen al descubierto las razones contradictorias entre las que oscila el sujeto:

PEL (9 años). «¿Si pongo la bola dentro del agua? — *Se irá al fondo* — ¿Y el agua? — *El agua subirá porque el agua que está en el fondo sube* — ¿Y si transformo la bola en salchicha? — *El agua subirá más porque es más largo, ocupa más sitio* — ¿Y así? (vertical) — *Ocupa un poco menos de sitio* — ¿Y en pastel? — *Lo mismo que la bola* — ¿Por qué? — *Ocupa el mismo sitio, es la misma pasta que la bola, pero tiene otra forma* — ¿Y la salchicha? — *¡Ah! también es lo mismo* — ¿Y en trozos? (cuatro) — *Es lo mismo. Es toda la pasta de la bolsa, pero separada.*»

DEN (9 años). La bola inicial: «*El agua subirá, porque hay algo dentro* — ¿Y el rulo? — *Hace subir igual, es la misma pasta, sólo que más larga.* — ¿Ocupa el mismo sitio? — *No, es más delgada, ¡ah no!, igual, solamente está alargado y esto en forma de bola, pero ocupa el mismo sitio* — ¿Si la corto en cuatro trozos? — *Ocupa también un poco de sitio en el fondo, sólo los trocitos pequeños ocupan menos sitio que la bola, que cuando está en un bloque.*»

LER (10 años). La bola: «*De todas maneras sube, la pasta ocupa un sitio en el agua* — (Se hace la experiencia y se señala el nivel, después se saca la bola y se corta en siete u ocho trocitos). ¿Y así? — *Esto ocupará más sitio. Ve usted* (los trozos no se han puesto dentro del agua), *se ha hecho más grande* (= parece más grande), *los trozos ocupan más sitio* — ¿Por qué? — *Los trozos son más, porque cuando usted pone todos los trocitos en la bola, no entrarán* — ¿No se puede volver a hacer una bola? — *Si se aprieta bien esto, es igual de grande, pero hay que apretarlo muy bien.*» Pero, al transformar la bola en rulo, Ler admite la conservación probable: «*Sube un poquito también* —

¿Lo mismo que con la bola o no? — *Aproximadamente. No hay mucha diferencia, o quizá ninguna.*»

DREC (10 años). No sabe, por el contrario, si el rulo es más voluminoso que la bola o igual: «*Es lo mismo. Es la misma bolita que está así en lugar de redonda... no, la salchicha ocupa más sitio* — ¿Y si la corto en trocitos y los pongo todos dentro del agua? — *Es lo mismo que el rulo* — ¿Y que la bola? (de la que derivan) — *No, es más que la bola. Es más grande. Si se pusieran dentro de la bola serían más grueso* — ¿Tú crees? — *Si se pusieran todos estos trocitos juntos en la bola, el agua subiría más, porque sería más grande* — ¿Y los trocitos y el rulo? — *Es lo mismo* — ¿Y si se vuelve a hacer un rulo con los trocitos? — *Es igual de grande.*»

DIV (10 1/2). Dice primero que la salchicha ocupa más sitio que la bola: «*El agua subirá un poco más, porque la salchicha es más larga. Esto coge* (= ocupa) *más sitio* — ¿Y si se pone de pie? — *Es lo mismo* — ¿Y si se corta en trocitos? — *Ocupará el mismo sitio, es como si se pone una salchicha entera dentro del agua* — ¿Esto ocupa más o menos sitio que la bola? — *Igual, yo creo: la salchicha está hecha con la bola: es como si usted pusiera la bola.*»

VIA (11 años). Bola y rulo: «*La que sube más es la bola. Es la más gruesa. Tiene mayor volumen* — ¿Y la galleta? — *Lo mismo, porque pesa lo mismo* — Pero la bola y la salchicha ¿no pesaban lo mismo? — *Sí, pero no ocupan el mismo sitio* — ¿Y si se convierte la salchicha en bola? — *Vuelve a ser el mismo tamaño* — ¿Y en trocitos? — *En todo* (= la suma), *es igual de grande que la bola, hace subir el agua igual* — ¿Y el rulo? — *¡Ah sí, también es lo mismo!* — ¿Por qué creías antes lo contrario? — *Porque la bola es más alta y esto es más largo.*»

SED (11 años). Bola y rulo: «*El agua subirá igual, porque ocupa el mismo sitio. Es más larga y más delgada* — ¿Y la galleta? — *Es lo mismo. No, la galleta no es lo mismo. Sí, es lo mismo. Es más ancha pero pesa lo mismo* — ¿Y en trocitos? — *Igual.*»

Lo que sorprende, en primer lugar, en estas respuestas que demuestran la conquista parcial de la conservación del volumen, no es su novedad en relación con las reacciones intermedias relativas a la invariante sustancia (estadio II A) y de peso (estadio III A), sino por el contrario su semejanza formal absoluta.

Primeramente las dudas de estos sujetos y sus argumentos en favor de la no conservación del volumen son exactamente del mismo orden que a propósito de la cantidad de materia y de peso: el rulo es más voluminoso porque es más largo y más grande o lo es menos porque es más delgado; la bolita lo es más porque es más «gruesa» y la galleta menos porque es «plana»; los trozos en conjunto lo son más porque son más numerosos y están más separados, y menos porque son pequeños, etc. Por otra parte los argumentos contrarios invocados en favor de la cons-

tancia del volumen son exactamente los mismos que han servido ya algunos años antes para justificar la conservación de la sustancia y del peso: la identificación, la composición reversible y la cuantificación por igualación de las partes o de las diferencias.

Pel, Den y Div, por ejemplo, invocan la identidad de la pasta para justificar la conservación del volumen: la galleta «es la misma pasta que la bola», dice Pel, y Den: «es la misma pasta, sólo que colocada a lo largo». Div, con el rulo: «el salchichón está hecho con la bola: es como si usted pusiera la bola». Pero si tan simple es la identificación, ¿por qué estos sujetos no han llegado a la invariabilidad del volumen en cuanto han descubierto la de la de sustancia? Volvemos a encontrar igualmente todas las formas de composición reversible. Para Via, la suma de las partes es igual a la totalidad inicial: «en todos es igual de grande» y el alargamiento del rulo compensa el adelgazamiento de la bolita. Igualmente Sed: «es más larga y más delgada», etc. Vemos en fin, de qué manera estas composiciones por medio de la adición de las partes o la igualación de las relaciones conduce a una cuantificación del volumen total absolutamente análoga a las de la materia total o del peso.

La única explicación de este desfase entre el descubrimiento de la invariante del volumen y la de las invariantes de la sustancia y del peso, desfase tanto más paradójico cuanto que el razonamiento que conduce a estos descubrimientos es, pues, exactamente el mismo desde el punto de vista formal, es que hay un obstáculo propio a la noción de volumen físico que contrasta en el niño con la composición lógica de las relaciones y con la igualación de los elementos o de las diferencias. Esta dificultad, de la cual en el párrafo 1 hemos supuesto que procedía de las posibles dilataciones o compresiones, en el curso de las deformaciones o de los fraccionamientos de la bolita se observa con gran claridad en las reacciones intermedias que acabamos de citar. En el caso de la partición, por ejemplo, algunos cren como Den que los «trocitos» ocupan menos espacio «en bloque», pero otros, como Ler y Drec, creen lo contrario. Éstos invocan las variaciones de compresión explícitamente, en lugar de permanecer implícitas como en el caso de los sujetos más jóvenes, y por lo tanto menos lógicos y menos hábiles para justificarse. De esta manera, para Ler, al cortar la bola en trozos «se ha hecho más grande» porque «si usted pone todos estos trocitos en la bola no cabrán», la única manera de hacerlos «entrar» en el todo del que proceden era «apretándolos»: «si se aprieta bien es igual de grande, pero entonces hay que apretarlo bien».

Igualmente, para Drec, los trozos del rulo eran iguales al rulo pero «sería más grueso» si se los «pusiera dentro de la bolita» de la que ha salido el rulo; vemos así, cómo el rulo es considerado por este niño más voluminoso que la bola: es porque al alargarse, provoca una dilatación de la pasta, la cantidad de materia y del peso siguen iguales. En resumen, allí donde estos sujetos intermedios creen en una variación del volumen, suponen que las partes cambian de compresión al desplazarse o al separarse, mientras que allí donde afirman la conservación es porque convierten las partes en homogéneas y les atribuyen así una concentración igual. Para expresarlo mejor y más simplemente, una misma materia resulta, para el niño hasta este nivel del desarrollo, si no elástica, al menos inconsistente, es decir, como si se extendiera o se encogiera a cada cambio de forma, mientras que la conservación del volumen implica la noción de que las partes permanecen con una concentración constante, excepto en los casos de acciones particulares de compresión o de dilatación: por esta razón, la construcción del invariante de volumen es tan tardío, puesto que supone simultáneamente un esquema atomístico de orden espacial y la elaboración de relaciones de concentración o de densidad.

3. EL SEGUNDO SUBESTADIO DEL CUARTO ESTADIO (ESTADIO IV B): LA CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN

Examinemos ahora las respuestas que demuestran la creencia de la conservación necesaria del volumen al deformar o fraccionar el objeto:

JAS (9,6). Bola transformada en rulo: «*La salchicha ocupa el mismo lugar, sólo que la goma* (= pasta) *está alargada. El agua subirá pues igual, tiene el mismo volumen.* — ¿Y en trozos? — *Siempre lo mismo: Hay igual de pasta.*»

BUR (9,10). Rulo: «*Es una bola alargada, entonces hace subir el agua igual. La bola alargada es lo mismo que la bola* — ¿Y si se corta en trocitos pequeños? — *Pero antes era igual la misma bola, forzosamente subirá igual.*»

HER (10 años). Trozos: «*Se pone exactamente el mismo grosor que con la bola y el agua sube también. Sube a la misma altura porque hay la misma cantidad de pasta.*»

VIQ (10,6). Rulo: «*Esto hace subir el agua igual* — ¿Por qué? — *Porque tiene el mismo peso, quiero decir que ocupa el mismo sitio* — ¿Por qué? — *Si hago una bola, es delgado* (= corto) *pero más alto. Cuando está alargado, es más grueso* (= largo) *pero plano* (= menos alto) *y ocupa el mismo sitio* — ¿Y los trozos? — *Suben lo mismo que la bola: Son pequeños, pero eran igual de*

grandes, eran dos bolas iguales antes — ¿Y cuando es una galleta? — *Seguro que es igual: es redonda, pero es plana* — ¿Y así? (vertical) — *Seguro. Sólo que está largo.*»

Dub (10,10). «*La bola ocupa un sitio, necesita un sitio, entonces el agua subirá* — ¿Y la galleta? — *Al cambiar de forma, hará subir el agua lo mismo, porque es el mismo peso y ocupa el mismo sitio* — ¿Y el rulo? — *El agua subirá al mismo sitio, porque está toda la tierra de antes* — ¿Cómo sabes que es el mismo sitio? — *Porque es seguro que ocupará el mismo sitio, porque es la misma cantidad de tierra* — ¿Pero tendrá el mismo volumen? — *Sí, porque hay la misma tierra. Entonces ocupa siempre el mismo sitio* — ¿Y en forma de anillo? — *Es siempre el mismo volumen porque es el mismo peso* — ¿Y en trozos? — *Es lo mismo, ocupa el mismo sitio porque es la misma cantidad y el mismo peso* — ¿Cómo sabes tú esto? — *Porque he visto que hemos guardado toda la tierra.*»

Biv (11 años): «Por qué sube el agua? — *Porque la bola ocupa el sitio del agua* — (En siete trozos) — *Esto hace subir el agua lo mismo, porque hay la misma cantidad en trocitos. Esto* (la bola) *parece un poquito más grande, pero debe ocupar el mismo sitio* — ¿Por qué "debe"? — *Porque si hacemos una bola con esto tenemos la misma bola* — (Rulo) — *Es lo mismo* — (Cuatro salchichas pequeñas) — *Se puede dividir en varios pequeños, pero cuando se pone todo junto, es lo mismo que una bola.*»

Roug (11 1/2). Rulo: «*Ocupa el mismo sitio. Es más delgado, pero no se ha añadido nada. Es siempre más largo, pero siempre más delgado.*»

Her (12 años). Disco: «*Es el mismo sitio dentro del agua* — Si aprieto este paquete de algodón, ¿ocupará el mismo sitio? — *No. El algodón está apretado, ocupa el mismo sitio* — ¿Y el peso? — *Será el mismo* — Y si alargo esta bolita de pasta, ¿ocupará el mismo sitio? — *¡Ah sí!, es más largo, pero es más delgado.*»

De la misma manera que las respuestas del estadio IV A eran idénticas, desde el punto de vista formal a las de las reacciones intermedias que concernían al peso y a la materia (III A y II A) igualmente estas justificaciones de la conservación del volumen físico (estadio IV B) son totalmente semejantes a las del invariante del peso y de la sustancia (III B y II B). Esta circunstancia nos permite reanudar las discusiones iniciadas en los capítulos precedentes acerca del mecanismo de la conservación en general, al tiempo que buscamos cómo finaliza la del volumen físico.

Lo que más sorprende en estas respuestas del estadio IV B, dada la complejidad de la evolución que los prepara, es su extrema simplicidad. Psicológicamente, parece que no hay ningún problema para el niño: la conservación se impone como si jamás hubiera podido pensar de otra

manera, y eso demuestra cómo el *a priori* es el fruto de una larga maduración genética, que constituye así el punto de llegada y no el de partida. Lógicamente, todos estos razonamientos parecen reducirse a una pura identidad y esto nos conduce a la discusión empezada en el capítulo primero acerca del papel de la identificación, cuestión cuya solución dirige, lo vemos ahora, la historia entera de los cuatro grandes estadios distinguidos hasta aquí.

Hay incluso en estas respuestas una doble identificación: la identidad intrínseca, por una parte, entre las partes de un único todo, de manera que la colocación de las partes en el momento de la deformación o del fraccionamiento de este todo no quita ni añade nada a su volumen, a su peso a su sustancia; y la identidad extrínseca, por otra parte, entre los invariantes de sustancia, de peso y de volumen, de tal manera que el niño justifica indiferentemente una de estas tres formas de conservación, mediante una de las otras, o con las otras dos. Ahora que conocemos el conjunto de esta evolución, es fácil ver que los dos tipos de identificación resultan de un agrupamiento de las operaciones y que, sin esta composición operatoria reversible, perderían su significado.

La identidad intrínseca de las partes de un mismo todo, puede ser de naturaleza lógica (igualdad cualitativa) o matemática (igualdad cuantitativa). Para justificar la conservación, el niño puede, en efecto, razonar o bien sobre los elementos mismos de que está compuesta (los trozos) o bien sobre las relaciones. Si piensa en los primeros, puede limitarse a considerar que un elemento dado al desplazarse, sigue siendo idéntico a sí mismo y éste será el método de la identidad lógica de los elementos o de las clases de elementos (método 1), o bien puede concebir estos elementos como iguales entre sí y que cada uno constituya una unidad y éste será el método de la identidad numérica o igualdad matemática de las unidades (método 2). Si procede por coordinación de las relaciones, en los casos simples de fraccionamiento, por ejemplo, puede limitarse a advertir que las relaciones totales siguen siendo idénticas a sí mismas (la suma de las longitudes de los trozos es igual a la longitud inicial del rulo, etc.), y éste será el método de la identidad lógica o igualdad cualitativa de las relaciones (método 3), o bien puede comprender que las proporciones siguen siendo las mismas, reduciendo así las relaciones a medidas comunes cuantitativas y éste será el método de la igualación de las diferencias o igualdad matemática de las relaciones (método 4). Volvemos a encontrar los cuatro métodos descritos al final del capítulo primero.

Así, cuando Gas declara «la salchica ocupa el mismo lugar, sólo que la goma es más larga» o cuando Dub dice, refiriéndose a los trozos, «es lo mismo... porque yo he visto que hemos guardado toda la tierra», está claro que aplican el método 1: los trozos únicamente se desplazan, pero siguen siendo idénticos a sí mismos. Cuando Her dice, refiriéndose a los trozos, «es el mismo grosor que la bola», o Viq, refiriéndose a la galleta vertical, «sólo que está largo», aplican el método 3: la altura de la galleta se ha convertido en longitud y la longitud se ha convertido en altura, o sea que las dimensiones reunidas de los trozos son idénticas a las de la bola. Cuando Biv precisa «se pueden dividir en varios pequeños, pero cuando se pone todo junto es lo mismo que la bola», o «hay la misma cantidad en trocitos», el método 1 se completa así con una composición cuantitativa del tipo 2, la cual se prolonga según veremos en los próximos capítulos en un atomismo explícito. Finalmente, cuando Roug dice del rulo «es siempre más largo, pero siempre más delgado», igual que Viq, Her, etc., esta igualación de las diferencias conduce del método 3 al método 4. En resumen, en cada uno de estos sujetos se puede reconocer la identificación lógica (igualdad cualitativa) y la fusión de estos dos primeros la identificación matemática (igualdad cuantitativa) de las unidades de número o de tamaño.

Está claro que estas identidades no se constituyen más que en relación con los agrupamientos operatorios de conjunto, cuya existencia se manifiesta por la operación inversa «si se hace una bola con ésto, tendremos la misma bola» (Biv). La pregunta que se nos plantea ahora es ésta: ¿La operación deriva de la identificación, o bien la identidad resulta de la operación? Esto no es aquí una pura cuestión verbal. Hemos comprobado, en efecto, en el momento de la construcción de cada nuevo invariante, que el problema real para el niño era saber si una parte de la bola permanecía idéntica al desplazarse. Si conserva su identidad material, entonces la conservación de la sustancia total está asegurada; si no aprieta ni más ni menos la balanza, entonces el peso total sigue siendo constante a pesar de las deformaciones; por último, si no se dilata ni se contrae, el volumen total se convierte en invariante. Mas precisamente es de esta identidad de la parte durante el desplazamiento de lo que se trata en estos tres casos sucesivos, e incluso, lo hemos visto continuamente, cada vez es más difícil de establecer según se trate de admitir que el elemento desplazado se vuelve simplemente a encontrar (sustancia), ejerza su presión de la misma manera (peso) o no se encoja ni se ex-

tienda al cambiar de posición (volumen). ¿Cuál es, pues, en estos casos, la relación de la identidad con la operación?

Distingamos en primer lugar las operaciones lógicas o aritméticas y las operaciones físicas; las segundas proceden por particiones y desplazamientos en el espacio y en el tiempo y las primeras reemplazan la exterioridad espacial por la de los conceptos o la de los números y la sucesión temporal por la sucesión deductiva. Las operaciones lógicas suponen al mismo tiempo la identidad y el cambio: consisten en transformaciones, pero relativas a unos invariantes. Si, por ejemplo $A + A' = B$ de donde $A = B - A'$ y $A' = B - A$, entonces A, A' y B son invariantes mientras que su reunión (+) o su sustracción (—) marcan la transformación. Pero ¿cómo se sabe que A, A' y B son invariantes: $A = A$, $A' = A'$ y $B = B$? Porque constituye igual número de «operaciones idénticas» en el agrupamiento aditivo en el que intervienen.[2] $A + A = A$; $A' + A' = A'$ y $B + B = B$. Si la operación aditiva es imposible sin la identidad de los términos, ésta es entonces, también, inconcebible sin el sistema operatorio del cual forma parte. ¿Se objetará que la identidad $A = A$ viene dada intutivamente antes que toda operación, por pura oposición con la diferencia $A + A'$? Pero ésto significa simplemente que en la igualdad $A + A' = B$ no se puede sustituir A por A', sino se tendría el absurdo $A = B - A$, mientras que si se puede sustituir A por sí misma y $A + A'$ por B en todas las circunstancias. La identidad misma resulta, pues, ya de una operación, la «operación idéntica», la cual no adquiere un significado preciso más que en función de un agrupamiento total.

Con mayor motivo, estas consideraciones son valederas para la igualdad numérica o identidad cuantitativa, en este caso, la interacción $1 + 1 = 2$ reemplaza la tautología $A + A = A$. ¿Qué es en realidad esta identidad de la unidad $1 = 1$, sino el hecho de que en los grupos aditivos o multiplicativos de números, cualquier unidad 1 se puede sustituir por cualquiera otra y por oposición a la del objeto cualitativo al que corresponde?

Si pasamos ahora de las operaciones lógicas o aritméticas a las operaciones físicas, la situación se presenta del siguiente modo. Tomemos una transformación empírica cualquiera, como la deformación o el fracciona-

2. Véase nuestro artículo sobre «Le groupement additif des classes» en *Compte rendu des séances de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève,* 1941.

miento de la bolita de arcilla. Cada transformación se traducirá por unos cambios cualitativos que el niño aprecia por medio de las relaciones, a la vez egocéntricas y fenomenistas: de esta manera la bola parece cambiar de volumen, de peso e incluso de cantidad de sustancia. Pero cuando intenta agrupar estas relaciones, y es ésta una necesidad o causa de las contradicciones a las que es conducido inevitablemente sin tal sistematización, el sujeto se encuentra en presencia de la condición común a todos los agrupamientos: definir las transformaciones en función de invariantes y recíprocamente. Un símil de invariante se presenta en el plan intuitivo de la simple comprobación perceptiva: es el posible retorno al punto de partida. Así, una goma cambia de volumen al estirarse, pero vuelve en seguida a su posición inicial o la bolita parece que se dilata al convertirse en rulo, pero puede recuperar su forma primitiva por medio de una acción inversa. Si bien este descubrimiento nos coloca en el campo de la operación misma, tan sólo sigue habiendo una dificultad esencial: mientras las transformaciones empíricas sigan siendo simplemente observadas y todavía no construidas, el cambio aparecerá como una creación *ex nihilo* y el retorno, como un aniquilamiento o a la inversa, según la perspectiva adoptada. Para que el segundo estado pueda ser reconocido como resultando necesariamente del estado primero y recíprocamente, es necesario que uno sea concebido a la vez como idéntico al otro y, sin embargo, como diferiendo de él, por un cambio que se puede expresar en un (+) o en un (—). Así aparece la operación cuyos invariantes estarán constituidos por los términos que engendran y la transformación por el acto operatorio en sí mismo. Pero como el cambio perceptivo no puede ser traducido en aumentos y disminuciones homogéneos y cómo los objetos de la percepción, como tales, no pueden reducirse unos a otros y de esta manera dar lugar a un conjunto de igualdades componibles entre sí, la operación reversible necesita para constituirse la eliminación gradual del objeto y de la cualidad sensibles y su sustitución por el objeto y la operación racionales: los términos invariantes de la operación serán, pues, los elementos igualables supuestos en el objeto y el acto operatorio consistirá en puras confirmaciones espacio-temporales, es decir, en fraccionamientos y en desplazamientos ordenados en el espacio y en el tiempo. Las cualidades perceptivas, por su parte, serán eleminadas de este agrupamiento operatorio y unidas al mismo sujeto. Ésta es, a fin de cuentas, la operación física: una transformación reversible como la operación lógica aritmética, pero en la que las adiciones, sustracciones,

multiplicaciones y divisiones de clases, de números o de relaciones se ven sustituidas por fraccionamientos y desplazamientos en el espacio y en el tiempo, y las clases y los números por granos o partículas componibles entre sí gracias a sus relaciones espaciotemporales.

Pasemos finalmente al último tipo de identificaciones que testimonian las respuestas de este cuarto estadio, es decir, a la identidad extrínseca establecida por el niño entre los invariantes de sustancia de peso y de volumen. En efecto, entre el invariante de volumen y los otros dos existe la misma relación que hemos descrito en el último capítulo entre el peso y la sustancia: implicación mutua en la no conservación, constituciones separadas de las invariantes con disociación lógica y desfase cronológico, y de nuevo implicación mutua en la conservación. Durante el estadio I vemos corrientemente al niño explicar las variaciones de volumen que atribuye a las bolitas por medio de las variaciones de sustancia y de peso, lo mismo que por la inversa. Durante el estadio II, por el contrario, las variaciones de volumen se justifican independientemente de la sustancia convertida en constante, pero apoyándose en el peso. Durante el estadio III vemos aparecer de nuevo la implicación mutua del peso y de la sustancia, mientras que el volumen varía sin relación con estas dos invariantes. Por último, durante el estadio IV, los tres invariantes se encuentran de nuevo implicados en casi una identidad. Así, Gas demuestra la conservación del volumen por medio del de la sustancia, «tiene el mismo volumen —dice—, porque hay igual de pasta», y Dub, por medio del peso: «siempre es el mismo volumen, porque es el mismo peso», dice refiriéndose al anillo. Este niño llega incluso a decir: «Ocupa el mismo sitio porque hay la misma cantidad y el mismo peso», lo cual es la fórmula de esta identificación extrínseca, de la que nos permite encontrar el mecanismo.

Se presentan dos problemas a este respecto: ¿Por qué hay desfase entre la constitución de los invariantes, si el agrupamiento de las operaciones físicas que acabamos de definir es posible a partir del segundo estadio? ¿Por qué hay fusión final de estas nociones de conservación? Para responder a estas dos preguntas, conviene precisar las relaciones del sujeto y del objeto en la constitución de los grupos operatorios y reanudar así, para extraer el significado general del problema del paso del egocentrismo primitivo al agrupamiento, planteado en el capítulo anterior. Es necesario evitar, en efecto, el considerar la construcción de los grupos de operaciones como una simple superposición de la razón a la percep-

ción: no sólo la razón debe corregir los datos perceptivos inmediatos y duplicar el mundo aparente como universo verdadero más profundo, sino que la inteligencia ocupada en este problema, debe en cada instante corregir el egocentrismo de la propia perspectiva, de manera que en realidad esta construcción es una descentración o una conversión, una especie de revolución copérnica en pequeño que priva al sistema inicial de referencia de su privilegio para situarlo en el conjunto de los agrupamientos objetivos finales.

Para comprender mejor la amplitud de este proceso, del cual dependerán todas las relaciones que estudiaremos en los capítulos IV a XII, recordemos en dos palabras la constitución del primer invariante elaborado por la inteligencia práctica del niño: el del objeto de la percepción. El objeto sensoriomotor parece al principio del desarrollo mental cambiar sin cesar de forma y de dimensiones, y esto cuando no desaparece, franqueando los límites del campo perceptivo. Durante el segundo año ya está por el contrario dotado de conservación. Hemos podido demostrar en otra ocasión [3] que esta construcción era solidaria de la del espacio entero: al situar las sucesivas referencias que va tomando del objeto que se mueve dentro del «grupo de desplazamientos» descrito por H. Poincaré, el niño las coordina en un objeto constante. Mas para llegar a este resultado, es necesario que descentre el espacio de su actividad propia y que sitúe por el contrario a este último en el conjunto de los movimientos «agrupados»: sólo entonces el objeto se separa del sujeto porque éste entra como un elemento más en el universo que construye. Del egocentrismo radical hasta el grupo objetivo hay, pues, algo así como el paso del egocentrismo al heliocentrismo copernicano.

La constitución de los invariantes de sustancia, de peso y de volumen nos hace asistir a la continuación de este proceso de conjunto o más bien a su repetición en cada nuevo plano de actividad propia. El egocentrismo fenomenista se vuelve a encontrar en el estadio I, cuando el niño sigue siendo incapaz de creer en la permanencia de la materia en el caso de la deformación de las bolitas, pero entonces no rechaza ya garantizar el objeto global, sino estos pequeños objetos múltiples o partes de sustancia, cuya invariabilidad será necesario asumir para admitir la conservación del todo. Con el estadio II, descentra por el contrario su perspec-

3. J. PIAGET, *La Construction du Reel chez l'enfant.* Delachaux et Niestlé, 1937, caps. I y II.

tiva y disocia así lo que es subjetivo o aparente, de lo que pertenece a la realidad exterior, es decir, del agrupamiento de las transformaciones físicas que dejan invariante la cantidad de la materia. De la misma manera, por consiguiente, que en el caso del objeto de la percepción, el niño comprende que su posición y sus propios desplazamientos son la razón de la perspectiva con la que percibe el sujeto, sin que éste deje de conservar su forma y sus dimensiones, igualmente, en el caso de la sustancia, el sujeto sabe ya que la nueva figura con la cual ve la bolita no altera en absoluto la totalidad de la materia porque la percepción de cada cambio, por ejemplo el alargamiento del rulo, debe corregirse por la de los cambios complementarios. Solamente que esta disociación del sujeto y de la realidad objetiva durante el estadio II sigue siendo relativa a la sustancia y no por esto implica una disociación inmediata, análoga en el dominio más complejo de la percepción del peso: el niño continúa creyendo que el peso varía según él lo percibe. Pero con la influencia de las contradicciones a que lo conduce la coordinación de las relaciones así establecidas, durante el estadio siguiente (estadio III), llega igualmente a agrupar las relaciones de peso en un sistema externo que se añade entonces al de la relación de sustancia. A cada parte invariante de sustancia se la concibe, pues, como si incluyese un peso constante, mientras que las variaciones aparentes se atribuyen al sujeto. Éste comprende una vez más que los cambios de su percepción resultan de una perspectiva particular, que debe corregirse coordinándola con las demás: por ejemplo, cuando una galleta parece menos pesada que la bolita de la que deriva, porque el peso está más «esparcido», el niño descubre que esto no cambia en absoluto «para la balanza» porque las sensaciones dispersas de esta manera en la palma de la mano se deben rectificar para poderlas comparar a las que produce la bolita «apretada». Pero, una vez más, la disociación de lo subjetivo y de lo objetivo no ejerce ninguna influencia inmediata en la percepción del volumen, puesto que ésta depende de otros factores. También el egocentrismo fenomenista subsiste durante el tercer estadio en lo que hace referencia al volumen, mientras que la disociación se efectúa en el estadio IV, con el mismo modelo que las dos precedentes: las transformaciones del volumen se agrupan entonces en el mismo modelo, cada parte de sustancia conserva no sólo su peso, sino también su volumen, y las contracciones o dilataciones aparentes del todo son atribuidas al sujeto y a las perspectivas de su percepción, las cuales se completan gracias a la representación. Se comprende, pues, por qué,

durante el estadio IV, la conservación del volumen se justifica por medio de las de la sustancia o del peso recíprocamente: en los tres casos se trata en efecto, de expresar las propiedades del objeto total, por medio de las de las partes elementales, pudiendo ser agrupadas por medio de operaciones físicas de desplazamiento y de vuelta a una misma posición. Esta identificación, en apariencia simple, es también de una gran complejidad, puesto que supone la coordinación de tres agrupamientos operatorios constituidos separadamente, es lo que vamos a ver mejor todavía en los capítulos siguientes, al estudiar cómo un niño, a partir de la conservación, llega hasta la constitución del atomismo.

SEGUNDA PARTE

DE LA CONSERVACION AL ATOMISMO

CAPÍTULO CUARTO

EL ANIQUILAMIENTO DE LA SUSTANCIA EN LA DISOLUCIÓN DEL AZÚCAR

El estudio de las nociones que elabora el niño mediante las deformaciones de la bolita de arcilla, nos ha permitido seguir paso a paso la génesis de los tres principios de conservación de la sustancia, del peso y del volumen físico. Nos gustaría, en los tres capítulos que siguen, analizar de nuevo estos temas, pero en relación con una experiencia distinta: ¿En qué se convierte, según el niño, el azúcar disuelto en el agua? Pero si naturalmente podemos esperar encontrarnos con cierto número de reacciones conocidas que caracterizan los tres mismos tipos de conservación, los problemas que se nos van a plantear, no obstante, son totalmene nuevos. En primer lugar los mismos datos se presentan de manera diferente. Mientras que en el caso de la bolita de arcilla hay un simple cambio de forma, el niño debe, sin más, separar los invariables que subsisten a través de esta deformación, el caso de la disolución del azúcar constituye un cambio de estado de la materia, y por tanto una transformación mucho más profunda. Además, el azúcar fundido es transparente como el agua, y este cambio de estado se presenta para la experiencia inmediata como una especie de desaparición, como una evaporización de la materia: preguntar si el azúcar se conserva, pese a las apariencias, es exigir del pensamiento del niño una elaboración sin duda más difícil que la de la conservación de la arcilla, es, en todo caso, provocar una construcción intelectual muy diferente. Además, y en segundo lugar, las tres nociones de la conservación de la sustancia del peso y del volumen, aparecen, en el

caso del azúcar, como ligadas entre sí mucho más estrechamente que en el de la bolita de arcilla. Cuando se deforma una bolita, es fácil, en efecto, prestar atención separadamente a la sustancia («¿hemos quitado algo?»), al peso («si no hemos quitado nada, al alargarlo o aplanarlo, etc., ¿cambia de peso?») y al volumen («a sustancia y peso iguales el alargamiento, etc., ¿no lleva consigo una dilatación o una contracción?»). Por el contrario, cuando uno o dos terrones de azúcar se disuelven en un vaso de agua, el único índice experimental que está a disposición del niño es que el agua, cuyo nivel se elevó en el momento de la inmersión de los sólidos, no desciende de nuevo sensiblemente cuando éstos se funden. Sólo este hecho permite al niño deducir la conservación, sin hablar naturalmente de las razones *a priori*. ¿Podremos, pues, distinguir todavía los tres tipos de principios? ¿Se constituirán simultánea o sucesivamente? Y si el último caso se realiza nuevamente, ¿aparecerán en el mismo orden que con la bolita de arcilla y por qué razón?

Finalmente, y sobre todo, la cuestión del azúcar plantea un tercer problema que es de un interés capital para nuestro propósito y que constituye la continuación natural de los análisis que contienen los capítulos precedentes: el del atomismo, que es inseparable de la noción de agrupamiento de las operaciones físicas. En efecto, cuando el niño llegue a postular la conservación del azúcar, pese a su desaparición aparente, ¿bajo qué forma se representará esta conservación? ¿Se limitará a la idea de un líquido transparente que se funde con el agua, o postulará la hipótesis, para explicar la mezcla del agua y del azúcar fundido, de que éste se desmenuza en corpúsculos invisibles, pero discontinuos? La «metafísica del polvo» que invoca Bachelard para ilustrar los orígenes del atomismo ¿surgirá en el pensamiento del niño ante el espectáculo de los granitos de azúcar en vías de disolución? Ante esta eventualidad, para confirmar la hipótesis defendida precedentemente de que la conservación resulta de una composición reversible de las operaciones que llevan sobre las parcelas de materia, será muy importante determinar cuidadosamente la relación que pueda existir entre esta génesis del atomismo y las diferentes formas de la conservación del azúcar.

1. LA TÉCNICA ADOPTADA Y LOS RESULTADOS GENERALES

El interrogatorio sobre la disolución del azúcar, cuyos resultados estudiaremos en los capítulos IV-VI, se realizó de la siguiente manera. Presentamos al niño dos vasos con la misma cantidad de agua hasta tres cuartos de su capacidad y se los hacíamos pesar para verificar previamente la igualdad de los pesos. Después preguntábamos con una modalidad intencionalmente vaga: «¿Qué pasará si pongo este terrón de azúcar en el agua?» (primer vaso). A lo que el niño responde que el agua subirá por tal o cual razón, o indica que no lo sabe. Señalamos con tinta o colocamos una goma en el nivel inicial y sumergimos dos o tres terrones de azúcar, procediendo a marcar el segundo nivel. Después de lo cual preguntamos qué altura tendrá el agua cuando el azúcar se funda. Además pedimos al niño que pese el vaso de agua que contiene el azúcar todavía sin disolver y le hacemos prever el peso después de la disolución. Mientras el azúcar se funde, preguntamos al niño «lo qué pasará» cuando se haya fundido: ¿Estará todavía en el vaso, o no, y en caso afirmativo, con qué forma? ¿El agua se vuelve pura como la del grifo? ¿Qué sabor tendrá el agua? ¿Qué es el sabor, si dura y por qué? Cuando el azúcar está totalmente disuelto hacemos observar el nivel del agua y el peso, y repetimos de nuevo, a propósito de la conservación de estas dos constancias proporcionadas por la experiencia, la pregunta de la conservación: ¿Por qué el agua no ha vuelto a descender ¿Por qué el peso permanece el mismo? ¿Dónde ha ido a parar el azúcar?

Lo interesante de estas preguntas planteadas a más de un centenar de niños de cuatro a doce años, es que los estadios observados corresponden término a término a aquellos cuya existencia nos demostró la experiencia de la bolita de arcilla. En el transcurso de un primer estadio, el volumen y el peso no se conservan, y la sustancia disminuye hasta desaparecer. En el segundo estadio la sustancia se mantiene, pero no el peso ni el volumen, en el tercer estadio se le añade la invariabilidad del peso y en el cuarto, la del volumen. La existencia de los estadios queda demostrada no solamente por las edades medias, argumento refutable, sino por el hecho de que la presencia en un sujeto cualquiera de la invariabilidad del peso se acompaña siempre de la invariabilidad de la sustancia, sin que lo recíproco sea cierto, y que la afirmación de la conservación del

volumen va siempre acompañada de la invariabilidad del peso, sin que lo recíproco se imponga. Además, en el curso de los estadios II a IV, asistimos a la constitución progresiva del atomismo y en una proporción cada vez más elevada del número de sujetos. En el curso de los capítulos IV a VI examinaremos cada estadio sintéticamente, analizando a la vez los temas relativos a la sustancia, al peso y al volumen, tanto desde el punto de vista de la conservación como desde el del mismo atomismo.[1]

2. EL PRIMER ESTADIO: NO CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA, DEL PESO DEL VOLUMEN O DESAPARICIÓN TOTAL DEL AZÚCAR. 1.° HECHOS Y ACTITUD ESPONTÁNEA DEL NIÑO

Este primer estadio corresponde al estadio I descrito en el capítulo primero, caracterizado por la sumisión del sujeto a la experiencia inmediata, en oposición a toda deducción e incluso a toda experiencia razonada. Dicho de otra manera, desde que el azúcar se hace invisible y sale por tanto del campo de la percepión, el niño cree que ha desaparecido como sustancia. No da ninguna explicación a esta desaparición y las comprobaciones contrarias a las cuales podemos conducir al niño (que el agua no vuelve a descender después de la disolución o que el peso permanece idéntico en la balanza) no perturba en absoluto su convicción.

El único hecho un poco duradero que el niño de este estadio atribuye al azúcar es el de dejar su sabor en el agua en que se ha fundido. Pero la mayoría de los sujetos creen incluso que el sabor desaparece después

1. En lo que concierne a la conservación del volumen del azúcar disuelto, y de una manera general al criterio experimental, que emplearemos con nuestros sujetos, de la constancia del nivel del agua después de la inmersión del azúcar, nos podrían objetar que, en realidad, el volumen disminuye. Sabemos, en efecto, que en el caso de la disolución del azúcar varios factores convergen en disminuir el volumen. Así, una parte de la energía necesaria para la disolución se disipa en calor, por otra parte, el azúcar líquido es generalmente menos voluminoso que el azúcar cristalizado. Además, el volumen de las moléculas se altera algo bajo la influencia de los cambios de temperatura. Pero es evidente que se trata de cambios insignificantes para la observación corriente y sobre todo que nuestro interés no es saber si nuestros sujetos llegan a comprender con detalle el fenómeno: el único problema que interesa a la psicología de la inteligencia es el saber si, en la transformación física, el pensamiento postula espontáneamente cierta conservación, sea o no absoluta.

de algún tiempo. En cuanto a los otros, consideran el sabor dulce como una simple marca exterior o un reflejo simple, extraño a los factores de la sustancia, y en ningún modo, como índice de una conservación de la materia, del peso o del volumen. Por esto no repartiremos ambos grupos de niños en dos subestadios distintos, pues su actitud es la misma en relación al problema general.

Notemos además, antes de citar los casos concretos, la dificultad que encontramos frecuentemente en decidir si los propósitos del niño testimonian realmente una no conservación de la sustancia, es decir, un «cesar de existir» verdadero, o si el sujeto tan sólo piensa que, inmediatamente después de fundido, el azúcar pierde su peso y su volumen para subsistir simplemente a título de materia informe o de una «continuación de algo». Cuando esta dificultad de interpretación no proviene de cuestiones puramente verbales —en este caso la solución debe buscarse en el método de interrogatorio—, sino en el propio pensamiento del sujeto, es necesario examinarlo a fondo, pues recubre entonces el verdadero problema de la génesis de la noción de una sustancia que permanece.

He aquí algunas reacciones típicas de este estadio:

JEJA (6,1). «¿Qué ocurrirá si pongo estos terrones de azúcar en el agua? — *Tendremos agua dulce* — ¿Subirá el agua? — *No, se queda igual, no se mueve, porque el azúcar no pesa. Se convierte en cosas pequeñas* — (Ponemos tres terrones). Mira. — *¡Ah!, el agua ha subido* — ¿Por qué? — *No sé* — ¿Qué pasará ahora? — *El azúcar se disolverá* — ¿Qué quieres decir? — *Que no hay más azúcar.*» Una vez fundido el azúcar, continuamos: «¿A qué sabe ahora? — *Dulce* — ¿Por qué? — *El azúcar se disuelve, da sabor al agua* — Entonces, ¿todavía hay azúcar en el agua? — *El azúcar ya no está* — Después de algunos días, ¿el agua todavía estará dulce? — *Sí... no* — ¿Sí o no? — *No.*»

Un poco más tarde: «¿Dónde ha ido a parar el azúcar que hemos puesto en esta agua? — *Ha marchado* — Mira el agua. ¿Continúa alta? — *Sí, cuando sube, se queda así* — ¿Por qué? — *No lo sé* — ¿Quieres pesar de nuevo el vaso? (lo pesa) — *El peso es igual que antes* — ¿Por qué? — *Pesa más porque tiene más agua* — ¿Por qué hay más agua? — ... — ¿De dónde ha venido? — *No lo sé, de Ginebra* — ¿Pero por qué hay más agua que al principio? — *Ha venido de golpe, así.*»

MAN (6,4). «¿Ves el agua? Yo voy a poner tres terrones de azúcar. ¿Se quedará aquí? — *El agua subirá* — (Experiencia) — *Sí, un poco* — ¿Y después? — *El azúcar se disolverá* — ¿Qué pasará cuando el azúcar se disuelva? — *El agua descenderá porque el azúcar ya no es gordo. Es necesario poner algo gordo para que suba. Si no hay más que migajas de azúcar* (las últimas briznas) — *Ahora se ha disuelto todo. No hay más azúcar, el agua lo ha disuelto todo. No se ve nada más, no hay nada más* — Pero, ¿adónde ha ido el azúcar? — *Se ha*

disuelto en el vaso, ya no está. Pasó al fondo, y luego después... — Sí, después, ¿marchó o está aquí? — *Está aquí, pero disuelto* — Si tú bebieras esta agua, ¿qué sabor tendría? — *El sabor del azúcar* — ¿El sabor? — *Es como el olor. Se siente, pero no se ve* — ¿Ha quedado algo del azúcar? — *No* — ¿Y ahora que el azúcar está disuelto, el agua desciende? — *Se queda así* — ¿Por qué? (Reflexión) — *La mancha de tinta* (la marca) *hace que el agua continúe aquí arriba* — (La borramos) — *No, no desciende* — (Reflexión) — *No lo entiendo* — Pero cuando el azúcar está disuelto, ¿queda algo, o no queda algo? — *Nada* — Entonces, ¿por qué no desciende el agua? — (Reflexión) — ... — ¿Cuando ya no se ve, queda todavía algo de azúcar? — *Nada.*»

FER (6,8). «¿Qué sabor tendrá el agua? — *Dulce* — ¿Qué es el sabor? — *Es como un vapor. Después de algunos días ya no queda nada* — ¿Pero dónde se va? — *No lo sé* — Ahora, el azúcar está casi disuelto, ¿el agua se queda aquí? — *Desciende* (sin mirar, después mira). *No, sigue igual* — ¿Por qué? — *No llego a comprenderlo. Hay todavía pequeñas migas en el agua, pero no ocupan sitio* — ¿Se queda igual? — *No, descenderá* — (Después de un momento) ¿Desciende? — *No, continúa a la misma altura, pero mañana descenderá, seguro, porque no quedará ya sabor.*»

MAR (6,9). «*El azúcar se disolverá, dará agua azucarada* — ¿Y después? — *Después se disolverá. No se verá más. Estará disuelto* — ¿Qué quieres decir? — *Que ya no existe* — ¿Y el agua? — *Descenderá, porque el azúcar se fundirá* — ¿El agua volverá a ser pura? — *El azúcar la ha azucarado* — El azúcar, ¿está todavía aquí entonces? — *No, está disuelto* — ¿El agua continuará azucarada? — *No, ya no será azucarada* — ¿Y si la pesamos? — *Pesará menos, porque el azúcar no existe ya cuando se funde* — (Al cabo de un momento) ¿Ha descendido? — *Ha descendido* — Mira bien — *Desciende un poco* — (Niego los hechos) ¿Y el peso? (pesa) — *¡Continúa igual!* — ¿Por qué? — ... — Si evaporamos el agua podemos encontrar el azúcar? — *No, ha desaparecido.*»

He aquí algunos ejemplos de reacciones que, sin ser menos claras en cuanto a las conclusiones finales del niño, testimonian en algunos momentos, reflexiones que enuncian la «continuación» de algo. Sólo que estas dudas son episódicas y esbozan sin más un cambio ulterior sin que estemos autorizados a clasificar estos objetos en el estadio II A. En efecto, estas reflexiones momentáneas no son utilizadas por los sujetos en la continuación del interrogatorio e incluso son olvidadas en el momento en que el niño es colocado en presencia de los hechos de la experiencia (nivel y peso) que deberían conducirle a la conservación. Como máximo podríamos hablar de un subestadio I B que prepara las reacciones intermedias del estadio II A:

ULD (6,10). «*Subirá un poquito* — ¿Por qué? — *Es lo mismo que si pusiéramos la mano en el agua, sube. La mano empuja y el azúcar también.* — ¿Y cuando el azúcar esté disuelto? — *Cuando esté disuelto volverá a bajar.*

Hace pequeñas migajas, como el polvo — ¿Por qué volverá a bajar? — *Porque ya no se ve nada* — ¿Pero tú me has dicho que el azúcar se transforma en pequeñas migajas — *Sí, pero después desaparece* — ¿Se marcha? — *Se queda, pero se funde, después es agua* — ¿Agua pura? — *Estará azucarada, porque había azúcar* — ¿Queda algo del azúcar, o algo en lugar del azúcar? — *No, no queda nada, pero está azucarada* — ¿Y después de algunos días? — *Después de algunos días no notaremos nada* — ¿Será como si fuera agua pura? — *No, pura, no... sí, si la dejamos mucho tiempo.*»

Pasamos a las constataciones experimentales: «¿Ha descendido el agua? — *Se ha quedado igual porque el azúcar no está totalmente disuelta todavía. Pero descenderá después de algunos días* — ¿Y el peso? — *Lo mismo, porque está fundido* — Toma, pésalo tú mismo. — (Estupefacción. Invierte los dos platos para verificar. Después los sopesa.) — *¡No me lo puedo explicar!*»

Cla (7 años). «*Hará subir el agua, porque hay el peso del azúcar: ésta levanta el agua,* e inmediatamente, *el agua desciende porque el azúcar estará disuelto. No lo veremos más.* — ¿Continuará estando dentro? — *Estará siempre dentro, pero no le veremos más.* — ¿Y el peso? — *Pesará menos.* Pasamos a las comprobaciones: ¿Ha descendido el agua? — No. — ¿Pero el azúcar está disuelto? — *Sí, pero ya no hay nada que la empuje hacia abajo.* — ¿A qué sabe ahora el agua? — *Dulce, porque hay azúcar dentro.* — ¿Y después? — *Ya no estará dulce, porque el sabor desaparecerá.* — ¿Qué se hará entonces del azúcar? — *Primero es un trozo grande, después el azúcar se mojó y aplastó, y ahora ya no está.* En cuanto al peso, Cla prevé su disminución, después pesa: *¡Ah no!* — ¿Por qué? — *Hay más agua que antes* — ¿De dónde viene? —... *No, no lo sé.*»

Éstas son las principales reacciones que se obtienen durante este primer estadio. Para interpretarlas es necesario distinguir cuidadosamente la actitud espontánea del niño antes de la comprobación experimental de la identidad del peso y del nivel y las respuestas que nos da después de estas comprobaciones.

La actitud espontánea del principio nos parece perfectamente clara: no hay ni conservación del volumen ni del peso ni incluso de la sustancia del azúcar y esta no conservación llega incluso a la desaparición total de la materia disuelta. El problema aparece ya en el empleo que el niño hace del término «disuelto»: disuelto significa, en efecto, «que ya no queda azúcar» (Jeja), «que ya no existe» (Mar) o incluso para otros sujetos que «no existirá más» (Er 6,10), que «habrá desaparecido» (Or, 7 años), que «no quedará nada» (Al, 7 años), etc. ¿Pero con seguridad podemos concluir de estas palabras la idea de desaparición total, de negación de la existencia, o bien el niño quiere decir simplemente que el azúcar se reabsorbe en el agua, que desaparece como sólido, pero se mez-

cla de manera misteriosa e íntima con la misma agua o con el aire si éste se evapora?

Varios índices pueden parecer favorables a la segunda interpretación. En primer lugar, algunos niños señalan que antes de desaparecer el azúcar se convierte en «migajas» (Man, Ferd, etc.) e incluso en «polvo» (Uls), lo que podría darles la idea de partículas invisibles que no ocupan ya espacio y sin peso. Pero estas partículas no son, para el niño de este estadio, más que restos visibles del azúcar en camino de fusionarse y no implican ninguna noción de permanencia en forma de corpúsculos imperceptibles. Por otra parte, cuando preguntamos inmediatamente al niño si el azúcar se ha ido, y dónde, algunas reacciones podrían también favorecer la segunda interpretación. Por ejemplo, Man, después de haber afirmado que el azúcar «no está» o que «no hay nada» declara no obstante «está aquí pero disuelto». Lo mismo ocurre con Ald, que no sabe dónde va a parar el sabor. Uld parece creer que el azúcar se transforma en agua, «después es agua», aunque en seguida declara que «no queda nada» y que el mismo sabor desaparecerá muy pronto. Cla dice igualmente que el azúcar estará siempre dentro, pero «no la veremos más» y que el agua está azucarada «porque hay azúcar dentro», pero en seguida admite que «el sabor se irá».

Mas por lo que respecta a este primer estadio, no podemos creer en esta segunda interpretación. Notemos, por otra parte, que incluso si fuera cierta desde el principio, no implicaría para nada la atribución de la idea de conservación en los niños de este estadio: efectivamente sería indiscutible que la cualidad de azúcar disminuye al fundirse. Pero nosotros creemos que todavía es necesario ir más lejos. Solamente en el curso del segundo estadio veremos que el niño atribuye la desaparición aparente del azúcar a cierta reabsorción en el agua o transmutación. Los pequeños se limitan a tomar conciencia de la desaparición total, sin preguntarse cómo es esto posible. Cierto número de razones parecen militar en favor de esta primera interpretación, por radical que pueda parecer.

En primer lugar, las conversaciones que acabamos de extraer de los interrogatorios están todas refutadas en otras conversaciones de los mismos niños que afirman la aniquilación del azúcar. Es cierto que este primer argumento no tendría por sí mismo ningún valor, porque el niño está acostumbrado a estas contradicciones, sobre todo cuando duda entre dos hipótesis. Pero el hecho de que las afirmaciones precedentes sean inmediatamente refutadas por los mismos sujetos puede también demos-

trar que es necesario traducirlas con crítica y sin dejarnos engañar por las palabras.

En segundo lugar, y aquí introducimos un argumento más psicológico, la hipótesis de la desaparición total es tanto más verosímil en cuanto que el niño no testimonia, en este estadio, ningún interés por el problema que le proponemos, es decir, por la misma búsqueda de la permanencia. Para estos sujetos, la observación del hecho en bruto de la disolución del azúcar se presenta con los aspectos de dos fases entre las cuales no establecen ninguna relación: antes de la desaparición, hay el azúcar, en terrones, que se disgrega poco a poco, y después de que desaparezca toda traza visible, «no queda nada». Somos nosotros quienes intentamos alentar al niño a adivinar en qué se ha transformado la materia disuelta en esta segunda fase, pero, hasta tal punto le parece evidente el aniquilamiento de esta materia, que por sí mismo no se plantea ningún problema y no presenta ninguna muestra de interés espontáneo a este respecto.

En tercer lugar, el examen de las ideas del niño sobre el «sabor» del agua azucarada conduce, nos parece, a las mismas conclusiones. Si existe una observación que podría conducir a nuestros sujetos a la hipótesis de que el azúcar disuelto no desaparece, sino que se incorpora a la misma agua, evidentemente es la permanencia del sabor azucarado. Ahora bien, no se obtiene de aquí ningún argumento en favor de la conservación. Para la mayoría de los sujetos, el sabor incluso desaparece después de algún tiempo. Es la opinión de Jeja. Fer dice espontáneamente: «es como un vapor: después de algunos días ya no queda nada», e incluso llega a afirmar, viendo que el agua no ha descendido de nivel: «mañana descenderá, seguro, puesto que no tendrá más sabor». Uld y Cla tienen la misma opinión. Por otra parte, estos mismos niños (salvo Fer un instante por influencia de la comprobación de la permanencia del nivel), al igual que los que parecen admitir la permanencia del sabor, no advierten para nada la relación que existirá para los de los estadios ulteriores, entre el sabor dulce y la conservación de la materia. Jeja, por ejemplo, dice perfectamente: «el azúcar se disuelve, da sabor al agua», pero cuando le preguntamos ¿entonces todavía hay azúcar en el agua?, contesta: «el azúcar ya no está». Lo mismo ocurre con Man que dice: «el sabor es como el olor: se siente, pero no se ve» y añade que no queda nada del azúcar. Si, para Fer, el sabor es «como un vapor», es en el sentido de la inmaterialidad, puesto que invoca esta comparación para probar precisa-

mente que no quedará nada. Uld, en fin, encuentra una fórmula propia para expresar esta no sustanciabilidad del sabor: «no queda nada, pero es dulce». En resumen, para todos estos niños el sabor, aunque debido evidentemente al paso del azúcar por el agua, está considerado como sobreviviendo un tiempo a este mismo azúcar, antes de desaparecer a su vez. Como lo dijo uno de nuestros sujetos con una brevedad sorprendente: «no queda nada del azúcar porque no queda más que el sabor y el sabor va a desaparecer». El sabor es una cualidad sin soporte actual, como una sombra que sobreviviría de lejos a su objeto, esperando desaparecer al igual que él.

Éstas son las razones que nos parecen justificar la interpretación según la cual los niños de este primer estadio creen en el aniquilamiento del azúcar disuelto. Pero, repetimos, tanto si a sus ojos se da la desaparición completa o simplemente una reducción importante de la cantidad de sustancia, es evidente que la conservación de la materia es totalmente desconocida para estos sujetos y que por tanto el primer estadio corresponde, sin lugar a dudas, al del capítulo primero. Con más razón ocurre lo mismo sobre el peso y es necesario examinarlo ahora, a la luz de las previsiones formuladas con la pesada de los dos vasos antes y después de la disolución del azúcar colocado en uno de ellos. Todos los niños comprenden que si dos vasos, A y B, contienen la misma cantidad de agua, han de pesar lo mismo, y que B pesará más si le añadimos tres terrones de azúcar mientras éstos permanezcan visibles. Pero si se trata de prever los pesos comparados de A y de B después de la total disolución del azúcar en B, los niños de este estadio piensan unánimemente que el peso de B se hace igual al de A, es decir, que el azúcar pierde todo el peso al disolverse. Como lo dice Mar, «pesará menos porque el azúcar cuando se disuelve ya no existe». Y Cla, «pesará menos cuando el azúcar esté disuelto». Uld dice muy bien que, antes de la disolución, «el azúcar y el agua pesan más porque hay azúcar», pero no concluye para nada que el peso se conserve. En resumen, para todos estos sujetos, el peso disminuye al mismo tiempo que los terrones sólidos se disgregan; uno de ellos nos dijo en el curso de la disolución: «Hay todavía pequeños granos en el fondo: este trozo pequeño pesa menos que el azúcar», después cuando ya es invisible, no pesa. Ahora bien, debido a que en este nivel el peso, la sustancia y el volumen están concebidos como solidarios en el curso de las mismas covariaciones, el niño justifica indiferentemente esta conservación del peso por la de la sustancia o su inversa.

Lo mismo ocurre lógicamente con el volumen. Todos los sujetos de este estadio, después de haber comprobado que el nivel del agua se eleva cuando sumergimos los tres terrones de azúcar, creen que el nivel volverá a su lugar inicial una vez el azúcar se haya disuelto. En la misma medida en que comprenden que el azúcar ocupa cierto espacio en el agua, prevén, pues, una reducción total del volumen en el momento de su disolución, el aniquilamiento del peso y del volumen acompañando así al de la materia. Notemos, en primer lugar, lo que piensa el niño después de haber comprobado (el hecho de haberlo previsto o no tiene poca importancia) el aumento del nivel debido a la inmersión de los terrones, pues a partir de este momento se marca ya la indisociación de las nociones de volumen, del peso y de la cantidad de materia. La mayoría de los sujetos invocan el peso del azúcar sólido. Jeja, por ejemplo, no cree que el agua suba «porque el azúcar pesa poco», pero los que preven el aumento del nivel invocan la misma razón en sentido contrario: «hará subir el agua porque hay el peso del azúcar, esto eleva el agua», dice Cla. «Empujan, esto hace subir el agua» (Ti, 7 años), etc. Pero este peso, que es la fuerza o la causa de la corriente que va de abajo arriba, es al mismo tiempo concebido como proporcional al volumen (y veremos en el capítulo VII que para todos los pequeños el peso depende en todas las circunstancias del volumen antes de que las nociones de comprensión y de atomismo disocien estos dos términos): Así, Man emplea el término «gordo» en el doble sentido del peso y del volumen y Uld compara la acción del terrón sumergido a la de la mano «que empuja» porque piensa igualmente en el volumen. En resumen, el agua sube porque los terrones de azúcar son a la vez fuertes y «gordos», este último término implica las nociones de peso y de volumen reunidos. Ahora bien, salvo Jeja, según el cual el nivel no disminuiría después de la disolución por esta razón totalmente fenomenista de que «cuando sube, se queda» (es el único caso de los citados según el cual el agua no subiría) todos estos niños admiten que el azúcar al disolverse, perderá simultáneamente su volumen, su peso y su fuerza, y al mismo tiempo el agua volverá a su nivel inicial: «el agua descenderá porque el azúcar ya no es gorda» (Man) etc.; esta nueva forma de no conservación se añade así a las dos precedentes.

Éstas son las principales reacciones del niño que caracterizan la actitud espontánea del sujeto en presencia de la disolución del azúcar y antes de la comprobación de los datos experimentales contrarios a su pre-

visión, es decir, de la constancia del peso y del nivel. No conservación, que llega hasta la negación total y creencia en la desaparición próxima o en todo caso en la no sustanciabilidad del «sabor», éstas son las dos características esenciales. Encontramos, pues, a la vez, el egocentrismo y el fenomenismo indisociables de los juicios del primer estadio: lo que ya no es perceptible deja de existir y las cosas son tal como aparecen a la percepción inmediata.

3. EL PRIMER ESTADIO: DESAPARICIÓN COMPLETA DEL AZÚCAR. 2.º LA REACCIÓN DEL SUJETO EN PRESENCIA DE LOS DATOS IMPREVISTOS DE LA EXPERIENCIA.

En la segunda parte del interrogatorio, colocamos al niño en presencia de unos hechos cruciales que, para sus mayores, serían suficientes para demostrar la conservación: por una parte, el peso continúa siendo el mismo en la balanza, después de la disolución del azúcar, que cuando los terrones estaban todavía visibles y, por otra parte el nivel del agua no ha disminuido absolutamente para nada desde la inmersión de estos mismos terrones. ¿Cómo, pues, los sujetos del primer estadio reaccionan a estos nuevos datos experimentales, que se les imponen después de sus previsiones contrarias y sin relación con su sistema espontáneo de interpretación?

Encontramos que por una situación paradójica, por otra parte general en la historia del pensamiento y que sólo el empirismo y el realismo acrítico pueden encontrar paradójica, nuestros sujetos permanecen tanto más insensibles a los resultados de la experiencia real, cuanto más se someten al fenomenismo de la experiencia inmediata. La regla del método de los niños del primer estadio parece ser la de no afirmar nada de lo que quede lejos de sus sentidos, puesto que toda conservación se les escapa en la medida en que supone una «construcción» del pensamiento y contradice los datos de la percepción visual: pues bien, estos mismos niños comprueban a continuación que el peso y el nivel del agua no han variado y estos dos hechos los dejan inquebrantables. La paradoja cesa evidentemente desde que analizamos hasta qué punto la experiencia real supone precisamente esta construcción intelectual y esta deducción necesa-

ria que el empirismo opone a la idea de experiencia y que no son contrarias más que para el fenomenismo egocéntrico.

¿Cómo se comportan, pues, nuestros sujetos cuando ven que el nivel de agua permanece constante después de la disolución del azúcar? Los más prudentes afirman no comprender nada. «No lo sé» dice Jeja. Igualmente Man, después de haber intentado algunas explicaciones reconoce: «no puedo comprender el por qué». Mar, igualmente, termina por callarse, y otros por suspirar. Una segunda reacción consiste en contestar los hechos («ha descendido» dice Fer sin mirar o Mar: «desciende un poco») o en afirmar que el agua descenderá a continuación: «Ha permanecido a la misma altura —dice Fer—, pero mañana descenderá, seguro, porque no tendrá ya sabor», y Uld: «descenderá después de algunos días». Por último, un tercer tipo de reacciones consiste en encontrar explicaciones, pero de un tipo notable: se limitan, en efecto, a unir entre sí los datos inmediatos de la experiencia, sin buscar la razón, o a unir cualquier cosa con tal de que los elementos así reunidos se den simultáneamente en la percepción. Así, para Jeja, «cuando sube se queda», o «de repente se ha puesto así», lo que en ambos casos consiste en enunciar sin más el hecho que se debía explicar, pero por la forma de una relación «legal», sin causalidad. Cla llega más lejos: empieza por suponer que el agua subirá en el momento de la inmersión a causa del peso del azúcar, e incluso llega a decir que «el azúcar estará siempre dentro aunque no la veamos», admitiendo al mismo tiempo, por otra parte, que el agua «descenderá porque el azúcar se disolverá». Ahora bien, cuando comprueba que pese a su previsión el nivel del agua no desciende, no atribuye en absoluto el hecho inatendido a esta subsistencia momentánea del azúcar en el agua, sino que como fenomenista coherente y enemigo de toda deducción explicativa, se limita a decir que, si el agua no desciende, es «porque no hay nada para empujarla hacia abajo». No se puede demostrar mejor el firme propósito de limitarse a los datos inmediatos: el azúcar está disuelto, «el sabor desaparecerá», al final el azúcar «ya no está», pero el nivel del agua continúa alto ya que la inmersión de los terrones lo elevó e inmediatamente ninguna nueva causa interviene «para empujarla hacia abajo». Man, que se aventura incluso a dar un intento de relaciones, supone que «es la mancha de tinta (=la marca del nivel del exterior del vaso) que hace permanecer el agua en lo alto», aquí encontramos un hermoso ejemplo de lo que es la explicación cuando no supera los límites del dato observado.

En cuanto a la manera cómo estos mismos niños interpretan el hecho experimental de la constancia del peso, medida con la balanza por sus propios cuidados y contrariamente a su previsión anterior, no difiere absolutamente en nada de lo que acabamos de ver: del hecho de que el peso permanezca idéntico, el niño no concluye absolutamente que el azúcar se conserve en el agua en una u otra forma. «Pesa más porque tiene más agua» dice Jeja, pero no se pregunta de dónde viene este superavit. Admite sin más que proviene del grifo como la que se encontraba ya antes en el vaso: Procede de «Ginebra». En cuanto a saber cómo llegó y se añadió a la precedente, Jeja responde invocando lo que podríamos llamar la *ultima ratio* del fenomenismo: «¡Llegó de repente, así!». Uld es prudente: «no puedo explicarlo», y Cla; «por que hay más agua que antes... no, no lo sé».

Estas reacciones frente a la experiencia son de gran interés: mejor que ninguna otra, en efecto, nos hacen comprender la oposición tan característica del primer estadio, que existe entre el sistema fenomenista de las cualidades globales yuxtapuestas o fusionadas, pero no compuestas entre sí y el sistema deductivo de reacciones coordinadas, que conducirán ulteriormente a la conservación y al atomismo. Durante todo el interrogatorio, y ya en sus principios, después en presencia de los hechos de la experiencia, la atención del niño está dirigida hacia cierto número de datos intuitivos, que examina sucesivamente: la apariencia del azúcar en terrones, después en migajas y su desaparición del campo visual, el sabor del agua después de la disolución, la subida del nivel, después de su permanencia, los pesos respectivos del vaso que contiene el azúcar y del otro, el peso idéntico después de la disolución, etc. Interpretar correctamente las dos experiencias finales equivaldría, pues, a poner estos diferentes datos cualitativos en relaciones recíprocas y a construir con esta finalidad un esquema operatorio a la vez lógico y cuantificante que permitiera proceder de una comprobación a la otra, en el espacio y el tiempo, sin contradicción: es lo que nos demostrarán los estadios II a IV. Ahora bien, en el curso de este primer estadio, aunque comprenda bien que el azúcar sumergido hace subir el nivel del agua, no coordina para nada esta primera relación perceptiva con el hecho de que el agua no desciende cuando el azúcar está en «migajas» e incluso cuando ha desaparecido totalmente. Por otra parte, se puede comprobar perfectamente que el agua adicionada a los tres terrones de azúcar todavía enteros, pesa más que el agua pura, pero no establece ninguna relación entre esta observación y

el hecho de que el peso permanece constante incluso dspués de la disolución. La permanencia del sabor, por otra parte, no es relacionada ni con el volumen del agua ni con el peso. Por último, la existencia de «migajas» no es en absoluto concebida como el principio de un fraccionamiento que se proseguiría más allá de las fronteras de la percepción hasta la constitución de corpúsculos imperceptibles: Después de las «migajas» no queda «nada más». En resumen, todo parece indicar que el niño se limita a grabar sucesivamente todos los datos ofrecidos por la percepción, pero sin unirlos en un todo coherente.

Evidentemente, ninguna cualidad es jamás percibida de manera aislada, y desde este fenomenismo egocéntrico inicial, el sujeto establece relaciones elementales debidas, a la vez, a las aproximaciones impuestas por las comprobaciones empíricas (por ejemplo: el agua sube cuando sumergimos el terrón de azúcar) y a las preconexiones sugeridas por el ego (por ejemplo: el terrón de azúcar «empuja» el agua «como cuando pongo la mano en el agua: la mano empuja y el azúcar también»). Nada es enteramente pasivo en la vida psíquica y la percepción prepara las relaciones que la operación transformará completándolas: la operación es, a la vez, continuación y corrección de la intuición inicial. Pero estas relaciones permanecen limitadas al campo de la percepción *actual*: ésta es la relación de la disolución del azúcar con la aparición del sabor, o el del aumento del nivel y del aumento del peso con la inmersión de los terrones. Por el contrario, constituir un sistema de conjunto supone que los estados «actuales», estén como en función de las operaciones físicas; es decir, desplazamientos espacio-temporales *reversibles*. Ahora bien, precisamente es esta construcción reversible la que el niño de este estadio es incapaz de efectuar: incluso una vez establecidas las relaciones «actuales», yuxtapone sin más los estados sucesivos en lugar de unirlos operatoriamente.

Por ejemplo, la percepción, habiendo demostrado al sujeto que el nivel del agua se eleva en el momento de la inmersión, podría concebir las operaciones de desplazamiento de modo que (1) = «el azúcar ocupa el lugar del agua», de donde se deduciría esta consecuencia (2) = «el agua desplazada ocupa el espacio vacío por encima del nivel inicial». De la constitución de este sistema se deduciría que si invertimos la operación (1), es decir, que si quitamos el azúcar del agua, tendríamos (1 bis) = «el lugar dejado hueco por la extracción del azúcar es de nuevo ocupado por el agua», de lo cual (2 bis) = «el agua, al encontrar su sitio

inicial, evacua el espacio situado por encima del nivel primitivo». ¿Pero el niño razona así cuando prevé el descenso de nivel después de la disolución del azúcar? Empieza por decir (3) = «el azúcar fundido deja de existir», lo que parece dar la razón de (1 bis) y de (2 bis). Únicamente la aniquilación no es ya una transformación reversible y esta proposición (3) impide invertir la operación inversa (1 bis) para encontrar de nuevo (1), es decir, que la composición de las relaciones ya no es posible puesto que uno de los términos se ha perdido en el transcurso de este camino. Además, cuando el niño comprueba que el nivel permanece elevado, se ve obligado para conciliar (3) con (2 bis), a negar (2 bis) y a afirmar (4) = «cuando sube, se queda» (hipótesis de Jeja) o «no hay nada que la empuje hacia abajo» (Cla), después, para conciliar (4) con (1 bis) y con la constancia del peso, invoca finalmente la aparición de agua nueva, es decir (5) = «se ha vuelto de repente así» (Jeja), lo que corresponde propiamente a una creación *ex nihilo* que compensa la entrada del azúcar en la nada (3). Además, podríamos demostrar la incoherencia y la irreversibilidad de las relaciones del peso o de las que unen el azúcar al sabor que deja en el agua. Vemos, pues, hasta qué punto las relaciones permanecen perceptivas y alejadas de la operación propiamente dicha. El niño «transduit» (Stern) o «postduit» si podemos hablar así en lugar de «déduire», es decir, que modifica sin cesar su sistema de composición procediendo por fusiones y yuxtaposiciones y no por coordinaciones reversibles.

Este carácter irreversible y preoperatorio de las relaciones percibidas o establecidas por el niño no explica únicamente la no conservación general propia a este primer estadio, sino que explica de manera especial el hecho esencial de que el sujeto no prolongue en atomismo las transformaciones, no obstante muy sugestivas y claramente destacadas, del terrón de azúcar en «migajas» o fracciones cada vez más pequeñas, mientras que, en el curso de los estadios siguientes, tal fraccionamiento concebido operatoriamente conducirá a la idea de una descomposición y de una recomposición posibles del terrón. Bachelard demostró,[2] en efecto, que los modelos intuitivos que sirvieron de soporte a los principios del atomismo deben buscarse en las *poussières et les poudres*. El ejemplo del azúcar que nuestros sujetos observan cotidianamente en polvo al igual que en terrones, y que notan ellos mismos la disgregación en «pequeñas

2. G. BACHELARD, *Les Intuitions atomistiques*. Boivin, 1933.

cosas» durante la disolución es pues particularmente favorable a la génesis de un modelo de este tipo. ¿Por qué la pulverización no se constituye en atomismo, a los ojos de los niños de este estadio, cuando se trata de explicar dónde ha desaparecido el azúcar disuelto y cómo el nivel del agua y el peso permanecen idénticos? Esto es lo que debemos demostrar brevemente.

Todos los niños de este estadio marcan no obstante la pulverización en el curso de la disolución. Para Jeja el azúcar «se transforma en pequeñas cosas», pero inmediatamente después de disuelto «ya no está allí». Lo mismo cree Man, el agua bajará porque «no hay más que migajas de azúcar» únicamente que en seguida... «se ha ido al fondo y luego después...»: silencio elocuente. Fer añade que estas unidades visibles sólo ocupan un pequeño espacio: «hay todavía pequeñas migajas en el agua, pero no ocupan ya lugar», en fin, Uld afirma explícitamente: «esto hace pequeñas migajas como el polvo»; después añade «pero luego desaparece». En resumen encontramos en alguno los elementos de una futura *métaphysique de la poussière* pero está claro que no franquean los índices de la percepción fenomenista y no consiguen todavía para nada esta deducción que, superándolos constituiría un atomismo propiamente dicho, es decir, construido y no perceptible. Ahora bien, nada sería más fácil que esta deducción: sería suficiente con comprender que estas «pequeñas cosas», estas «migajas» y estas «cenizas» resultan de un fraccionamiento del terrón individual para que el fraccionamiento, prosiguiéndose cada vez más, llegara a corpúsculos supuestos a la vez invisibles y existentes todavía a título de sustancia. La mejor prueba de que este razonamiento es fácil de imaginar es la que desde los estadios siguientes un buen número de niños lo consiguen. ¿Por qué, pues, los de este primer estadio son incapaces de conseguirlo, ellos para quienes una hipótesis semejante sería tan útil a fin de poder eliminar las contradicciones en que les encierra su fenomenismo?

Si fracasan para efectuar esta construcción, es simplemente que la disgregación del terrón en migajas no resulta para ellos de una operación de fraccionamiento, sino más bien de un devenir todavía intuitivo: el azúcar «se transforma en pequeñas cosas», dice Jeja. Es natural en efecto, que la pulverización concebida como una evolución o más bien como una involución espontánea del azúcar, no pueda ser considerada como reversible, y por consiguiente es lógico que conduzca a la anulación progresiva y sin retorno. Por el contrario, a partir del momento en

que será asimilada a la operación del fraccionamiento, entonces, por pequeñas e invisibles que se hagan las fracciones atomísticas así engendradas, será siempre posible invertir la operación con el pensamiento y obtener de esta composición reversible las nociones de la totalidad invariante de la sustancia, del peso y del volumen del azúcar: esto será la obra de los estadios siguientes.

Vemos, en conclusión, hasta qué punto los diversos aspectos de estas respuestas del primer estadio, son coherentes entre sí. Que se trate de la actitud espontánea antes de la comprobación de las ideas experimentales o de las reacciones a estas últimas, el carácter común de todas estas respuestas es la ausencia de construcción operatoria, por cuya carencia, el niño no alcanza ningún agrupamiento susceptible de soportar las nociones de conservación o de atomismo. Así, el sujeto llega a admitir una desaparición de la sustancia comparable al aniquilamiento del objeto que observamos en el plano de la inteligencia sensoriomotriz antes del fin del primer año. Pero se manifiesta hasta tal punto fenomenista, que permanece insensible incluso a las lecciones de la comprobación experimental (de la experiencia racional); este fenomenismo es indisociable de un egocentrismo que asimila los datos percibidos a los esquemas de la actividad propia (el peso-fuerza, el sabor-cualidad pura, las «migajas» resultan de una transformación biomórfica y la propia sustancia queda reducida a una fuerza susceptible de crecer o de menguar, etc.): las dos formas extremas de la actividad intelectual nos aparecerán pues una vez más aquí como constituyendo el egocentrismo fenomenista y la agrupación o composición reversible.

CAPÍTULO QUINTO

LA CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA DEL AZÚCAR Y LOS INICIOS DEL ATOMISMO

La sustancia del azúcar, tal como aparece en el curso del primer estadio, en estrecha analogía con la sustancia de la arcilla antes de su conservación (véase capítulo primero, 2), está, pues, a la vez, mal diferenciada de las cualidades que soporta y es concebida como dinámica al igual que un principio vital sujeto al crecimiento y también al aniquilamiento. Es una φύσις en el sentido de la energía vital y no todavía como la sustancia primordial y constante que los presocráticos no hicieron más que entrever.[1] En el curso de este segundo estadio, cuyo estudio abordamos ahora (y que corresponde al de los párrafos 3 y 4 del capítulo primero), empiezan al contrario, a conservarse, pero sin que esta invariabilidad lleve todavía consigo la cuantificación del peso ni del volumen. Esta conservación elemental consistirá, pues, en una simple continuación de la materia con transformaciones intuitivas y a la vez cuantificación de la misma sustancia. Las primeras oscilan entre una especie de evolución o de metamorfosis (el azúcar se convertirá en agua) y de composición atomística (el terrón de azúcar se divide en granos invisibles que pierden su peso y su volumen) con todas las transiciones posibles entre ambas (los granos pueden transformarse en agua, etc). En cuanto a la cuantificación se refiere, es la misma en los dos casos, pero está seguramente reforzada por el atomismo naciente.

1. Véase A. BURGER, *La raíz φύω*. París (Champion) 1925.

1. EL PRIMER SUBESTADIO DEL SEGUNDO ESTADIO (ESTADIO II A): REACCIONES INTERMEDIARIAS ENTRE LA NO CONSERVACIÓN Y LA CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA.

Entre los casos francos de desaparición examinados en el capítulo precedente, y los ejemplos netos de conservación puramente sustancial se observa, como de costumbre, un gran número de casos intermedios que merece la pena estudiar detalladamente. Se trata de niños que están todavía más o menos inclinados a creer en el aniquilamiento del azúcar disuelto, pero que la experiencia de la permanencia del nivel del agua y del peso les conduce a buscar una explicación en la dirección de la conservación del azúcar, o bien de sujetos que, de entrada, presentan esta conservación, pero que dudan y se contradicen según las diversas observaciones sucesivas:

Gri (6,10). Presenta en primer lugar algunas reacciones propias del primer estadio: «Qué pasará cuando el azúcar esté en el agua? — *Lo veremos todavía un momento, después no lo veremos. Estará disuelto, ya no estará más en el* agua. — ¿Dónde estará? — *Algunos trozos pequeños todavía estarán, después será como azúcar en polvo, después estará totalmente disuelto. No quedará nada, el agua será como era antes.* — ¿A qué sabrá? — *Sabrá a azúcar.* — ¿Y después? — *Ya no será dulce, porque el azúcar estará totalmente disuelto y no quedará nada.* Por lo que respecta al nivel, «*ha subido porque el azúcar ocupa un lugar.* — ¿Y cuando esté disuelto? — *Descenderá, porque ya no quedará azúcar abajo.* Igualmente el agua azucarada perderá su peso: «*Otra vez vuelve a pesar menos, porque el azúcar ya no está.*»

Pero después de haber comprobado que el peso no varía, Gri cambia de interpretación: «*Ha quedado al menos un poco de azúcar.* — ¿Pero por qué el peso es el mismo cuando está disuelto? — *Porque continúa habiendo el azúcar, pero en polvo y no se le ve.* — Mira dónde está el agua. — *No ha vuelto a descender porque hay un poco de azúcar en polvo que no se ve.*»

Bur (8,4). Duda entre la conservación afirmada espontáneamente y la no conservación, sin poderse decidir: el azúcar «*estará totalmente disuelto.* — ¿Qué? — *Es decir, se hace más pequeño y después ya no se ve.*» En cuanto al agua, *subirá porque el azúcar es pesado* (gesto de arriba hacia abajo) *y la hace subir... cae con fuerza* (= con energía) y *hace subir el agua.* Pero, cuando llega a este punto, Bur piensa que en el curso de la disolución el agua subirá todavía más y después descenderá: primero «*el agua subirá todavía un poco más arriba.* — ¿Por qué? — *Por el azúcar. Hay más agua que antes por los "desechos"* — ¿Qué son los desechos? — *El azúcar se disuelve, deja desechos* (= trozos) *y*

estos desechos suben a la superficie. Pero en seguida Bur piensa que el azúcar *ha desaparecido.* — ¿Hay algo en su lugar? — *No, ha desaparecido al disolverse.* — ¿Queda algo del azúcar? — *Nada.* — ¿Adónde ha ido? — *Dentro del vaso.* — ¿Pero está aquí o no? — *El azúcar no está aquí, pero los desechos se se han quedado en el agua, el azúcar ya no existe.* — ¿Cómo es el azúcar? — *Son pequeños granos y esto forma el azúcar.* — ¿Y los desechos? — *Son más pequeños que los granos.* — En esta agua (el agua azucarada) ¿queda algo? — *Desechos del azúcar disuelto.* — ¿Dónde están? — *En el agua.* — Entonces, el azúcar dónde está? — *No existe ya, está disuelto.* — ¿Qué quieres decir? — *Que ya no existe.*»

Después pasamos a la previsión de los pesos y hacemos comparar a Bur un platillo que contiene un vaso de agua pura con tres terrones de azúcar puestos al lado y un vaso de agua azucarada con los tres terrones disueltos: «*Éste* (el último) *pesa menos porque el azúcar ya no está.* — ¿Y antes? — *Era igual, pero ahora está disuelto, el peso no es el mismo, los azúcares no existen ya.* — ¿Se cambiaron en algo? — *Sí, quedan los desechos, los pequeños granos. Esto forma el azúcar.* — ¿Y si pesáramos los terrones por un lado y todos los desechos por el otro? — *El azúcar pesa más, los desechos se hacen más pequeños.* — ¿Y un terrón entero por una parte y un terrón aplastado por la otra? — *Sería lo mismo, hay siempre pequeños desechos y esto hace el azúcar.* — ¿Entonces estos dos platos? — *Será lo mismo mientras el azúcar no esté todavía disuelto, pero cuando lo esté no será lo mismo, porque ya no existe más; siempre se hace más pequeño y después no queda ya nada.*» En fin, Bur comprueba la constancia del peso y del nivel y concluye la conservación.

Afi (8,6). Duda igualmente entre las dos soluciones, pero termina por decidirse por el atomismo: «*El azúcar desaparecerá. Se hará cada vez un poco más pequeño. Después ya no quedará nada.* — ¿A qué sabrá? — *Dulce.* — ¿Y después de algunos días? — *No, será demasiado viejo, el sabor desaparecerá.* El agua subirá *porque ocupa sitio.* — ¿Y cuando esté disuelto? — *Después todavía cogerá un poco de sitio, cuando esté disuelto, pero menos.* — El azúcar está todavía dentro cuando está disuelto? — *Sí, todavía dentro, todavía quedará un poquito.* — ¿Cómo estará? — *Estará disuelto, no veremos nada, desaparecerá.* — ¿Y el agua, descenderá? — *No del todo.* — ¿Por qué? — *Aunque está disuelto, pesa.* — ¿Qué es lo que pesa? — *El azúcar.* — ¿El azúcar, está todavía dentro? — *Sí, no lo vemos, pero está dentro.*» Afi llega, pues, a prever la conservación de un poco de volumen, de peso y de sustancia simultáneamente. Cuando lo pesa, se sorprende de que nada haya cambiado, pero se adapta rápidamente: «*No ha cambiado.* — ¿Por qué? — *Porque el azúcar no lo vemos, pero tiene el mismo peso, el peso del azúcar.* — ¿Cómo está el azúcar? — *Está en migajas, en migajas muy pequeñas, que no se pueden ver.* — ¿Y con una lupa? — *No, es demasiado pequeño.*»

Bal (8,7). Empieza igualmente diciendo: «*El azúcar desaparecerá y no quedará nada.* — ¿A qué sabrá el agua? — *Sí, el azúcar ha desaparecido, pero queda azúcar todavía en el agua dulce.* — ¿Cómo es esto? — *Se disuelve completamente, y después ya no es más que agua azucarada.* — ¿Y después? — *El sabor se conserva siempre.* Respecto al peso: *Pesa menos el azúcar que está disuelto.* — ¿Y el agua, permanecerá aquí o descenderá? — *Permanecerá hasta*

arriba, porque el azúcar pesaba cuando lo hemos tirado en el agua, hizo subir el agua y entonces el agua se queda arriba. — ¿El azúcar está todavía aquí? — *No, no está ya aquí.* — ¿Pesa lo mismo el agua azucarada que la otra? — *No, porque usted ha echado el azúcar dentro.* — Entonces, ¿queda algo del azúcar? — *Sí, el sabor.* — ¿Por qué pesará más este vaso (azucarado) que el otro? — *Porque aquí el azúcar está disuelto y en el otro vaso no ha habido nunca.* — ¿Entonces queda algo del azúcar? — *El sabor.* — ¿El sabor pesa o no pesa? — *No pesa.* — Entonces, ¿por qué éste pesará más? — *No lo sé.* Entonces pesamos y Bal comprueba que el peso es el mismo que antes de la disolución. ¿Entonces el azúcar está todavía dentro o no? — *No, ya no está, pero hay el líquido, hay el jugo del azúcar y el jugo tiene el mismo peso que el azúcar. El jugo se desliza.*»

Go (8,11). Así mismo, empieza por decir: «*El azúcar se hace cada vez más pequeño, y entonces desaparece totalmente.* — ¿No estará ya en el vaso? — *No, ya no estará, pero queda al menos el sabor, porque está disuelto.* — ¿El sabor se conserva? — *No, ah sí, se conserva.* En cuanto al peso: *Cuando el azúcar está disuelto tiene el mismo peso que cuando no había azúcar.* Y en cuanto al nivel: *Cuando esté disuelto descenderá, porque el terrón ya no estará.* Pero después de la experiencia, al comprobar que el agua no desciende, Go supone que se han conservado unos granitos muy finos. — Y si los pusiéramos juntos, ¿sería lo mismo que el azúcar? — *No, hay algunos que se funden y otros que se conservan.* — ¿Y al final? — *No vuelve a descender, hay siempre pequeños granos en el fondo.* — ¿Entonces éstos no se disuelven? — *Sí, al final se disuelven.* — ¿Entonces por qué no vuelve a descender el agua? — *El azúcar está en el agua.* — Respecto al peso observado, Go dice al fin: *El vaso de agua con el azúcar fundido, pesa un poco más que el otro, porque tiene todavía azúcar dentro.*»

Nol (9,4). Empieza también creyendo en la desaparición total: «*Se convierte en pequeñas migajas.* — ¿A qué sabrá? — *Dulce, porque el azúcar ha pasado y ha endulzado el agua. Los granos de azúcar han subido.* — ¿Y después de algunos días? — *Ya no estará dulce.* — ¿No quedará nada del azúcar? — *No, nada.* — ¿Se va? — *Sí.* — ¿Cómo es esto posible? — *Ah.* — (Cambia de opinión) *los granos no pueden marcharse. Pueden ir solamente hasta donde haya agua* (hasta la superficie) *y entonces aquí arriba se disuelve.* — ¿Qué quieres decir? — *Que los granos ya no existen. Se conserva sólo un poco de agua. Es como la nieve cuando se funde, no queda más que un poquito de agua.* En cuanto al peso cree que será *menos pesado cuando el azúcar se disuelva, porque ya no hay azúcar.*» Lo pesamos y da la misma explicación que para el volumen.

Col (9,6). Primero piensa que no queda nada del azúcar como volumen. «*Sólo se conserva el gusto.* — ¿El peso también desaparece? — *Pesa lo mismo que cuando no había todavía azúcar dentro.* — Pero después de haber observado el nivel, Col admite que el azúcar al disolverse forma un poco más de agua. — *El azúcar se transforma, da lugar a agua espesa, y después esto tiene un sabor dulce.*»

Bag (9,8). Igualmente empieza diciendo: «*El agua descenderá porque ya no tiene peso, no ocupa ya lugar.* — ¿Por qué? — *Los terrones están deshechos*

y son muy pequeños, después ya no estarán aquí. Pero después de ver que el nivel permanece constante, dice. *El agua conserva el nivel, porque es agua lo que ha quedado: Los azúcares se han convertido en agua azucarada.* — Por otra parte, Bag cree que el peso desaparecerá. — *Ya no pesa. Ahora es dulce, pero después ya no quedará nada, es agua pura.* — Pero viendo que el peso se conserva, se corrige. — *Los azúcares se han convertido en agua dulce* (=azucarada).»

GIL (9,10). Empieza también creyendo que el volumen y el peso no se conservan. «*Porque el azúcar se disolverá.* — ¿Qué quieres decir? — *Que ya no está.* — Después de comprobar que el nivel y el peso son idénticos. — *Creo que el azúcar lo ha hecho más pesado: está disuelto, pero pesa más porque el azúcar se conserva aquí dentro, aunque no lo vemos: son trozos tan pequeños que ya no los vemos.*»

MAT (9,10). «*Pesará igual que el agua pura porque el azúcar ya no está.* — Después, acordándose de que el agua está "azucarada" acaba creyendo que *el azúcar está todavía allí, pero no es más que pequeños granos en el fondo.* Y añade: *Todos los granitos se esparcen y hacen el agua dulce.*»

Nos hemos extendido un poco en estas respuestas, debido a su interés para el análisis de los inicios de la conservación y de los primeros rudimentos de atomismo. En efecto, todos los niños que acabamos de citar, están todavía inclinados, como los del primer estadio, a creer en la desaparición del azúcar, y de sus efectos materiales. Sólo que, en lugar de limitarse a este simple fenomenismo, presentan un doble progreso en relación a los sujetos del estadio precedente. Unos, como Gri, Bag y Gil, empiezan por una clara negación, pero la experiencia de los niveles y los pesos los advierten de su error y buscan entonces una explicación en el sentido de la conservación. Los otros (los más numerosos), como Bur, Pif, Bal, Gol, Rol, Col y Mat, manifiestan desde el principio del interrogatorio (o en el curso del mismo, pero antes de presentarles los datos experimentales) tendencias a la conservación e intentan conciliarla con la comprobación fenomenista de la desaparición. Pero estos dos progresos no son en realidad más que uno solo y por ello hemos mezclado estos dos tipos de casos. Por una parte, los que parecen no llegar a las ideas de conservación más que gracias a las imposiciones de la experiencia (primer grupo) dan prueba, por este solo hecho, de un progreso notable de las nociones que intervienen en su razonamiento, puesto que los mismos hechos de la experiencia no convencían en absoluto a los niños del estadio precedente: una construcción deductiva es siempre necesaria para la lectura de los hechos experimentales, y el hecho de que esta lectura enseñe algo a este primer grupo de sujetos demuestra suficientemente que

sus conceptos y sus procedimientos de composición lógica están en vías de transformación. Por otra parte, los que tan sólo por su razonamiento parecen llegar a los inicios de la conservación (segundo grupo) están seguramente influidos por los hechos observados en la experiencia realizada o puestos en evidencia por la discusión con la persona que interroga al niño. En los dos casos, pues, hay a la vez un progreso del razonamiento y un progreso en la sumisión de la experiencia real, es decir, construida y no ya inmediata.

Notemos, en primer lugar, sin obligarnos por tanto a diferenciar los dos grupos precedentes de sujetos, que en estas respuestas intermedias el niño llega con muy poca frecuencia a la idea de una conservación completa de la sustancia del azúcar, es decir, de la invariabilidad de la cantidad de materia. En la mayor parte de los casos, admite simplemente que «algo continúa» y se limita a intentar comprender en qué forma, sin precisar si se trata o no de la misma cantidad. Pero este principio de permanencia cualitativa marca seguramente ya un gran progreso en comparación con la aniquilación total, propia del primer estadio.

Para dar cuenta de este descubrimiento fundamental del niño, de que alguna sustancia se conserva después de la disolución, es necesario, evidentemente, invocar primero la experiencia: la permanencia del sabor, el hecho de que podemos hablar de «agua azucarada» y distinguirla del agua pura, constituyen a este respecto los primeros datos de los que procede la presunción de la conservación. Por otra parte, el peso y el nivel del agua, sea porque el niño haya podido comprobar anteriormente una semiconstancia, o bien porque la descubra totalmente en el momento de las verificaciones finales, tienen naturalmente también una función esencial. No debemos subestimar la parte de la experiencia en la génesis de esta «continuación de algo» que es el inicio de la conservación. Sólo cuando el niño afirme con el sentimiento de una necesidad *a priori,* la invariabilidad completa de la totalidad cuantitativa de la materia, nos parecerá que ha superado lo que la experiencia no puede haberle enseñado jamás, pero mientras se limite a admitir la conservación de una cierta cantidad de azúcar, el niño está sin duda instruido por los mismos hechos.

Tan sólo será necesario comprender bien que se trata aquí de una experiencia construida y no inmediata, es decir, que su «lectura» consiste en una deducción y no en una percepción. En efecto, ni el sabor ni incluso la comprobación de la identidad del peso y del nivel son suficientes para perturbar en los niños del primer estadio, su creencia en el

aniquilamiento del azúcar, mientras que éstos deducen de ella la conservación. El sujeto que cree en la desaparición del azúcar sabe perfectamente, por ejemplo, que el agua está azucarada, pero interpreta este hecho diciendo que el sabor es un «vapor» sin relación con la sustancia y que se disipará en algunas horas. Si comprueba que el agua conserva su nivel elevado, concluye simplemente que el agua, habiendo subido por la influencia de los terrones, no puede descender sola cuando el azúcar ha desaparecido. Y si el peso permanece constante, es porque en el transcurso de la experiencia ha aparecido un poco más de agua, o bien el misterio permanece impenetrable. Las relaciones perceptivas proporcionadas por la experiencia inmediata no son pues suficientes para engendrar la noción de la conservación de la sustancia: mientras el niño permanece en el plano del fenomenismo egocéntrico que caracteriza el estadio precedente, estos datos de la experiencia directa, no dan lugar a ninguna composición deductiva y por ello no son suficientes para quebrantar la creencia en la desaparición. ¿Cómo, pues, los casos intermedios de este estadio II A consiguen sacar partido de estos mismos datos, para inducir de ellos la conservación, es decir, y esta expresión negativa marcará incluso la dificultad de esta conversión, para resistir su tendencia natural a admitir el aniquilamiento total del azúcar?

En realidad, si la inducción experimental, gracias a la cual el niño de este nivel supera el fenomenismo egocéntrico, es ya una construcción, constituye un principio de composición y se transformará en deductiva cuando el sistema formado por las relaciones así coordinadas encuentre su terminación en un agrupamiento reversible. Por eso, este estadio II A es tan interesante: marca el punto de partida de esta inversión de sentido que conduce desde la experiencia inmediata y subjetiva a la experiencia racional y a la deducción operatoria.

La interpretación del «sabor» en un principio, es ya en sí misma significativa, puesto que de momentáneo y no sustancial, el sabor azucarado se convierte en duradero y manifiesta la sustancia. Así, Gri, Afi y Rol empiezan por admitir, como los sujetos del estadio I, que el gusto desaparecerá tarde o temprano y no demuestra nada: «ya no será dulce, porque el azúcar estará totalmente disuelto y no quedará nada», dice Gri. Según Afi, después de algunos días «será demasiado viejo, el sabor desaparecerá», y Nol: «ya no estará dulce». Al contrario, Bal, Go, Col y Mat llegan a la conservación de la sustancia gracias a la del sabor mismo. Así, Go piensa primero que el azúcar «desaparece totalmente», pero precisa:

«ya no estará, pero queda al menos el sabor porque está disuelto»; a la pregunta ¿El sabor se conserva? responde: «No, ah sí, se conserva» y admite a partir de aquí la conservación: opone, en efecto (inmediatamente después), el estado B «cuando el azúcar está disuelto» al estado A «cuando no había azúcar» mostrando claramente así que en el estado B el vaso contiene algo sin peso ni volumen que es la sustancia del azúcar (independientemente del «terrón», es decir, de su forma voluminosa). Igualmente Bal empieza diciendo «el azúcar desaparecerá y no quedará nada», pero cuando le preguntamos «a qué sabrá el agua» hace esta aclaración esencial para la continuación: «sí, el azúcar ha desaparecido, pero queda azúcar todavía en el agua dulce» porque «el sabor se conserva siempre». En efecto, esta afirmación es lo que le permite mantener a continuación la idea de una conservación de la sustancia por oposición a la del peso: el azúcar «no está ya aquí», dice cuando piensa en el peso, pero queda no obstante algo del azúcar «sí, el sabor». En cuanto a Col, expresa de la manera más clara posible la idea de que el volumen y el peso del azúcar desaparecerán, mientras que la sustancia azucarada persiste: «sólo se conserva el gusto» (es decir, únicamente permanece el sabor). Mat, en fin, concluye directamente del sabor al atomismo (véase más adelante). Por el contrario, otros sujetos, como Bag no utilizan el argumento del sabor más que una vez alcanzada la conservación por otros métodos (peso y volumen).

¿Qué se produce, pues, en el pensamiento del niño entre el momento en que el sabor no es para él más que momentáneo y no sustancial y el momento en que se transforma en duradero e indica la existencia de una materia subyacente? Evidentemente nada hay, en la experiencia inmediata del sujeto, que sea suficiente para explicar esta transformación. Tener la idea de verificar si el agua azucarada conserva su peso después de algunos días, sería ya por parte del niño que hiciera esta experiencia, un índice de que posee las nociones de conservación. En cuanto a la sustancia subyacente al sabor, es un concepto construido y no dado por la percepción. Si nuestros sujetos llegan a suponer la permanencia y la sustancialidad de los sabores, es porque han superado el fenomenismo egocéntrico según el cual las cualidades sin soporte satisfacen el pensamiento puesto que son percibidas por el ego, y porque están orientados no hacia esta unión subjetiva, sino hacia la coordinación que se efectúa desde el punto de vista del objeto. No hay otra solución, en efecto: una cualidad parece justificarse en sí misma, pero entonces es que está relacio-

nada inconscientemente con las acciones del que la percibe, o bien se separa de este grupo ilusorio y, para hacerla entrar en un grupo real, es necesario entonces proporcionarle un sustrato. Por esto los dos nuevos caracteres del «sabor», la permanencia y la sustancialidad, no constituyen de hecho más que uno solo: son simplemente la expresión de un principio de coordinación descentrado en relación al ego y buscando su nuevo punto de apoyo en la realidad de las «operaciones físicas».

La interpretación por parte del niño de la constancia del peso da lugar a consideraciones enteramente análogas. Todos los sujetos examinados creen, antes de la experiencia final, que el peso de los terrones de azúcar añadidos al del agua, desaparecerá con la disolución o al menos disminuirá notablemente. «Otra vez vuelve a pesar menos porque el azúcar ya no está», dice Gri, «no queda nada» (del peso), dice Bur. «Cuando el azúcar está fundido tiene el mismo peso que cuando no había azúcar», precisa Go, etc. Col, Bag, Gil y Mat son también muy claros. Afi, al contrario, piensa que una parte del peso se mantiene: «aunque está disuelta, pesa», pero no iguala los pesos de los terrones puesto que el agua elevada por estos pesos descenderá un poco («no del todo»). Bal dice igualmente que «pesa menos el azúcar que está fundido», sin admitir la desaparición total del peso. Rol está entre las dos opiniones. En la creencia espontánea de cada uno de estos niños, hay pues, en resumen, un aniquilamiento o disminución del peso. Ahora bien, inmediatamente después de que, en las comprobaciones experimentales que tienen lugar al fin del interrogatorio, estos mismos sujetos descubren que el peso se ha mantenido constante, y sacan inmediatamente la conclusión de que la sustancia se ha conservado. Así, Gri, que negaba hasta aquí toda conservación, exclama: «ha quedado al menos un poco de azúcar» y precisa incluso que «continúa habiendo el azúcar». Igualmente, Gil piensa que no quedará nada de azúcar («ya no hay»), pero las comprobaciones finales le conducen a otra observación: «creo que el azúcar pesa más... porque el azúcar se conserva aquí dentro aunque no le vemos». En cuanto a Bur, Go y Bag, la identidad del peso les confirma la hipótesis de la invariabilidad de la sustancia a la cual llegaron de manera distinta (sabor o volumen). Por último, Afi y Bal admiten de entrada la conservación de una parte del peso: evidentemente la comprobación de su constancia los refuerza en sus coordinaciones. En resumen, mientras que en el primer estadio, la medida del peso que tiene lugar al final del interrogatorio no conduce absolutamente para nada al niño a suponer la conservación del

azúcar, en cada uno de estos casos intermedios del estadio II A vemos al contrario que este dato experimental provoca o refuerza la creencia en la conservación de la sustancia. Esta coordinación se explica lógicamente de la misma manera que el descubrimiento de la sustancialidad del «sabor», por la necesidad de atribuir toda cualidad sensible a un *substratum* cuya constancia y cuyas transformaciones sean componibles en un sistema objetivo. Ahora bien, es muy interesante notar que esta coordinación del peso y de la sustancia no se efectúa más que en el momento en que el peso es reconocido como constante: los sujetos de este nivel admiten fácilmente, en efecto, que el azúcar se conserva con la forma del «sabor» o de la sustancia azucarada sin que pese, mientras que no conciben la conservación del peso sin una variable de sustancia. Este hecho se observa en particular en el caso de Bal: «pesa menos el azúcar que está disuelto» porque «el sabor... no pesa» y, no obstante, Bal presiente que el agua azucarada pesa un poco más que el agua pura «porque usted ha echado azúcar en el agua»... Problema insoluble hasta que el niño comprueba la constancia del peso y concluye entonces en la transformación del azúcar en líquido pesado.

La coordinación del volumen y de la sustancia es igualmente neta, pese a los residuos del fenomenismo que se observa en Bur y Bal. Para la mayoría de los sujetos, el agua descenderá a su nivel inicial después de la disolución. Cuando observan en seguida que el nivel no ha cambiado desde la inmersión de los tres terrones de azúcar, concluyen inmediatamente la conservación del azúcar. Así, Go dice en un principio «cuando esté disuelto descenderá porque el terrón ya no estará», después, viendo que no ocurre así, Go se corrige: «hay granitos muy finos que quedan». Para los que suponían la conservación de la sustancia por otras razones, la constancia del nivel confirma simplemente sus puntos de vista. Podemos decir, pues, tanto del volumen como del peso, que la conservación de la sustancia no lleva consigo *ipso facto* la de un espacio ocupado por el azúcar, sino que la comprobación de la permanencia del nivel conduce al niño a admitir la invariable sustancial. En cuanto a Bur y Bal, al contrario, parecen afirmar la constancia del volumen antes que la de la sustancia, lo que sería totalmente opuesto a lo que acabamos de ver, pero esto no es más que una ilusión y lo que afirman no es en modo alguno la invariabilidad del volumen del azúcar, sino tan sólo la elevación del nivel del agua por razones de dinamismo fenomenista de las que tenemos aquí un ejemplo: según Bur, el agua subió en el mo-

mento de la inmersión de los terrones de azúcar porque el azúcar cayó con fuerza, «cae con fuerza y hace subir el agua»: por eso, cuando sus «desechos suben a la superficie» hacen subir el agua todavía más hasta que el azúcar esté disuelto y los «desechos» inmóviles, ¡lo que hace caer el agua al nivel inicial como si no hubiera ya azúcar! Para Bal, no es el azúcar disuelto en el agua lo que explica la constancia de nivel que él prevé puesto que el azúcar «no está ya allí»: es simplemente que «el azúcar pesaba cuando lo hemos tirado en el agua, hizo subir el agua y entonces el agua se queda arriba». Bal reacciona todavía como los sujetos del primer estadio, para los cuales el nivel del agua permanece elevado «porque no hay nada que la empuje hacia abajo», no se trata en absoluto de una conservación del volumen del azúcar hasta que se haga la hipótesis de la permanencia de la sustancia; únicamente al comprobar la constancia del peso es cuando supone que el azúcar se transforma en líquido y da entonces su sentido real a la permanencia del nivel del agua.

En resumen, tanto la coordinación espontánea que el niño establece antes de las experiencias finales entre el «sabor» dulce del agua y de la «continuación» de la sustancia, como la repentina relación que se efectúa al final del interrogatorio entre la constancia del peso y del volumen que comprueba experimentalmente y la invariación sustancial que deduce, estas dos novedades del estadio II A se explican una y otra por el paso del fenomenismo egocéntrico del estadio I a la composición operatoria que se terminará en el estadio II B. En cuanto al fenomenismo egocéntrico, hemos visto en el capítulo cuarto, que las cualidades inmediatas están a la vez incoordinadas entre sí y relativamente indiferenciadas: están indiferenciadas en la medida en que son percibidas simultáneamente y fusionadas en un mismo esquema subjetivo, e incoordinadas en la medida en que son percibidas sucesivamente y simplemente yuxtapuestas. Así es como el volumen y el peso se confunden en un esquema dinámico que explica por qué el terrón sumergido hace subir el agua mientras que el sabor del agua azucarada no tiene relación alguna con los otros caracteres del azúcar y no conduce a la idea de la permanencia sustancial. Al igual que la comprobación de la identidad del nivel y del peso, no llevan consigo ninguna composición deductiva. Al contrario, en los niños de este estadio II A se observa un proceso de diferenciación y de coordinación complementarias de las cualidades o de las relaciones percibidas, y este inicio de composición es suficiente para explicar la naciente conservación de la sustancia.

¿En qué consiste esta composición? En reemplazar, en la medida de lo posible, el proceso intuitivo por un proceso de fracciones y de desplazamientos de las partes en el espacio y en el tiempo, sustituyendo así a la noción de cualidades fluyentes y subjetivas la de objetos móviles que permanecen invariables en el curso de estos desplazamientos. Entre los niños de este estadio observamos de hecho tres esquemas que cumplen más o menos convenientemente estas dos *desiderata*. El más simple es el de la transmutación del azúcar en agua, el más complejo, el de la pulverización atomística y, entre los dos, el de la pulverización con licuefacción ulterior de los granos convertidos en invisibles.

El primer tipo de explicación es con seguridad el menos desarrollado, puesto que consiste nada más en imaginar una licuefacción del azúcar continuando casi con los datos de la percepción, mientras que el atomismo supone una construcción propiamente dicha. Pero si esta hipótesis no reduce todavía en absoluto la disolución en operaciones espaciales y continúa refiriéndose a un proceso intuitivo e irreversible, permite no obstante considerar el azúcar, una vez convertido en líquido como un objeto constante cuyos desplazamientos en el agua del vaso no alteran ya las propiedades. Col y Bal nos dan buenos ejemplos de este tipo de razonamientos. Los dos parten de la idea de que sólo subsiste el sabor, a la exclusión del peso y del volumen (con conservación de una parte del peso para Bal, pero concebido más bien como un resto de presión y no relacionado de entrada a la sustancia): ahora bien, desde que comprueban la permanencia del peso y del nivel del agua, renuncian a esta noción de una sustancia imponderable y que no ocupa ningún espacio para suponer que el azúcar se transforma: «da lugar a agua espesa y después esto tiene un sabor dulce» (Col), o que se mezcla con el agua «el jugo del azúcar y el jugo tiene el mismo peso que el azúcar: el jugo se desliza» (= líquido) (Bal). De esta manera, el sabor, el peso y el volumen se reúnen en un mismo invariable, lo que expresa brevemente Bag, en otro ejemplo de este mismo tipo: «los azúcares se han convertido en agua dulce».

Para los niños de un segundo tipo, la conservación de la sustancia, cuando ésta aparece, igualmente se explica por una licuefacción, pero sucediendo a una primera fase de pulverización, que anuncia el atomismo propiamente dicho. Así, para Rol, el azúcar se disocia primero en «migajas» o en «granos» que se esparcen en el agua y son la causa de su sabor azucarado. Evidentemente, no se trata, en primer lugar, más

que de partículas visibles cada vez más pequeñas, percibidas en suspensión o en movimiento en el agua antes de la disolución completa, pero este espectáculo percibido por el niño se prolonga en seguida en un atomismo propiamente dicho, puesto que los «granos» subsisten mientras dura el sabor y «subieron» dentro de todo el vaso. Para Rol se trata de una primera fase que él se representa, al principio del interrogatorio, como seguida de un aniquilamiento completo: no quedará, en efecto, «nada». Entonces se produce en su pensamiento una inversión de sentido, decisiva y extremadamente instructiva, para la psicología de la «operación» por oposición a las transformaciones irreversibles: cuando preguntamos a Nol si los granos «desaparecieron», intenta inmediatamente imaginar la transformación en términos de desplazamientos espacio-temporales y no ya en un simple devenir intuitivo, de ahí la reacción: «Ah, no pueden marcharse: pueden ir solamente hasta donde haya agua» (= hasta la superficie del agua). Pero en lugar de imaginarse estos «granos» como circulando a partir de entonces sin cambio, lo que le hubiera dado la solución atomística definitiva, intenta conciliar su desconcierto con el aniquilamiento aparente y supone que se fundieron «¡como la nieve!». Una vez comprobada la permanencia del peso y del nivel del agua le es fácil entonces explicarlo por el hecho de que «el azúcar está jugoso. Ha dado un poco más de agua», que recuerda el primer tipo. Igualmente, Go empieza por admitir que el azúcar desmenuzándose «desaparece totalmente» en cuanto al peso y al volumen, únicamente el sabor subsiste a título de sustancia imponderable mezclada con el agua sin ocupar un espacio especial. Pero cuando comprueba con la experiencia la permanencia del nivel y del peso, supone en seguida que el desmenuzamiento de los terrones conduce a «granitos muy finos que se conservan». Sólo que en lugar de mantenerse con este esquema, explicando el sabor, el peso y el volumen por desplazamiento de estos granos en el agua, imagina que unos permanecen inmóviles en el fondo («hay siempre pequeños granos en el fondo») y que los otros para extenderse, deben licuarse («hay algunos que se funden y algunos que se conservan»). Bur oscila todavía más entre las dos hipótesis. Por una parte, el azúcar se disocia en pequeños terrones o «desechos» que explican el aumento progresivo del nivel del agua; por otra parte, el azúcar se transforma en agua («hay más agua que antes», «viene del azúcar»). En cuanto a las relaciones entre estos granos y esta agua, tan pronto se trata de «desechos» que se disuelven, como es la disolución aparente la que produce los desechos.

Cuando la conservación de forma atomística predomina, Bur llega incluso a atribuir a la materia azucarada cierta estructura granular: «Son pequeños granos y esto forma el azúcar»; únicamente no pudiendo concebir el conjunto de transformaciones en forma de fraccionamiento y de desplazamientos espacio-temporales Bur duda, hasta las comprobaciones finales, entre la no conservación, la conservación con licuefacción y la conservación atomística.

Finalmente, los niños del tercer tipo pasan directamente de la pulverización dada en la percepción a la alternativa de una aniquilación completa o de una conservación de forma atomística. Llegan, pues, en parte espontáneamente y en parte por la influencia de las comprobaciones experimentales, a un modo de composición causal que elimina toda transformación intuitiva o irreversible en provecho de puras operaciones de fraccionamiento del azúcar y de desplazamiento de los corpúsculos engendrados. Así, Gri empieza por decir que el azúcar al fundirse «será como azúcar en polvo», después «no queda nada, el agua será como era antes». Pero cuando comprueba la permanencia del peso, concluye sin más, de esta pulverización visible, la idea de un «polvo» invisible: «Continúa habiendo el azúcar, pero en polvo, y no se le ve». De la misma manera, Afi cree primero que «ya no quedará nada», pero inmediatamente cree que «todavía quedará un poquito» y que «no lo vemos, pero está dentro», es suficiente entonces comprobar la constancia del peso para que concluya inmediatamente que el azúcar «está en migajas, en migajas muy pequeñas que no se pueden ver». Gil sigue el mismo camino: «el azúcar ya no está», pero como comprueba que el peso y el nivel son permanentes «el azúcar se conserva aquí dentro, pero son trozos tan pequeños que ya no los vemos». En fin, Mat encuentra la misma idea después de acordarse de la duración del «sabor»: empieza diciendo que «el azúcar está todavía allí, pero no es más que pequeños granos en el fondo», después, para explicar que el sabor está esparcido por toda el agua, precisa los desplazamientos posibles: «Todos los granitos se esparcen y hacen el agua dulce».

En definitiva los casos más avanzados de este estadio II A, llegan pues, para explicar la permanencia de la sustancia dulce, o bien para relacionar el peso y el volumen constantes o revelados por las experiencias hechas al fin del interrogatorio, a concebir un sistema de operaciones físicas que coordina todos los datos en una composición de conjunto: el terrón de azúcar está formado de granos que pueden desplazarse después

del fraccionamiento del conjunto, pero esta descomposición y estos desplazamientos dejan constante no sólo cada grano, en tanto que individuo, sino la totalidad constituida por su reunión. En la medida en que estas diferentes relaciones percibidas sucesiva y simultáneamente son coordinadas en un grupo de operaciones y no ya en una simple fusión de cualidades, se impone cierta consistencia sustancial que supera el fenomenismo egocéntrico del estadio I. No obstante, conviene recordar al terminar este análisis, que si estas últimas respuestas nos permiten suponer por anticipación lo que será el atomismo de los estadios superiores, es porque hemos reunido intencionadamente, para aclararlas unas con las otras, las reacciones espontáneas de estos niños y sus reacciones a las experiencias hechas al final del interrogatorio, pero es evidente que abandonados a sus solos medios no llegan más que a entrever la permanencia únicamente de la sustancia fundada sobre el sabor dulce y en modo alguno todavía las invariabilidades del peso y del volumen. Esto lo veremos mejor en el párrafo siguiente estudiando el final de las nociones propias al estadio II.

2. EL SEGUNDO SUBESTADIO DEL SEGUNDO ESTADIO (ESTADIO II B): CONSERVACIÓN DE LA SUSTANCIA, PERO NO CONSERVACIÓN DEL PESO Y DEL VOLUMEN.

Después de haber examinado en el párrafo 1 los casos intermedios entre el fenomenismo y la conservación espontáneamente afirmada de la sustancia, he aquí unos casos claros de esta invariabildad sustancial concebida a partir de ahora como necesarios:

Lou (8,8). «*El agua estará dulce.* — ¿Y el azúcar? — *Se disuelve.* — ¿Qué quieres decir? — *Se transforma en pequeños granos, no le veremos más, pero está en el agua.* — ¿Estás seguro? — *Sí, puesto que el agua está azucarada* — ¿Siempre estará dulce? — *Sí.* — ¿El agua estará siempre en el mismo sitio? — *Subirá un poco: es como cuando ponemos la mano en una taza, ocupa sitio.* — ¿Y después? — *Cuando el azúcar se disuelva, pero cuando está disuelto totalmente, vuelve a la misma altura que ahora.* — ¿Y el peso? (le enseñamos el peso del agua pura que servirá de testimonio) — *Pesa un poco más que el agua pura. No, el azúcar disuelto pesa igual que el agua pura, porque el azúcar está disuelto y el agua es únicamente dulce.* — ¿Y el azúcar? — *No pesa ya.* — ¿No veríamos ya nada con una lupa? — *Sí, todavía pequeños granos muy finos.* — ¿No pesan nada? — *No.*»

Pasamos a las comprobaciones del nivel y del peso: «*Yo no hubiera nunca creído que hubiera una diferencia tan grande* (entre el agua dulce y el agua pura). *Es el azúcar que está dentro, ¡no lo hubiera creído!* — ¿Pero aquí el azúcar está disuelto? — *Sí, pero el azúcar pesa, lo veo: el azúcar cuando está disuelto, es lo mismo dentro que fuera, como si no estuviera disuelto, sino cortado en pedazos.* — ¿Qué quiere decir disuelto? — *Aplastado, a migajas.* — ¿Y la lupa? — *Veríamos pequeñas migajas.*»

Bon (9,6). «*El azúcar se disolverá.* — ¿Qué quieres decir? — *No se verá ya. Se ha transformado en pequeños granos, en polvo. No podremos verle más.* — ¿Y si lo pesamos? — *El azúcar disuelto ya no tiene peso.* — ¿Y el agua? — *Cuando ponemos los terrones ocupan sitio, hacen subir el agua y cuando está disuelto desciende, se pone como estaba antes.* — ¿Pero el azúcar está todavía allí, o no está? — *Sí, en granitos muy finos.* — ¿Entonces por qué desciende el agua? — *Son granitos muy finos que no ocupan ya lugar.* — ¿Pero pesa o no pesa más que el agua pura? — *Ya no pesan nada, hasta tal punto son pequeños.* — ¿De qué son estos pequeños granos? — *Todavía es azúcar, en polvo muy fino.* — ¿Y el sabor? — *Todos los granitos conservan el sabor.*»

San (9,10). «*El azúcar se disolverá.* — ¿Qué quieres decir? — *Hará pequeñas bolas, polvo de azúcar.* En cuanto al agua, subirá *porque el azúcar ocupa sitio,* pero en seguida *descenderá de nuevo porque el azúcar se hará pequeño y muy fino.* Igualmente para el peso: *Se vuelve de nuevo ligero como antes.* Y añade: *El azúcar estará en pequeños trozos.* — ¿Podemos verlos? — *No.* — ¿Cómo podemos saber que están dentro? — *Los hemos visto antes.* — ¿Pero tendrán el mismo peso? — *No, porque serán pequeñas migajas, ya no será un bloque.*»

Pero una vez en presencia de los hechos (nivel y peso) San afirma que «*es el peso del azúcar que todavía está dentro.* — ¿Y el azúcar? — *También.*»

Hub (10,5). Comienza declarando que «*disolver quiere decir que el agua entra. El azúcar se hace cada vez más pequeño y el agua tendrá el sabor del azúcar.* — ¿El azúcar estará siempre allí o no? — *Se pondrá con el agua y se convierte en trocitos pequeños como la harina.* A partir de entonces *siempre tendrá el mismo sabor.* Delante de los hechos de la experiencia, Hub explica que *hay agua en el azúcar y esto hace un poco más de agua.*»

Oli (11 años). Piensa que cuando el azúcar «*se disuelva, habrá endulzado el agua y estará en polvo.* — ¿Estará todavía dentro o no? — *No le veremos ya, pero estará todavía dentro, disuelto.* — ¿Y entonces, cómo está? — *Es más fino que el polvo y no le vemos.* Es porque *el agua permanece siempre dulce.* En cuanto al nivel del agua descenderá porque *el azúcar toma para sí una parte del agua, se disuelve y se rompe,* y entonces una vez el azúcar disuelto, el agua permanece donde estaba porque *el azúcar contiene más volumen disuelto.* Por otra parte, *el azúcar fundido pesará más que el agua pura, porque el azúcar estará impregnado de agua,* pero *cuando esté disuelto no tendrá ya peso. El azúcar disuelto pesa menos que el azúcar en terrones.*»

Después de las observaciones de la experiencia, Oli concluye: «*El volumen que tiene el azúcar ha comprimido el agua y el agua ha subido,* o *permanece elevada, el azúcar ha conservado su volumen: está todavía dentro, pero en polvo,* y *el azúcar, cuando se disuelve, no pierde más que un poco de peso.*»

JAC (12 años). Piensa que el azúcar fundido perderá su peso: «*Pesará menos porque estará totalmente esparcido, como evaporado, disuelto.* — ¿Qué quiere decir disuelto? — *En granos, en pequeños granos, cada vez más finos.* El nivel bajará también con la disolución. En cuanto al sabor, *el agua permanecerá siempre dulce porque lo que quede en el fondo dará el sabor. Se conserva siempre el azúcar.*»

Comprobaciones del nivel y del peso: «*Es porque hay pequeñas bolas de azúcar que se conservan dentro,* y *no ha cambiado el peso.* — ¿Por qué? — *Porque no se ha evaporado nada.*»

Estos ejemplos son suficientes para demostrarnos lo que son las reacciones del segundo estadio cuando llegan a su estado de equilibrio. Los caracteres comunes de estas respuestas son en efecto los de suponer desde el principio del interrogatorio una conservación completa de la sustancia, pero sin permanencia del peso ni del volumen. El doble problema que se plantea a este propósito es, pues, el de explicar en qué consiste la creencia en la necesidad de la conservación sustancial y por qué no se aplica ni al peso ni al volumen.

Es inútil volver sobre todos los aspectos de la coordinación que conducen a la conservación, puesto que estos niños se limitan a estabilizar las reacciones que acabamos de describir en el párrafo 1. Sin embargo, es interesante analizar a fondo los procesos de licuefacción y de pulverización que estos sujetos imaginan a este propósito, puesto que no solamente concentran todas las coordinaciones previas en un único sistema de composición espacio-temporal, sino que son las limitaciones o insuficiencias del agrupamiento adoptado en este nivel quienes explican, nos parece, el por qué no se extiende al peso y al volumen. A este propósito encontramos naturalmente de nuevo los tres tipos de explicación de que hemos hablado en el párrafo precedente: licuefacción pura, pulverización y después licuefacción y atomismo propiamente dicho.

Es inútil dar nuevos ejemplos de licuefacción simple, que son por otra parte más raros en el estadio II B que en el subestadio II A y que serán cada vez menos frecuentes a continuación, lo que prueba claramente el carácter poco desarrollado de este primer tipo de explicación. Al contrario encontramos con más frecuencia el segundo tipo. Así, Hub piensa que el azúcar se transforma «en trocitos pequeños como la harina», no obstante, una parte de ese azúcar se licua porque «hay agua en el azúcar y ésta hace un poco más de agua». Es interesante el tercer esquema, es decir, la pulverización pura o atomística, que predomina en estos niños. Así, Lou imagina «pequeños granos muy finos», invisibles a simple

vista, sin peso y sin ocupar ningún lugar suplementario en el agua. Bon habla de «pequeños granos, en polvo» o «granitos muy finos que no ocupan ya lugar», pero que «conservan el sabor» sin peso. San considera «pequeñas bolas, polvo de azúcar»; Oli, «polvo» imponderable y Jac llega incluso a pensar que «pequeños granos» son «siempre muy finos» aunque subsistan en el vaso.

El problema está ahora en saber si estos tres tipos de explicación constituyen explicaciones adventicias, que sirven para ilustrar la manera como se desarrolla la conversación, después de adquirida, o si traducen el mecanismo operatorio mismo por medio del cual el niño descubrió esta última. No hay lugar a dudas de que esta segunda solución está más cerca de la verdad que la primera, no porque el niño haya debido imaginar en primer lugar la licuefacción o atomismo para afirmar en seguida la conservación, sino que las operaciones lógicas por medio de las cuales ha construido la conservación son, a fin de cuentas, las mismas que conducen al atomismo. En efecto, los sujetos de este estadio II B, ¿cómo llegan a asegurar *a priori* la conservación de la sustancia en el caso de la bolita de arcilla? (capítulo primero). Gracias a una doble composición reversible de las relaciones de longitud, anchura, etc. (de los desplazamientos de la materia) y de las relaciones de parte a todo (partición o fraccionamiento de la materia), es decir, por dos composiciones, ya sean complementarias o reunidas en una sola totalidad operatoria, en cuyo caso conducen a la cuantificación extensiva. Ahora bien, nosotros hemos comprobado precisamente, en el párrafo 1 que todo el esfuerzo de coordinación del niño para superar el fenomenismo egocéntrico en la dirección de la conservación del azúcar, consistía en reemplazar el devenir cualitativo por estas mismas operaciones de fraccionamiento y de desplazamiento: la licuefacción y el atomismo, pues, no son otra cosa que el producto de los mismos esquemas operatorios que conducen a la conservación, la licuefacción todavía participa del devenir cualitativo, mientras que la pulverización atomística concilia las operaciones de fraccionamiento con las de desplazamiento. Cuando Jac, por ejemplo, cree que el azúcar disuelto estará «totalmente esparcido, como evaporado» y «en pequeños granos cada vez más finos» está claro que duda todavía entre la idea del aniquilamiento y la conservación, porque no concilia el desplazamiento con el fraccionamiento: al contrario, después de haber comprobado la constancia del nivel y del peso, está definitivamente seguro de la conservación, lo que expresa en seguida diciendo que «las pequeñas bolas

de azúcar» «se conservan dentro» y que «no se ha evaporado nada». Vemos así que la invariabilidad sustancial está adquirida desde que los granos engendrados por el fraccionamiento del terrón se desplazan simplemente por el interior del vaso, en lugar de escaparse: la pulverización y la diseminación combinada explican, en efecto, a la vez, la permanencia del sabor y en consecuencia la de la sustancia, y después de las comprobaciones experimentales del peso y del volumen. En una palabra, el atomismo naciente constituye un esquema de composición que elimina al fenomenismo egocéntrico en beneficio de la invariabilidad completa de la materia.

Mas si es así, ¿por qué esta composición sólo explica la conservación de la sustancia y no se aplica directamente a la del peso y a la del volumen? En efecto, en la actitud espontánea que precede a la comprobación final de los datos de la experiencia, cada uno de estos niños afirma con fuerza que los granos atómicos del azúcar «no tienen peso» y «no ocupan lugar». Mas parece que las operaciones combinadas del fraccionamiento y del desplazamiento deberían engendrar una cuantificación del peso y del volumen, al mismo tiempo que la de la sustancia dulce. ¿Por qué no es así? Encontramos aquí, pero en otros términos, el problema ya discutido a propósito de las bolitas de arcilla, y si es interesante plantearlo de nuevo, no es tan sólo a título de verificación, sino además porque dirige toda la problemática de las relaciones entre el atomismo y la comprensión o descomprensión de la materia. En el caso del peso y del volumen del azúcar, como en el de las bolitas de arcilla, lo primero que se observa es un desfase del fenomenismo egocéntrico según las acciones a las que se aplica el agrupamiento operatorio. Si la sustancia corresponde a la acción de volver a encontrar, el peso a la de sopesar y el volumen a la de contornear o de envolver, es evidente, en efecto, que al fraccionar un cuerpo y al dispersar los trozos, será más fácil agrupar las acciones del primer tipo que las del segundo, y las del segundo que las del tercero, es decir, que el fenomenismo y el egocentrismo durarán más en las segundas acciones que en las primeras, y en las terceras más que en las segundas. Con más razón, cuando se trata de un terrón de azúcar, cuyas partículas transformadas en invisibles sólo pueden dar lugar a acciones o experiencias «mentales» es relativamente fácil imaginarse que encontramos cada uno de estos granos separados, mientras que sopesarlos parece desprovisto de todo sentido y representarse el lugar que ocupan en el agua parece más irreal todavía, puesto que son «más finos que el polvo

y no los vemos» (Oli). Así, para el peso, Bon declara que «no pesa nada, hasta tal punto son pequeños» y para el volumen: «Son granitos muy finos que no ocupan ya lugar», expresiones que marcan claramente el obstáculo, desde el punto de vista fenomenista, que impide al niño representarse la significación de tales cualidades a la escala considerada.

En cuanto a las cuantificaciones respectivas de la sustancia, del peso y del volumen, igualmente encontramos en el ejemplo del azúcar la misma dificultad que en el de las bolitas de arcilla: ¿podemos admitir que una misma parcela de materia conserva las mismas cualidades cuando está agregada al todo de que forma parte y cuando está desplazada o incluso, como en el caso particular, completamente separada de las otras parcelas? En el caso de la sustancia no hay problema y por ello este invariable se conquista en primer lugar: un grano es «el mismo», lo veamos o no y aunque esté desplazado de un lado a otro. «Los hemos visto antes», dice San cuando le objetamos que estos «pequeños trozos» son invisibles: a partir de entonces, cualesquiera que sean sus desplazamientos, las partículas permanecen siempre iguales a la suma del todo que era el terrón entero antes de su disolución.

Al contrario, el mismo fraccionamiento y los mismos desplazamientos de las mismas partículas, no autorizan, según el niño, la misma composición cuando se trata del peso: la suma de los pesos de los granos no es igual a la del todo inicial porque, dice siempre San, «serán pequeñas migajas, ya no será un bloque». La estupefacción de Lou, al descubrir que el peso no ha cambiado, se traduce igualmente por la destacable expresión de esta misma composición operatoria: «El azúcar (disuelto) pesa, lo veo: el azúcar cuando está fundido, es lo mismo dentro que fuera, como si no estuviera disuelto, sino cortado en pedazos». Dicho de otra manera, Lou descubre así que los granos o partes repartidas en el agua no son únicamente equivalentes al todo inicial en cuanto a la sustancia azucarada, sino que podemos considerarlo como «trozos» igualmente en cuanto al peso y que sus desplazamientos dejan a éste invariable. Vemos pues lo que faltaba al niño para llegar de forma espontánea a la idea de la conservación del peso: la suma de las partes no es igual al todo cuando están repartidas y aún más en pequeñas migajas. Sin embargo, le es suficiente observar la experiencia de que esta suma se ha mantenido constante para encontrar inmediatamente la composición explicativa, reduciendo la noción de «granos» a la de partes y añadiendo que el azúcar es el mismo «dentro que fuera», es decir, cuando los elementos son invisi-

bles o reunidos en bloque. En cuanto al volumen, ocurre lo mismo pero con la dificutad además de comprender que las partículas esparcidas ocupan un espacio aunque sean invisibles. En lo que respecta a la actitud espontánea, el terrón entero «ocupa un lugar» porque está entero mientras que sus partes minúsculas «no ocupan ya lugar» por la doble razón de que son «muy finas» y «esparcidas» en el agua: la suma de las partes no es pues de nuevo igual al todo indivisible. La comprobación de la permanencia del nivel permite no obstante la composición: «permanece elevado, el azúcar ha conservado su volumen: está todavía dentro, pero en polvo» (Oli), o todavía: «es el azúcar que está dentro, ¡no lo hubiera creído!» (Lou).

Vemos, en total, hasta qué punto las reacciones a la disolución del azúcar convergen con las que habíamos analizado a propósito de las deformaciones de la bolita de arcilla. Este paralelismo es tanto más precioso cuanto que las situaciones son muy diferentes y que en el caso del azúcar la sustancia parece no solamente transformarse, sino incluso aniquilarse. No obstante, falta ver si los procesos de composición cuyo inicio hemos podido discernir en el curso de este estadio II B, se afirmarán en el curso de los siguientes: lo que vamos a ver en el capítulo sexto.

CAPÍTULO SEXTO

LA CONSERVACIÓN DEL PESO Y DEL VOLUMEN DEL AZÚCAR DISUELTO EN EL AGUA Y EL FINAL DEL ATOMISMO

El segundo estadio, descrito en el capítulo precedente, está caracterizado por el descubrimiento espontáneo de la conservación de la sustancia del azúcar, pero sin conservación del peso ni del volumen. El tercer estadio verá constituirse la invariabilidad del peso, pero todavía no la del volumen y el cuarto estadio la del volumen. En el curso de esta evolución, que nos falta describir, veremos en particular desarrollarse el atomismo iniciado en el segundo estadio, aunque el esquema de la licuefacción simple o de la licuefacción de los corpúsculos subsiste hasta el final.

1. EL TERCER ESTADIO (SUBESTADIOS III A Y III B): LA CONSERVACIÓN DEL PESO Y DE LA SUSTANCIA CON NO CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN.

Empecemos por describir cierto número de reacciones intermedias, en el curso de las cuales el niño empieza por negar la conservación del peso para llegar a ella durante el interrogatorio, bien sea espontáneamente o bien mediante la influencia de las preguntas formuladas en el interrogatorio, pero sin afirmarla como una necesidad *a priori* tal como lo hará en el subestadio III B. Merece la pena considerar aparte estos casos de

transición (subestadio III A) por las razones que hasta ahora hemos visto en todos los casos parecidos:

REN (8,10). Admite que el azúcar se conservará en el agua en forma de *pequeñas briznas,* posiblemente visibles *tan sólo con gemelos.* «*El agua subirá en el momento de la inmersión porque el azúcar ocupa también un lugar,* pero cuando se disuelva *descenderá, porque los trozos de azúcar se habrán marchado del agua y el agua ocupará de nuevo el mismo lugar que tenía antes.* En cuanto al peso, *será un poco más pesada que el agua pura porque las briznas del azúcar están todavía dentro.* — ¿Igual que con el azúcar entero? — *No, porque el azúcar estaba junto, era más gordo, mientras que los granitos están esparcidos por el agua.* — ¿Por qué es más pesado que el agua pura? — *Porque el azúcar está dentro.* Sin embargo cuando ponemos sobre un platillo un vaso y un terrón de azúcar al lado y sobre el otro platillo de la balanza un vaso con el terrón disuelto, Ren prevé que *tendrán el mismo peso, porque en los dos vasos hay lo mismo, un azúcar en cada uno.* — ¿Pero el agua desciende o no? — *Sí, porque el azúcar era grande y ahora es muy pequeño.* Comprobamos entonces las marcas de los niveles: *No ha descendido, porque el azúcar está dentro y ocupa un lugar.* — ¿Y el peso? (pesamos). — *Es tal como he dicho.*»

CHA (9,9). «¿Queda algo del azúcar fundido o no? — *Quedan los granos, en el fondo, como la sal o como el azúcar en polvo.* — ¿Y el peso? — *Cuando el azúcar está dentro, es un poco más pesado. El azúcar pesa un poco.* — ¿Y cuando esté disuelto? — *Continuará dentro: el peso continúa el mismo, únicamente no le veremos. Ya no está en terrones, sino como el azúcar en polvo; el peso es el mismo.* — ¿Y el nivel del agua? — *Ocupa un lugar. El nivel continúa elevado, ¡ah no!, desciende un poco.* — ¿Hay igual azúcar que cuando estaba en terrones? — *Sí.* — Y cuando esté disuelto, ¿el peso será el mismo? — *No, es como la mitad del terrón: se hace cada vez más delgado. Continua estando aquí pero ya no le vemos.* — ¿Entonces conserva el peso? — *Sí, no. Es un poco más pesado cuando está en terrón.*»

LER (10,9). El azúcar disuelto «*se convertirá en polvo.* — ¿Podemos verlo? — *No.* El azúcar hará subir el agua en el momento de la inmersión pero cuando esté disuelto *el agua descenderá.* — ¿Por qué? — *Porque ya no pesará.* — ¿Cuando está fundido no pesa? — *No pesa exactamente igual que antes. Cuando está entero, pesa más que en polvo.* Pero cuando le presentamos sobre los dos platillos de la balanza un vaso con el azúcar al lado, y el otro con el azúcar totalmente disuelto: *Es lo mismo tanto si el azúcar está disuelto dentro como si está al lado.* — Y el agua, ¿sigue a la misma altura? — *Va a descender un poco porque tiene menos peso* (cf. la contradicción entre las dos nociones de peso utilizadas por Ler: el de la balanza, que permanece constante, y el peso-empuje que hace subir el agua y que disminuye con la disolución puesto que el azúcar deja de estar en bloque). — ¿Pero tú me has dicho que pesan lo mismo en la balanza? — *Sí, el agua disminuye porque pesa menos, pero aquí* (la balanza) *pesa igual en los dos lados.*»

VOI (11 años). Empieza igualmente pensando que «*el agua va a descender al mismo nivel en que estaba, porque el azúcar ya no pesará tanto.* — ¿Y el peso será el mismo de antes? — *No, un poco más pesado, porque el azúcar*

continúa en el agua. — ¿Cómo? — *Se transforma en polvo muy fino.* — ¿Podemos verlo? — *No.* La prueba de esta conservación es que podemos encontrar de nuevo el azúcar: *Hay que dejarlo secar y tendremos la materia del azúcar que se queda en el fondo.* — ¿Cómo será esto? — *Estará así, extendida, con granos muy minúsculos.* Antes de comparar los pesos con la balanza, Voi piensa todavía que *el azúcar ha perdido una parte de su peso,* pero después de pensarlo exclama: *Ah, estos granitos aquí dentro pesan.*»

Lic (11,7). Cuando el azúcar esté fundido, «*no lo veremos, pero estará en el agua. Será agua, como agua... El azúcar, cuando se disuelve, da un poco de agua, se transforma en agua.* Comparado con agua pura, un vaso de agua azucarada *pesará más, porque tendrá más agua,* pero comparado con el vaso de agua con un terrón de azúcar al lado *este, con el azúcar al lado, pesará más, porque el azúcar es más pesado que el agua azucarada.* Pero frente a la experiencia dice: *Es el mismo peso, porque esta azúcar* (no disuelto) *y esta otra azúcar* (disuelto), *tienen el mismo peso.* No obstante, esperaba que el nivel descendiera y rechaza la contradicción experimental: *Creo que al menos ha descendido un poco, el agua, pero casi no lo hemos visto.*»

Veamos ahora los casos claros del tercer estadio, es decir, los que creen en la conservación necesaria del peso y de la sustancia, pero niegan todavía la del volumen (subestadio III B):

Sac (8,4). Piensa que el azúcar fundido se convierte en «*pequeños granos* dando al agua un sabor azucarado, que *quedará siempre. El agua subirá, pero* después *descenderá de nuevo porque el azúcar ya no está, porque está disuelto.* — ¿Ha desaparecido? — *No, estará todavía en el agua, porque todos los granitos, cuando los cogemos juntos, hace el terrón.* — ¿El agua descenderá de nuevo? — *Sí, porque el terrón ya no está.* — ¿Y el peso? — *Es siempre el mismo, porque usted ha puesto un azúcar aquí* (en el lado del vaso) *y un azúcar aquí* (disuelto) *y tenían el mismo peso.* — ¿El agua descenderá de nuevo, si es el mismo peso? — *Pero cuando el terrón está aquí dentro, ocupa más lugar, y cuando está disuelto, ocupa menos lugar.* Después de la comprobación del nivel: *Es porque el azúcar está aquí y hace subir el agua.* — ¿Pero sube más con los terrones? — *No, porque hay muchos granitos.*»

Toc (9,1). El azúcar disuelto está *en polvo.* Toc cree que el nivel sube durante la inmersión «*porque el azúcar disuelto está hecho además de agua;* pero en seguida *descenderá porque el azúcar se disolverá.* Sin embargo, el peso *se mantiene constante, porque, cuando está disuelto se conserva.* — ¿Lo veremos todavía? — *No, cuando se disuelve ya no le vemos, porque está en polvo.* — ¿Y con una lupa? — *Veremos pequeños granitos.* — ¿Y estos pesos? (un plato con el vaso de agua azucarada y el otro con el agua pura y el terrón de azúcar al lado). — *Es igual, porque usted ha puesto un terrón en este lado y otro en el otro, y es lo mismo.*

Después de la comprobación del nivel: *Es porque se disuelve el azúcar, pero los granitos se conservan.*»

Did (10.0). El azúcar disuelto *se convierte en polvo.* El agua sube cuando

ponemos el azúcar, *porque ocupa un lugar,* pero descenderá *porque el azúcar estará disuelto.* El peso se mantiene *igual porque el azúcar deja su peso.* — ¿Cómo es esto? — *Se disuelve y esto no cambia para nada el peso.*»

Después de haber visto el nivel: *debe ocupar un lugar, porque el agua no ha descendido.*

Com (12,1). El azúcar fundido *se transforma en pequeñas porciones.* El agua que sube en el momento de la inmersión, *descenderá porque el agua cuando el azúcar está entero, hay un lugar en el que no puede entrar, pero cuando está disuelto se mezcla y desciende un poco.* En cuanto al peso, el agua azucarada es más pesada: *tendrá el peso del azúcar adicionado al agua.* — ¿Seguro? — *Me parece que sí, porque el peso no puede salir.* Si evaporamos el agua *queda todo el azúcar.* — ¿Podríamos rehacer el azúcar entero con esto? — *Sí, colocándolo en bloque, porque volvería a tener su dureza.*»

Los dos problemas que plantea el examen tanto de estos casos claros del subestadio III B, como los casos intermedios del subestadio III A, son comprender cómo llega el niño a la idea de una conservación precisa del peso y por qué el proceso del pensamiento que le permite realizar este progreso no lo conduce, por el mismo hecho, a la conservación del volumen del azúcar.

En primer lugar, parece que la identificación simple sea la más extendida de las razones de conservación que el niño da. Así, Ren declara (al final): «Tendrán el mismo peso porque en los dos vasos hay lo mismo, un azúcar en cada uno»; o Toc: «Se conserva igual», y Did: «No cambia nada el peso» ya está disuelto, etc. La fórmula más bonita es la de Lic: «¡Es el mismo peso, porque una azúcar y otra azúcar tiene el mismo peso!» Únicamente en el caso del azúcar, como en el de las bolitas de arcilla, está claro que estas identificaciones constituyen el resultado de una construcción racional y no la construcción misma. La identidad planteada por el niño, en efecto, es la del todo y la suma de las partes independientemente de los desplazamientos de éstas. ¿Qué es más complejo que esta igualdad final? Toda la historia del agrupamiento que estudiamos desde el estadio I al estadio IV está aquí para demostrárnoslo y la identidad (peso del terrón entero) = (peso de los granos esparcidos) es sin duda siempre el producto de una composición reversible cuyo verdadero problema estriba en saber cómo es posible, puesto que no resulta de la identificación.

Ahora bien, recordemos que todavía en el estadio II B (véase capítulo quinto, párrafo 2), el niño llega a construir la invariabilidad sustancial por una composición simultánea de los desplazamientos y de los frac-

cionamientos, pero se niega a aplicar esto último a las relaciones de peso. En efecto, la suma de las partículas esparcidas en el agua del vaso es totalmente igual al terrón inicial, si la relacionamos simplemente con la sustancia azucarada, pero no le parece igual desde el punto de vista del peso porque una partícula dada pesa menos si está a la vez fraccionada y alejada de las otras que si está agregada al terrón total y junto con sus vecinas en un bloque único. Si los sujetos de este estadio III descubren la conservación del peso, debe ser, por tanto por medio de un sistema de composiciones que asegura simultáneamente la igualdad del peso total y del de la suma de las partes, y la igualdad de las partes entre sí o la identidad de una misma parte sean cuales fueren sus desplazamientos. Es precisamente esto lo que observamos y muy explícitamente.

Los sujetos del subestadio III A, en primer lugar, presentan un conflicto entre la antigua dificultad que acabamos de recordar, y el nuevo agrupamiento. Así, Ren cree al principio en una disminución del peso «porque el azúcar estaba junto, era más gordo, mientras que los granitos están esparcidos por el agua», pero inmediatamente iguala el todo inicial y la suma de las partículas, porque «hay lo mismo, es un azúcar en cada uno». Ler, igualmente, piensa en primer lugar que el azúcar «cuando está entero pesa más que en polvo» después al contrario: «es lo mismo tanto si el azúcar está fundido dentro como si está al lado».

De la misma manera, Cha duda entre la noción fenomenista del peso, a la cual vuelve al final, «es como la mitad del terrón: se hace cada vez más delgado, continúa estando aquí pero ya no lo vemos... pero es un poco más pesado cuando está en terrón» y la igualdad de composición: «Ya no está en terrones, sino como el azúcar en polvo; el peso es el mismo». En cuanto a los sujetos del subestadio III B, en principio afirmaron la conservación del peso y la relacionan con la de la sustancia precisamente a causa de la doble composición de la que acabamos de hablar. Así, Sac precisa la igualdad del todo y la suma de las partes con una fórmula de una claridad particular: «Todos los granitos, cuando los cogemos juntos, hacen el terrón» por lo que concluye «el peso es siempre el mismo». Los términos «coger juntos» y «hacen el terrón» no son ya aquí simples descripciones de experiencias posibles, sino que designan claramente las operaciones del pensamiento necesarias a esta composición que conduce a la conservación. Al igual que, cuando Com dice que el terrón «se transforma en pequeñas porciones» y concluye que «el peso no puede salir», y toma como evidente precisamente lo que se debate por

los pequeños, es decir, que el peso de una «partícula» no cambia con los desplazamientos.

Pero ¿cómo es posible, precisamente, que la igualdad o la identidad de los pesos de las partes, independientemente de sus fraccionamientos y desplazamientos, se admita a este nivel del desarrollo mientras que se negaba en el estadio precedente? No es el mecanismo formal de la composición lo que constituye la dificultad para los sujetos del estadio II, puesto que aplicaban con éxito la misma composición a la sustancia. Si la igualación de las diferencias o de las partículas es más tardía para el peso, es, lo hemos visto repetidamente, porque la acción de «pesar» da lugar a un egocentrismo más resistente que la de «encontrar» y que la cualidad del peso-fuerza, por tanto, depende más tiempo de la forma y de la posición que del objeto que se pesa. Ahora bien, algunos sujetos del estadio III A confirman de la manera más sorprendente esta oposición del peso concebido como una relación componible y del peso en tanto que cualidad de la acción. Así, Ler, pese a confirmar la conservación del peso, en la medida en que piensa en la composición reversible de las partes del todo, explica al igual que los pequeños el aumento de nivel por el peso del terrón sumergido. Pero no se trata aquí, es obvio de la misma noción del peso: en el primer caso se trata del peso físico o cuantitativo desligado del ego e insertado en un agrupamiento operatorio, y en el segundo caso, del peso del egocentrismo fenomenista. Así, Ler llega a contradecirse hasta el punto de atribuir explícitamente la conservación al primero y la disminución al segundo: «El agua disminuye —dice él— porque pesa menos, pero aquí (sobre la balanza) pesa igual en los dos lados». En el curso del subestadio III B, al contrario, el peso intuitivo está definitivamente eliminado en beneficio del peso cuantitativo: podemos decir así que la cuantificación del peso, por tanto la igualización de las diferencias o de las partes en el seno del agrupamiento operatorio de las relaciones se debe una vez más a la descentración de las cualidades egocéntricas y a su coordinación en un agrupamiento que las separa del yo.

Es, pues, natural que este agrupamiento o conservación reversible de las relaciones del peso se traduzca mediante la forma de un nuevo progreso en el atomismo en el curso de este estadio. Por otra parte, en efecto, salvo Lic que cree que el azúcar se transforma en agua, pero no concluye precisamente de ello más que la no conservación del peso hasta el momento en que piensa en el peso total del terrón antes de la disolución y después de ella, todos estos niños imaginan un atomis-

mo que descansa sobre el esquema de «pequeños granos», de «partículas» de «polvo» etc., pero por otra parte, puesto que estos elementos dejan de ser imponderables y están dotados de un peso invariable al igual que de sustancia, este atomismo se hace tanto más operatorio y adquiere el carácter de un verdadero esquema de composición cuantitativa. Este instrumento se iniciaba seguramente ya en el curso del estadio precedente, pero no podemos decir que se libera de sus dudas iniciales más que al llegar al presente nivel. Así, varios de los sujetos citados extraen de este atomismo deductivo la idea de una recuperación posible del azúcar disuelto: «queda todo el azúcar», si evaporamos el agua, dice Com, podríamos rehacer un terrón «colocándolo en bloque, porque volvería a tener su dureza». Y Voi: «Hay que dejarlo secar y tendremos la materia del azúcar que se queda en el fondo.»

Pero si la conservación del peso resulta así de la construcción reversible propia de la composición atomística, ¿por qué esta deducción no produce ipso facto la conservación del volumen? Si el peso total está concebido como invariable porque está «compuesto» de la suma de las partículas que se disocian y se desplazan en el curso de la disolución, ¿por qué el volumen total no está considerado también como igual a la suma de los volúmenes parciales de los «granos» separados y en consecuencia como constante? La misma existencia de este estadio demuestra justamente que la conservación del peso aparece antes que la del volumen y que el descubrimiento de la primera no conduce de ningún modo a la del volumen. Este hecho es tanto más curioso cuanto que como al principio de esta evolución (estadio I), la sustancia, el peso y el volumen están relativamente diferenciados en su no conservación: en el momento en que las dos últimas nociones se disocian, dejan de momento de coordinarse. ¿Podemos explicar este hecho de la misma manera que intentamos hacerlo a propósito de las bolitas de arcilla?

Hemos admitido hasta aquí que para «componer» las transformaciones materiales en agrupamientos coherentes, el niño los reducía a un sistema de «operaciones físicas» reversibles. Estas operaciones consisten en fraccionamientos (o reuniones), que corresponden en lógica o en aritmética a las operaciones que conciernen a las clases y a los números cardinales, o bien en desplazamientos que corresponden a las relaciones asimétricas lógicas y a la ordenación numérica, las operaciones físicas difieren de las operaciones lógico-aritméticas correspondientes en que reemplazan la sucesión y la exterioridad lógicas por la sucesión en el tiempo y

la exterioridad espacial. Así, para asegurar la conservación de la sustancia y del peso del azúcar fundido, el niño concibe los terrones sumergidos como fraccionándose en partes cada vez más pequeñas y las parcelas finales desplazándose en el seno del líquido, el grupo de estos desplazamientos deja estos objetos elementales invariables [1] y el de los fraccionamientos su suma constante.

Ahora bien, ¿estas operaciones son tan simples de efectuar en el caso del volumen como en el del peso? Éste es el problema. La misma argumentación de los sujetos interrogados permite responder con la mayor facilidad. Por lo que respecta a la sustancia, en primer lugar, el niño llega a partir del estadio II a la idea de que ninguna partícula se pierde, y que así podremos siempre encontrarlo de nuevo con el pensamiento de la misma manera que desde la edad de uno y medio o dos años, sabe que el objeto sensoriomotor continúa existiendo cuando sale de los límites del campo de la percepción. No obstante, nada prueba, en principio, que el «grano» conserva su peso al desplazarse y al desmenuzarse. Al contrario, desde el estadio III el sujeto descubre que si renunciamos a la idea según la cual el peso depende de los esfuerzos musculares, y que consiste en una pura relación entre los objetos, entonces las partículas, y en consecuencia su suma, conservarán igualmente su peso. ¿Pero es esto una razón para que ocupen siempre el mismo «lugar» en el agua, para que al disociarse, o al esparcirse, no se contraigan ni se dilaten y no presenten ninguna elasticidad notable? Escuchemos a Com: «Cuando el azúcar está entero, hay un lugar en el que no puede entrar, pero cuando está disuelto («transformado en pequeñas parcelas») se mezcla.» Y Sac: «Cuando el terrón está aquí dentro ocupa más lugar y cuando está disuelto («en pequeños granos») ocupa menos lugar.» Y Ren: «El agua descenderá porque los trozos de azúcar se habrán marchado del agua y el agua ocupará de nuevo el mismo lugar que tenía antes» porque «los granitos están esparcidos por el agua».

En resumen, las razones que parecían ya guiar al niño en la conservación del volumen de la bolita de arcilla, en el momento del desplazamiento de sus partes (deformación o seccionamiento) parecerán *a fortiori* impedir la invariabilidad del volumen del azúcar, puesto que aquí las partículas se ven reducidas hasta el punto de ser invisibles y que sus desplazamientos consisten en una «diseminación» en toda el agua del recipiente.

1. Véase para las relaciones entre la noción de «objeto» y el grupo de los desplazamientos *La Construction du Réel chez l'Enfant,* capítulos I y II.

Además, el azúcar, al ser permeable, parece que no tenga volumen propio: desde el punto de vista del fenomenismo egocéntrico, su «polvo» parece comparable a un montón de arena que absorbe el agua sin que su volumen se adicione al de esta última, y el agua misma puede ser concebida como elástica hasta el punto de que su nivel no se vea en absoluto alterado por la inmersión de corpúsculos suficientemente pequeños. Para componer en un agrupamiento racional las variaciones de volumen de un sólido y *a fortiori* de los líquidos, es necesario tal como vimos por otra parte ya en el capítulo tercero, coordinar entre sí no sólo las dimensiones del objeto, sino su concentración, sus «llenos» y sus vacíos, y eliminar toda compresión o descompresión. Esto explica suficientemente que en tal caso será más difícil todavía que en el del peso el descentrar las relaciones egocéntricas para «agruparlas» en una totalidad operatoria.

2. EL CUARTO ESTADIO (SUBESTADIOS IV A y IV B): LA CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN, DEL PESO Y DE LA SUSTANCIA.

Esta última conquista de la invariabilidad del volumen se añade por término medio hacia los once años, con relación a las precedentes y caracteriza así un cuarto estadio paralelo al que estudiamos en el capítulo tercero.

Veamos en primer lugar algunas reacciones intermedias características del subestadio IV A (de niños que empiezan afirmando la conservación del peso, que dudan de la del volumen para conseguirla poco a poco en el curso de este mismo interrogatorio.

ERN (10 años). El agua «*subirá.* — ¿Por qué? — *Porque el azúcar pesa, es más pesado que el agua.* — ¿Y cuando se disuelva? — *Descenderá de nuevo.* — ¿Queda en el agua el azúcar disuelto? — *Sí, por todas partes, mezclado con el agua, muy fino.* — ¿El agua descenderá de nuevo? — *Oh no, el agua permanecerá igual.* — ¿Por qué? — *Porque el azúcar está en el agua muy fina,* en cuanto al peso *pesará lo mismo.*»

DUM (12 años). «*El azúcar ha desaparecido, se ha deshecho, se ha mezclado con el agua.* — ¿Ha desaparecido? — *El gusto queda siempre, el azúcar está siempre dentro.* — ¿Si miráramos con la lupa veríamos algo? — *podríamos ver granitos, pero el agua debe ser fuerte.* — El agua sube en el momento de la inmersión porque *el azúcar ocupa lugar, el agua no tiene más remedio que subir.* — ¿Y cuando está disuelto? — *El agua disminuirá un poco, no ocupará*

tanto volumen en polvo como en terrón porque se mezcla con el agua. — (Ponemos el azúcar en el agua). — *No, no volverá al mismo lugar.* — ¿Por qué? — *Porque el azúcar sigue estando dentro.* — Pero tú decías que descendería. — *Yo he pensado primero que el polvo ocuparía menos lugar; no es verdad.* — (Fin de la disolución). — *Yo tenía razón.* — ¿Y el peso? — *El peso no cambia.* — ¿Por qué? — *He visto que el agua permanecía siempre en el mismo nivel pese a que el azúcar esté disuelto.*»

JAE (13,9). Cree que el azúcar «*pesa igual en el agua que cuando está seco,* pero después de la disolución *descenderá un poco.* — ¿Por qué? — *Primero el azúcar está seco, después el agua penetra en el azúcar y el azúcar se disuelve y el agua ocupa el lugar del azúcar,* pero en seguida añade: *Pero no estoy muy seguro, vamos a ver,* porque *el azúcar ocupará el mismo lugar como si no estuviera disuelto.*»

He aquí ahora algunos casos claros del estadio cuarto, es decir, con conservación total desde el principio (subestadio IV B):

FOE (9,6). El agua sube a causa del «*volumen del azúcar.* — ¿Y luego? — *Se disolverá.* — ¿Qué quieres decir? — *Se hará trocitos en el agua.* — ¿Y el agua volverá a descender o no? — *¡Oh!, se quedará arriba. Es como si el azúcar estuviera entero: el azúcar está disuelto, pero ocupa el mismo lugar en el agua.* — ¿Y el peso? — *Conserva el peso del azúcar, hace como una especie de líquido: hay igual de líquido que de azúcar*».

BURE (9,9). El azúcar «*se fundirá: se transforma en migajas.* — ¿Y el nivel? — *El agua seguirá igual. Se quedará arriba: hay siempre igual de azúcar dentro.* — ¿Pero estará todavía dentro? — *Sí, el agua se mantiene a la misma altura, porque cuando se pone azúcar el azúcar se conserva, quiero decir que siempre es lo mismo, aunque no lo veamos.* — ¿Y el peso? — *También, igual puesto que siempre es el mismo azúcar*».

GER (9,11). «*El azúcar se disolverá, se partirá en dos trozos, después en trozos muy pequeños.* — ¿Ocupa más lugar así que en terrón o menos o igual? — *Cuando está en terrón, sirve* (= ocupa) *un poco más de lugar que cuando está hecho ladrillos* (= trozos). *No, no, no es verdad: sirve igual de lugar. Yo creía que el agua... escuche, vamos a ver, es como si cogiera mi tarro y le pusiera un terrón de azúcar, y tuviera otro tarro y pusiera también azúcar, pero en polvo: hacen subir el agua lo mismo.* — ¿Y el peso cuando está disuelto? — *Igual. Es como si pesara un terrón: si se convierte en ladrillos y los tomamos todos, los ladrillos pequeños pueden convertirse en terrón*».

FEL (10,11). «*Los trozos de azúcar se disuelven, ya no los veremos, el azúcar está en trozos tan pequeños que ya no los veremos. Pero los trozos reunidos, si no caen, si los cogemos todos, hacen de nuevo un trozo grande.* — ¿Qué ocurre cuando ponemos el azúcar? — *Sube ligeramente.* — ¿Y cuando está disuelto? — *El nivel sigue elevado. El azúcar se ha convertido en pequeñas partículas invisibles y las partículas están en el agua, aunque estén separadas o en montón, ocupan el mismo volumen.* — ¿Y el peso? — *Si ponemos el azúcar en el agua y lo pesamos pronto* (= antes de que se disuelva), *supongamos que*

hace doscientos gramos. Cuando el azúcar está disuelto, como está todavía en el agua, pesa. Si no hay evaporación, hace siempre doscientos gramos, el azúcar está siempre en el agua. — ¿Cómo lo sabes? — *Porque tiene siempre el mismo sabor.* — Pero otros niños me dijeron que el sabor se conserva y que el peso disminuye. — *Si pesamos, la prueba es que si tomamos el azúcar en polvo, después lo ponemos en montón, si cogemos todos los granitos unos después de otros, pesa igual que el montón*».

GIV (11,2). El azúcar hará subir el agua aunque esté disuelto, porque «*el azúcar ocupa un lugar, incluso cuando está disuelto, porque entonces está en trocitos muy finos.* — Pero no veremos nada más en el vaso. — *Es porque los trozos son muy pequeños.* — ¿Cuánto pesará una vez disuelto? — *Tendrá siempre el mismo peso: son siempre los mismos trozos dentro, pero muy pequeños*».

ZUM (11,6). «*El azúcar se disolverá. Los granitos se separan, ya no los vemos.* — ¿Y si evaporamos el agua? — *Encontramos el azúcar, es como la sal del mar.* — ¿Y el peso? — *Siempre pesa igual. Los granitos se dilatan* (= se separan) *en el agua, el azúcar se conserva en el agua, no lo hemos quitado.* — ¿Y el nivel del agua? — *Cuando el azúcar se disuelva, el agua quedará a la misma altura: los granitos ocupan el mismo volumen que el trozo grande*».

ADI (12 años). «*El azúcar se disolverá.* — ¿Qué quieres decir? — *Ahora todos los trocitos están contraídos, están unidos. Cuando se disuelve, todos los trocitos se separan. El agua los absorbe, los perdemos de vista, pero siempre están allí.* — ¿Qué hace el agua para disolver el azúcar? — *El agua ablanda los trozos, los penetra, las partes no están ya tan contraídas, se separan.* — ¿Podemos encontrar partículas de azúcar tan finas que no se disuelvan ya más? — *Sí, como la tierra, son partículas finas y no se disuelven ya más. Pero las partículas del azúcar son todavía más pequeñas, incluso no se las ve ya.* De ahí procede la conservación del peso: *el peso será siempre igual, porque el contenido es siempre el mismo,* y también la del volumen: *ocupa el mismo sitio*».

SEL (12,6). «*Subirá si ponemos azúcar. Ocupa más lugar.* — ¿Y cuando esté disuelto? — *Se conservará al mismo nivel. Se conservan los granitos que forman el azúcar. Pero no los vemos ya: a fuerza de estar en el agua se vuelven transparentes.* (Miro cómo se disuelve el azúcar.) *Sí, creo que no va a descender, lo que enturbia aquí* (los trozos del fondo) *quedan en el fondo, y si lo removemos subirá, ocupa no obstante un lugar.* — ¿Y cuando esté disuelto? — *No desciende.* — ¿Dónde estará el azúcar? — *Disuelto. Veremos solamente las aureolas* (las trazas del azúcar en el agua), *que forman nubes.* — ¿Qué son las aureolas? — *Es el azúcar mismo.* Por otra parte, *la cantidad es la misma.* — ¿Y el peso? — *No cambiará, es como si pusiéramos una piedra en polvo, es lo mismo, el mismo peso, porque la piedra está compuesta por granitos de arena.*»

DRÉ (12,9). Cree que el nivel del agua permanecerá elevado: «*Ocupa un lugar, no obstante, porque el azúcar está siempre dentro.* — ¿Cómo? — *Queda intacto en el agua, en gran cantidad de trocitos, ocupa el mismo lugar, es el mismo volumen que si estuviera cuadrado.*»

La novedad de estos casos, en relación con los precedentes, no reside tan sólo en el descubrimiento de la permanencia del volumen del azúcar

disuelto, noción que viene a finalizar la construcción de los invariables de que tratamos en esta experiencia, sino sobre todo en el modo de composición que hace posible la elaboración de este nuevo principio de conservación y del tipo particular de atomismo que le corresponde. Empecemos por analizar este último punto.

El preatomismo, si podemos llamarlo así, del primer estadio, no es más que una representación perceptiva de las «migajas» visibles en el momento de la disolución, con la creencia en su desaparición total cuando ya no se percibe nada. El atomismo primitivo del segundo estadio, añade a esto la noción de que los trocitos perceptibles se prolongan después de la disolución en «granos» invisibles encargados de explicar la persistencia del sabor por medio de un substrato sustancial permanente; pero al estar desprovistos de peso y de volumen, estos átomos sólo dan lugar a una intuición según la cual podríamos volverlos a encontrar a todos, es decir, a una cuantificación implícita de la sustancia como tal concebida como la reunión de los «granos», y no a una composición de los pesos o de los espacios ocupados. Con el tercer estadio se realiza un progreso notable: Estos «granos» se hacen susceptibles de una segunda composición cuantificante, según la cual cada uno se ve afectado por cierto peso, la suma de sus pesos está además considerada como igual a la del terrón entero antes de su disolución en particular. No obstante, este modo de composición no concierne al volumen y no constituye todavía más que un método de simple adición o reunión de las partes, permaneciendo éstas invariables en el curso de su desplazamiento. Pero el progreso propio de este cuarto estadio consiste no solamente en generalizar este esquema aplicándolo a los volúmenes de los granos elementales, sino también en integrarlo en un nuevo esquema que lo completa: el de la compresión y de la descompresión, que explica las variaciones del contorno del azúcar según que éste esté en montones o en trozos macroscópicos o que esté esparcido a modo de jarabe transparente o de «aureola», de «nubes», etc., por toda el agua.

En efecto, el niño de este cuarto estadio se representa las materias tales como el azúcar, la piedra, la tierra, etc., no sólo como simples aglomeraciones de granos en estado de reunión (= sólido), o bien de separación (= polvo, ceniza, etc.), sino que imagina sus diferencias de solidez, de dureza, de resistencia o de densidad como debidas a relaciones íntimas que unen estos granos, según el esquema de la compresión («apretados») o de la descompresión. Distinguirá, pues, en cada cuerpo, por

una parte, lo que nosotros llamaremos a partir de ahora el «volumen global» que corresponde al contorno externo y que es igual al volumen de granos reunidos más el de los espacios vacíos entre estos granos y, por otra parte lo que llamaremos el «volumen total» o «volumen corpuscular total», es decir, la suma de los volúmenes de los granos particulares, sin tener en cuenta los espacios intersticiales. Así, en el caso de la dilatación de los granos de maíz, de lo cual hablaremos en el próximo capítulo, el niño del cuarto estadio comprende bien que aunque el «volumen global» aumenta, puesto que el grano se dilata, los granos elementales de harina no cambian de volumen puesto que se separan simplemente unos de otros por la influencia del calor. Ahora bien, en el caso del azúcar, es precisamente la confusión del «volumen corpuscular total» y del «volumen global» la razón de las dificultades y de la no conservación propias a los estadios precedentes. Cuando, en el estadio IV A, todavía Jae dice, por ejemplo, que el nivel del agua descenderá porque «primero el azúcar está seco, después el agua penetra en el azúcar, y el azúcar se disuelve y el agua ocupa el lugar del azúcar», o cuando en el estadio III B Com dice «cuando el azúcar está entero hay un lugar en el que el agua no puede entrar, pero cuando está disuelto, se mezcla y desciende un poco», es evidente que estos niños no llegan a igualar la suma de los volúmenes de los granos esparcidos al «volumen total», y esto porque no distinguen este último del volumen global; además, si no distinguen estas dos nociones, es evidente que no conciben los granos como dotados de un volumen invariable; el «volumen global» varía con su compresión o su descompresión, mientras que «el volumen corpuscular total» permanece constante. Al contrario, cuando Adi, en el curso de este estadio II B, explica que en el terrón de azúcar inicial «todos los trocitos están contraídos, están unidos. Cuando se disuelven todos los trocitos se separan... el agua ablanda los trozos, los penetra, las partes no están ya tan contraídas, se separan», el esquema de la compresión y de la descompresión le permite distinguir un «volumen global» variable y un «volumen total» constante tanto en este total como en cada partícula. Cuando Fel dice «el azúcar se ha convertido en pequeñas partículas invisibles y las partículas están en el agua: aunque estén separadas o en montón, ocupan el mismo volumen», o cuando Zum dice «los granitos se dilatan en el agua... los granitos ocupan el mismo volumen que el trozo grande», o cuando Sel comprueba que el trozo disuelto se esparce en «aureolas» o «nubes» y que «es como si pusiéramos una piedra en polvo... porque la piedra está

compuesta de granitos de arena», encontramos en cada uno de ellos el mismo esquema de la compresión y su inverso, y también la misma distinción entre el «volumen total» y el «volumen global»: éste varía cuando las parcelas se «separan», se «dilatan», hacen «nubes», etc., mientras que el volumen corpuscular total es constante. En cuanto a aquellos sujetos en los cuales no encontramos una alusión explícita a este esquema de la compresión y de la descompresión a propósito del azúcar, con frecuencia basta con preguntarles por qué el azúcar se disuelve y no una piedra [2] para verlo aparecer, como en el caso de Rog (10;1) para quien la piedra está formada por «cristales de arena que se pegaron después de una sequía», el de Ber (12 años) y muchos más, según los cuales la piedra está más «apretada», más «llena», o más «amarrada» y así «se hace dura», etc.

Por consiguiente, «el volumen corpuscular total» se manifiesta como el producto de relacionar el contorno geométrico «global» y el contenido más o menos «lleno» que le es interior, es decir, esta relación descansa sobre el esquema de la compresión y de la descompresión: el volumen corpuscular total aparece, pues, como conservándose porque es siempre igual a la suma de los volúmenes invariables de cada partícula, mientras que el «volumen global» varía en función de la disolución, permaneciendo sólo constante el de cada grano.

Resumiendo, «el volumen global» se transforma según las compresiones o descompresiones, pero estas transformaciones dejan invariables los volúmenes de las «partículas» y el «volumen total» que resulta de su unión. Pero una objeción parece que debe acudir inmediatamente al pensamiento. Hemos admitido, en efecto, y esto tanto a propósito de las bolitas de arcilla como de la disolución del azúcar, que los estadios en el curso de los cuales el niño no llega todavía a creer en la conservación de los volúmenes físicos, admite una especie de inconsistencia o de elasticidad pasiva de las materias, de manera que cada deformación conduce a una especie de tirantez o de contracción que repercute a la vez en las partículas y en la totalidad de los bloques, e intentamos demostrar que la condición *sine qua non* de la conservación del volumen físico «total» consistía en reconocer que una misma partícula no cambiaba de volumen al desplazarse o separarse del todo, y que un mismo bloque no modifica su concentración al deformarse o fraccionarse. Podríamos preguntarnos, pues, por una parte, si esta creencia en la inconsistencia o en las varia-

2. Véase capítulo VIII, 4.

ciones de concentración no es idéntica al esquema de la compresión y de la descompresión y por otra parte, porqué este último esquema aparece al mismo tiempo que la noción de la concentración permanente de los sólidos .En realidad, es muy fácil dar solución a esta dificultad, que no es más que aparente y procede sólo del lenguaje. En efecto, la noción de la inconsitencia o de la pseudoelasticidad de la materia, no es más que la consecuencia de la creencia en un devenir intuitivo, y según sus términos, ni los granos ni los bloques presentarían volúmenes «totales» ni «globales» constantes: la negación, pues, es a la vez de la concentración permanente y de la invariabilidad del volumen de los elementos, es la confusión del volumen corpuscular de las partes y del volumen «gobal» y la ausencia de toda composición posible según el esquema de la compresión y de la descompresión por carecer de invariables. Al contrario, este último esquema constituye un modo de composición operatorio tal que los elementos del volumen global y total constantes pueden acercarse o separarse. Esta composición permite entonces, en el caso de sólidos como la bolita de arcilla, concebir la permanencia de la concentración y en consecuencia la invariabilidad del volumen tanto «global» como «total». En el caso de la disolución, por otra parte, permite concebir el volumen de las partículas como invariable, el «volumen total» como siempre igual a la suma de estos volúmenes parciales, y el «volumen global» como distinto del volumen corpuscular «total» y como variando en función del acercamiento o de la disociación de las partes. En resumen, entre las nociones características de estos dos niveles, hay toda la diferencia que separa una intuición indiferenciada de un esquema operatorio, es decir, de un método de composición reversible.

A partir de aquí, nuestros sujetos justifican la conservación del volumen con juicios que aparecen como formando un solo cuerpo con las mismas operaciones de composición atomística de las que acabamos de hablar. Es evidente, en primer lugar, que la identificación simple como la de Bure «es lo mismo puesto que siempre es el mismo azúcar», o «cuando ponemos azúcar, ésta se conserva, quiero decir que siempre es lo mismo aunque no lo veamos», no constituye más que el producto último de un razonamiento operatorio complejo y recubre así todas las operaciones de fraccionamiento (igualdad del todo y de las partes) y de desplazamiento (identidad del «volumen corpuscular total» a través de las descompresiones) que otros sujetos enuncian explícitamente (Giv, Zum, etc.). En particular, cierto número de niños insiste sobre la reversibilidad de las

operaciones y describe explícitamente una u otra operación inversa. Así, Ger, después de haber demostrado que el terrón total se divide en dos y después en pequeñas partículas, y luego de haber enunciado la igualdad del todo y de las partes («es como si cogiera mi tarro y le pusiera un terrón de azúcar, y tuviera otro tarro y le pusiera también azúcar, pero en polvo: hacen subir el agua lo mismo») precisa la operación inversa: si el terrón «se convierte en ladrillos y los tomamos todos, los ladrillos pequeños pueden transformarse en terrón». Igualmente Fel: «el azúcar está en trozos tan pequeños que ya no los veremos. Pero los trozos reunidos, si no caen, si los cogemos todos, hacen de nuevo el trozo grande» (véanse también sus razones sobre el peso). En resumen, gracias a las tres operaciones de desplazamiento, fraccionamiento simple o con compresión y sus inversas, el atomismo propio de este nivel y la conservación del volumen forman un solo y único sistema explicativo.

Pero queda una última manera de justificar la conservación, que está constituida por la coordinación extrínseca de los tres invariables de la sustancia, del peso y del volumen. Es suficiente, a los ojos del niño de este cuarto estadio, que la conservación de uno de estos tres términos sea demostrada por medio de una composición atomística o por medio de uno de los procedimientos de identificación o de reversibilidad que acabamos de señalar, para que la prueba le parezca igualmente válida para los otros dos, debido a la relación lógica que se establece entre ellos a este último nivel. Así, la conservación del peso se puede justificar por la del volumen: «el peso no cambia —dice Dum—, he visto que el agua permanecía siempre en el mismo nivel pese a que el azúcar esté disuelto». En otros casos, es la sustancia bajo la forma más cualitativa, el sabor, quien prueba la invariabilidad del peso y del volumen: «supongamos que esto hace doscientos gramos —dice Fel: cuando el azúcar está disuelto, como está todavía en el agua, pesa... hace siempre doscientos gramos», y, cuando le pedimos la prueba: «porque tiene siempre el mismo sabor». E incluso el volumen constante es justificado por la sustancia o por el peso, etcétera.

Así, en el caso del azúcar exactamente igual que en el de las bolitas de arcilla, las tres nociones de sustancia, peso y volumen que estaban primitivamente confundidas en el seno de los mismos esquemas egocéntricos y fenomenistas y que, una vez disociados, prosiguen cada uno su propia evolución, se coordinan de nuevo, pero esta vez en un sistema total coherente. No hay nada más característico a este respecto, que la coordi-

nación del peso y del volumen. En el curso de los estadios precedentes, en efecto, esta relación no tiene nada de recíproca y permanece en sentido único: cuando el niño comprueba que el nivel del agua no vuelve a descender después de la disolución, concluye de ello, a veces inmediatamente incluso en el caso de que no poseyera hasta este momento la noción de la constancia del peso, esta última invariable, mientras que viendo la conservación del peso, mediante la lectura de la balanza no concluye en modo alguno la permanencia del volumen. En otras palabras, no solamente la conservación del peso aparece antes que la del volumen, a título de nociones espontáneas, sino que, con las comprobaciones experimentales del final del interrogatorio, la segunda de estas invariables lleva consigo la primera, pero el caso recíproco no es cierto (las excepciones aparentes se explican todas por un residuo de fenomenismo, el niño creyendo que el nivel no descenderá ya una vez elevado, lo relaciona sin más con el volumen del azúcar fundido). Al contrario, en el curso de este cuarto estadio, cualquiera de las tres invariables implica las otras dos, el agrupamiento de todas las operaciones está así acabado.

3. CONCLUSIONES

Tres series paralelas de hechos se encuentran en el curso de los cuatro estadios estudiados en los capítulos cuarto a sexto que caracterizan la evolución de las reacciones a la disolución del azúcar.

Hay, en primer lugar, las nociones que orientan la previsión del niño en presencia de las preguntas planteadas: ausencia de toda conservación, conservación de la sustancia, del peso y después del volumen, cada una de estas dos últimas invariables integra las precedentes hasta la conservación total que define el estadio terminal de esta evolución.

En segundo lugar, las nociones explicativas que permiten al sujeto representarse la materia en función de estas cuatro actitudes de no conservación o de conservación, y que gravitan alrededor de los esquemas atomísticos. A la ausencia de la conservación corresponde la representación tomada directamente de la experiencia inmediata, de los «trozos» o «migajas» perceptibles, que resultan de la dislocación del terrón de azúcar y que desaparecen con la disolución completa. A la aparición de la conservación de la sustancia corresponden las nociones que van desde la

licuefacción del azúcar disuelto y su persistencia en forma de «granos» invisibles e imponderables, más pequeñas que las migajas visibles, pero prolongándolas simplemente después de su desaparición. A la aparición de la conservación del peso corresponde un progreso en la composición atomística, en el sentido de que la igualdad del todo inicial y de la suma de las partes no se aplica solamente a la sustancia cualificada por el sabor, sino al propio peso, lo que permite cuantificarlo. Por último, a la afirmación de la conservación del volumen corresponde un nuevo progreso en el proceso de relacionar los granos atómicos gracias a la introducción del esquema de la compresión y de la descompresión y a la distinción del volumen global y del volumen corpuscular total.

En fin, podemos igualmente seriar las diversas reacciones del niño ante los hechos experimentales que le son presentados al final del interrogatorio: medida del peso constante y verificación de la persistencia del nivel. A la ausencia de conservación y de atomismo corresponde una insensibilidad completa a estas experiencias, el niño las explica por un fenomenismo egocéntrico que excluye la permanencia sustancial. Al descubrimiento de la conservación de la sustancia y a la primera forma de atomismo, el de los granos sustanciales, pero imponderables y sin volumen apreciable, corresponde un principio de sumisión a la experiencia, pero sin coordinación completa: de la constancia del nivel el niño deduce la noción de una conservación del volumen y del peso del azúcar disuelto, pero de la constancia del peso no concluye la del volumen. Al tercer estadio corresponden dos progresos en las relaciones entre el razonamiento y la experiencia: por una parte, el niño se anticipa a la experiencia creyendo en la constancia del peso, y, por otra parte, se somete inmediatamente a la experiencia de la permanencia del volumen y la coordina, pero así por inducción y no por deducción anticipadora, a la constancia del peso. En fin, en el cuarto estadio hay una inversión total de sentido con relación al estadio inicial: el niño deduce y coordina previamente las tres formas de conservación y la experiencia no hace más que confirmar su razonamiento *a priori*.

¿Cómo interpretar las relaciones entre estas tres series de hechos? Para intentar este análisis, partamos de la tercera, puesto que todo progreso en la constitución de las invariables o en el atomismo resulta de una experiencia o de una deducción *a priori* o de una construcción que une uno de esos términos con el otro. Para comprender el conjunto de los mecanismos de la conservación es necesario, pues, empezar por deslin-

dar el sentido de las relaciones establecidas por el niño entre la experiencia y el razonamiento, relaciones que la tercera serie nos presenta de manera tan paradójica y casi incoherente.

La razón de esta incoherencia es seguramente que la construcción de las invariables no es debida ni únicamente a la experiencia ni al puro razonamiento, sino a los dos a la vez por medio de una forma compleja que se trata de determinar. Que los principios de conservación y atomismo no tienen un origen puramente *a priori* es fácil de apreciar a lo largo del desarrollo. Cada niño sabe por ejemplo, que el azúcar disuelto deja en el agua un sabor más o menos duradero y este solo hecho es suficiente para provocar, desde que el niño es capaz de un razonamiento que supere el puro fenomenismo egocéntrico, la idea de una conservación de la sustancia. Inmediatamente, es muy posible que los niños mayores hayan observado la constancia del nivel, después de la elevación debida a la inmersión del azúcar e incluso y mucho antes que nosotros se lo hagamos observar por medio de una experiencia apropiada. En fin, si bien el azúcar disuelto es transparente y las moléculas disueltas están realmente por debajo del umbral de nuestra percepción, no es menos cierto que el atomismo imaginado por el niño prolonga sin más los hechos observados en el curso de la disolución, es decir, los granos cada vez más pequeños y cada vez más diáfanos: los átomos de nuestros sujetos no son otra cosa que los granos mismos, pero todavía disminudos de tamaño y transformados en totalmente invisibles.

No obstante, es evidente que la experiencia sola no conduciría ni a la conservación rigurosa ni a un atomismo de composicón si los factores deductivos no vineran a estructurar y completar los datos percibidos. Podemos invocar a este respecto, en el momento de la adquisición definitiva de cada nueva invariable (estadio II B, III B y IV B), la aparición de un sentimiento de necesidad *a priori* que contrasta totalmente con el fenomenismo de la no conservación o con las dudas de los estadios intermediarios: esta conciencia de la necesidad tanto en el niño como en la ciencia, sobrepasa la experiencia y manifiesta la intervención de la deducción. En segundo lugar, ¿cómo explicar únicamente por la experiencia la cuantificación a la que llega el niño en cada forma de conservación? Seguramente, para aprender que el azúcar se conserva en su totalidad y que no se pierde nada del peso ni del volumen, no intentó jamás una pesada precisa y ni tan siquiera pensó en verificar por medio de señales rigurosas la constancia del nivel. Hay, pues, en su afirmación algo más

que el resultado de una observación; el producto de una deducción segura de sí misma. Ahora bien, la cuantificación no es un carácter que viene a añadirse a los principios de permanencia ya existentes antes que ella, sino que es la expresión misma de los métodos de composición que conducen a esta conservación. En fin, decir que los datos de la experiencia (tales como el sabor duradero, la constancia del nivel o la existencia de los granos en el transcurso de la disolución) sugieren las nociones de la invariabilidad de la sustancia, del peso y del volumen, consiste en afirmar simplemente que estos hechos pueden servir de materiales para una elaboración esquemática, pero sin duda es tan sólo a condición de que una construcción deductiva las elabore y las complete, asimilándolas a un sistema de operaciones coherente: prueba de ello es el hecho de que, durante el primer estadio, las mismas experiencias dejan insensible al niño todavía incapaz de deducir y que las coordinaciones no se establecen más que de manera progresiva en el curso de los estadios siguientes.

La conservación como el atomismo suponen así una colaboración íntima entre la experiencia y la deducción. Sigamos una y otra, paso a paso en el transcurso de estos cuatro estadios, sabiendo que son indisociables de hecho y que sólo el análisis las discierne una con relación a la otra. Durante el primer estadio, la actividad del sujeto se presenta en forma de una asimilación egocéntrica de los datos externos a los esquemas endógenos, tales como el del sabor-cualidad, del peso-empuje, de la sustancia-crecimiento o disminución o de volumen concebido como una voluminosidad intuitiva; en cuanto a la experencia, no se manifiesta a este nivel más que en su forma inmediata y perceptiva, es decir, en tanto que fenomenismo. La unión del egocentrismo y del fenomenismo es así la relación elemental o de principio entre una toma de conciencia que permanece en la superficie del pensamiento, en la región del yo más subjetivo, y una experiencia que permanece en la superficie de las cosas, en la región del fenómeno más externo. Durante el segundo estadio, los productos de la actividad del sujeto y de la experiencia, aquí indiferenciados, empiezan a disociarse y por este mismo hecho a coordinarse entre sí en lugar de limitarse los unos a los otros: el sabor es concebido como duradero y da lugar a una deducción de la sustancia permanente, del mismo modo que en el curso de las experiencias finales, la balanza y la lectura de la constancia del nivel persuaden al sujeto de la conservación del peso y del volumen. En el curso del tercero y cuarto estadio, la diferenciación entre la

deducción y la experiencia se acentúan: la primera permite la cuantificación del peso y después del volumen, mientras que la segunda confirma todas las anticipaciones. En resumen, parece así que tan pronto como la deducción es posible sobre un punto (la invariabilidad sustancial) la inducción experimental aparece sobre los otros (peso y volumen durante el segundo y tercer estadio) hasta el momento en que el sistema total se hace deductivo y se encierra así sobre sí mismo.

Para explicarlo mejor, parece que la lectura de la experiencia y el razonamiento mismo descansan sobre la construcción de un mismo sistema de relaciones, comunes a la inducción y a la deducción, pero que la composición inductiva las construye paso a paso, mientras que las operaciones deductivas las reúnen en un todo completo. En la medida en que las relaciones están incoordinadas entre sí, como durante el primer estadio, en el curso del cual todo intento de composición conduce a contradicciones insuperables, ni la deducción ni la lectura de la experiencia son posibles, mientras que en la medida en que se diferencian los procesos operatorios del pensamiento y los datos no deformados por el yo de la propia experiencia, se llega a la vez a una deducción necesaria y a una inducción exacta. Sería, pues, demasiado simple decir que la experiencia proporciona las relaciones y que la deducción las coordina, puesto que la actividad del sujeto interviene desde la elaboración de las relaciones reemplazando las relaciones irreversibles por operaciones reversibles y la coordinación de las relaciones no es independiente de sus contenidos, sino que se limita a componer las transformaciones experimentales de manera que éstas den lugar a un «agrupamiento» efectivo. Es necesario comprender que la historia de los intercambios entre la deducción y la experiencia supone una inversión de sentido que va desde un fenomenismo inconsciente, centrado sobre el yo, hasta la construcción de un «grupo» de operaciones físicas, donde la situación de partida testimonia una ausencia de toda coordinación objetiva posible, puesto que el sistema de referencias está constituido por el egocentrismo de las relaciones percibidas, y el estado final está caracterizado por una coordinación a la vez lógico-matemática y experimental, puesto que el sistema inicial está descentrado en beneficio de una composición general que integra la actividad propia en un universo de transformcaiones reversibles. Las relaciones de sustancia, de peso, de volumen, etc., propias al primer estadio, no pueden, en efecto, estar compuestas entre sí en un sistema deductivo, porque son simples cualidades a la vez subjetivas y unidas a la percepción inmediata: no pue-

den por tanto dar lugar más que a yuxtaposiciones posductivas o a fusiones transductivas. Por el contrario, la deducción no empieza, y con ella la inducción o posibilidad de tener en cuenta la experiencia, más que con la construcción de relaciones susceptibles a la vez de composición asociativa y de reversibilidad, tendiendo así a revestir la forma de «grupos».

¿En qué consisten los grupos utilizados por nuestros sujetos para establecer la conservación y la estructura atomística de las materias disueltas? Lo hemos visto sin cesar: en reemplazar las simples relaciones inherentes al devenir intuitivo por operaciones de fraccionamiento y de desplazamiento, que pueden acompañarse o no de compresiones y de descompresiones. El atomismo, del cual hemos trazado el desarrollo gradual, no es pues en absoluto, en su esencia, una imaginación o una colección de esquemas representativos: es un sistema de composición, y, en la medida en que la imaginación proporciona a estos últimos un sustrato simbólico, se somete inmediatamente y de lleno a sus exigencias, de tal manera que el carácter operatorio de este modo de razonamiento se impone poco a poco sobre su aspecto representativo.

La forma de grupo o de agrupamiento que toma esta estructuración progresiva de la deducción del niño es de gran interés para la teoría general de las relaciones entre el razonamiento y la experiencia. Comprobamos, en efecto, que no hay nada, en el contenido de los agrupamientos de los que hemos tratado en estos capítulos, que no tenga su fuente en la misma experiencia: las relaciones de volumen, de peso, de la cantidad de sustancia, las imágenes del átomo-grano, las transformaciones por fraccionamiento, desplazamientos, compresiones, están todas impuestas por los hechos como tales. ¿En qué se reconoce, pues, la obra del pensamiento en la elaboración de la «operación física»? El paso del egocentrismo fenomenista al agrupamiento, es decir, de la perspectiva ilegítima que caracteriza la actividad propia a la coordinación de todas las perspectivas concebibles, no significa la eliminación de la acción: una operación, es decir, el elemento de uno cualquiera de estos agrupamientos, es siempre una acción, pero esta acción está descentrada en relación al yo y es componible con todas las otras posibles en la medida en que se hace reversible. Así, el desarrollo de la experiencia puede ser tan inductivo como fuere necesario e incluso la composición de los datos experimentales puede seguir un camino tan próximo al empirismo como se quiera; la actividad del sujeto se manifestará siempre por el rigor lógico, por esta necesidad que sólo proporciona la deducción y que se traduce por la composición

de las operaciones entre sí y con sus inversas, en sistemas a la vez cerrados sobre sí mismos y abiertos a todas las combinaciones. La unión de la acción y del objeto es, pues, tan estrecha, a fin de cuentas, como en los principios; únicamente que en lugar de dirigir hacia sí el universo, dejándose de hecho dominar a su vez, el sujeto termina situándose en el universo, pero coordinándolo por esto mismo, gracias a la inserción de las transformaciones exteriores en el sistema de operaciones ya reversibles.

TERCERA PARTE

COMPRESION, DESCOMPRESION Y DENSIDAD

CAPÍTULO SÉPTIMO

LA DILATACIÓN DEL GRANO DE MAÍZ Y DEL MERCURIO [1]

Analizando a lo largo del capítulo precedente la construcción de la invariabilidad del volumen del azúcar disuelto, hemos podido notar la aparición de un nuevo esquema de composición, diferente del fraccionamiento o del simple desplazamiento: el de la compresión y descompresión. Conviene estudiarlo ahora para lo que servirán los capítulos séptimo al noveno. Lo encontramos de nuevo, en su forma más simple, pidiéndole al niño que explique la dilatación de un cuerpo que conserva sensiblemente su peso y su sustancia. Después de lo cual analizaremos en el capítulo octavo las relaciones establecidas entre el volumen y el peso cuando las materias comparadas son de densidades diferentes. En fin, en el curso del capítulo noveno, tomaremos estas mismas relaciones con la forma de problemas de combinaciones lógicas.

Es importante, en efecto, para asegurar la continuidad entre este estudio de la compresión y de la densidad y de la descripción anterior de las nociones de conservación y de los esquemas atomísticos, analizar en primer lugar, la explicación dada por el niño a los cambios de volumen que dejan el peso y la sustancia invariables. A este efecto, dos experiencias nos parecieron particularmente favorables, la primera es además preferible a la segunda.

Una consiste en enseñar al niño un grano de maíz americano (popecorn) que colocamos en seguida sobre una placa caliente de amianto de manera que el grano estalle y se dilate a los ojos del sujeto. Entonces le preguntamos si el peso y la cantidad de materia permanecen constantes y

1. Con la colaboración de Nelly GRUNER.

por qué ha aumentado el volumen. El inconveniente de esta técnica estriba en que la conservación del peso y de la materia no es rigurosa, puesto que se produce una ligera evaporación del agua contenida en la semilla, pero es muy fácil ver si el niño llega a la constancia por razones prelógicas o si evoca él mismo una disminución de materia debida a evaporación en el sentido físico del término, en cuyo caso es evidente que el sujeto ha conseguido el nivel de la invariabilidad en cuestión. En cuanto a la explicación del cambio de «volumen global», es decir, de la dilatación o descompresión, puede dar lugar, en el caso del maíz e igualmente en el de azúcar, a composiciones atomísticas interesantes, pero la cuestión que se plantea naturalmente aquí, como a propósito del azúcar, es si el atomismo caracteriza un estadio o se encuentra, con frecuencia más o menos grande en todos los niveles, pero con significados diferentes según los modos de composición.

La segunda experiencia consiste en dilatar el mercurio o el alcohol de un termómetro y en preguntar de nuevo, al niño, si el peso o la cantidad de materia han variado durante la dilatación y cómo se puede explicar esto último. Pero tiene los inconvenientes de que el niño discierne mal la estructura del termómetro y se pierde en las preguntas secundarias o bien que el sistema cerrado constituido por el tubo favorece artificialmente la noción de conservación. Por lo tanto, seremos breves en este tema del mercurio, que nos servirá solamente a título de contraprueba.

El problema del maíz nos permitió encontrar de nuevo los cuatro estadios establecidos hasta el presente. En el curso del primero hay la no conservación de la materia y del peso, se juzga que los dos aumentan con la dilatación que es así explicada como un crecimiento inmediato y absoluto. En el curso del segundo estadio, hay conservación de la sustancia, pero el peso se considera como cambiable e incluso ordinariamente como disminuido por los efectos de la dilatación reduciéndose ésta a una especie de «hinchazón» o de tirantez con estructura atomística o sin ella. A nivel del tercero y cuarto estadios, el descubrimiento de la conservación del peso junto a la comprobación del aumento del volumen conduce a un número de sujetos cada vez mayor, a una explicación atomística: la del tercer estadio atribuye la «hinchazón» a las mismas partículas concebidas como dilatándose cada una y los del último estadio introducen la idea de la descompresión de los granos elementales con volumen invariable. La experiencia del termómetro confirmará la sucesión

de estos estadios, pero sin que el niño consiga más que una indicación de composición atomística fundada sobre la noción de «gotas» o de «partes».

1. LA DILATACIÓN DEL MAÍZ. I. LOS DOS PRIMEROS ESTADIOS

Es necesario analizar los dos primeros estadios no sólo para confirmar los resultados de los capítulos cuarto y quinto, sino también para servir de introducción al estudio del esquema de la «compresión», puesto que en la medida en que no existe en absoluto, la conservación de la sustancia ni del peso no puede existir la noción precisa, ni sobre todo la explicación atomística de la dilatación. La noción de los «granos» elementales de harina puede surgir naturalmente desde el primer estadio, pero es simplemente de orden perceptivo y el niño no se opone en modo alguno a la idea de que el número de estos granos aumente con la dilatación. Durante este segundo estadio la materia y eventualmente el número de granos se conservan mientras que por el contrario, su peso cambia.

He aquí, en primer lugar, algunos ejemplos de las reacciones del primer estadio:

Nos (8 años). «¿Conservará el mismo tamaño? — *No, engordará, se hinchará.* — ¿Por qué? — *Por el calor, quema un poco, entonces se hincha como cuando nos quemamos un dedo.* — ¿Cómo explicas tú esto? — *Tiene granos por dentro, esto los hace salir.* — (El grano estalla) ¿Ha conservado el mismo peso que al principio? — *Pesa más.* — ¿Por qué? — *Porque es más gordo.* — Si miras esto (un grano no hinchado = A) con un microscopio ¿qué crees que veremos? — *Veremos granos.* — Y aquí, ¿continúa habiendo lo mismo? (en A' = grano hinchado) — *Hay más aquí* (A). — ¿Cómo lo sabes? — *Sí, lo mismo, se han vuelto más gordos.* — ¿Y aquí qué crees, hay más harina o pequeños granos que antes, o igual? — *Hay más.*»

WEN (9 años). «¿Qué pasará? — *Engordarán como el arroz.* — (El grano estalla) ¿Por qué? — *Engordan, el fuego los hace engordar.* — ¿Pesa igual que antes? — *No, éste* (A) *pesa más, es más pesado.* — ¿Por qué? — *Porque ha engordado. Hay más que antes.* — ¿Más qué? — *Harina.* — ¿Hemos añadido? — *No, pero el fuego lo ha hecho.* — ¿Qué ha hecho? — ... — ¿Qué pasa? — *Ha hecho engordar lo que estaba dentro.* — ¿Qué había dentro? — *Granos de harina que engordan los granos forman los granos de maíz. Éstos eran*

pequeños. Ahora son gordos. Entonces pesa. — ¿Pero hay lo mismo que antes o no? — *Hay más que antes.* — ¿Pero el grano gordo pesa más que antes o no? — *Sí, porque es más grande. Cuando era pequeño yo pesaba menos.*»

SOR (9 1/2). Después de estallar: «*Lo de dentro se ha hinchado.* — ¿Por qué? — *El calor lo ha hecho levantar y la piel ha saltado por la presión.* — ¿La presión de qué? — *De lo que había dentro.* — ¿Qué había dentro? — *Trigo.* — ¿Qué crees del peso? — *Pesa más porque se ha desarrollado con el calor, como si hubiera crecido, se hace más grande.* — ¿Por qué? — *Porque lo que había dentro ha querido abrirse. Es como un grano que ha germinado, pero con el calor se hace más rápido.* — ¿Crees que hay más sustancia o igual que antes? — *Hay más harina.* — ¿De dónde viene la que está de más? — *Se ha añadido, se ha hecho más grande. El calor la ha hecho crecer.*»

Comprobamos en seguida que para los niños del primer estadio no hay conservación del peso: creen natural que el grano se haga más pesado con el aumento de su volumen, ya que, en este nivel, el peso es concebido generalmente como proporcional a las dimensiones del objeto. ¿De dónde procede este crecimiento simultáneo del peso y del volumen? La respuesta es muy simple: la propia sustancia aumenta durante la dilatación. Tanto si, como Sor, consideran la sustancia del maíz como una harina de naturaleza no discontinua o al igual que Nos, como un polvo formado de pequeños «granos» perceptibles, o todavía al igual que Wen, como un conjunto de «granos», les parece muy natural que esta materia aumente de cantidad: «hay más harina —dice Sor—, porque se ha añadido, se ha hecho más grande», con lo que no quiere decir únicamente que se dilató, sino más bien que creció como una sustancia viva en el curso de su desarrollo. Igualmente, los niños que piensan ya en una estructura granular admiten que el número de «granos» aumenta con la dilatación: «hay más», dice Nos o «hay más que antes», dice Wen. E incluso los propios granos elementales aumentan de sustancia: «Se han vuelto más gordos» como dice también Nos, sin ver que el problema es así simplemente desplazado. Pero, sin decidirse entre las dos hipótesis, cuya oposición no procede para ellos más que de nuestras preguntas, Nos y Wen nos las afirman simultáneamente. De manera general, el aumento de sustancia y de peso es evidente para los niños, porque ésta tiende a un proceso de crecimiento biológico, pero crecimiento concebido como absoluto, es decir, sin que la sustancia ganada por el organismo se tome del medio exterior. Así, Wen compara, sin más, el grano de maíz con su propio cuerpo: «cuando era pequeño yo pesaba menos», igualmente Sor: «Se ha desarrollado con el calor como si hubiera crecido», y Ros llega incluso a comparar la

hinchazón del grano al de una quemadura: «se hincha como cuando nos quemamos un dedo».

En resumen, la dilatación se interpreta durante el primer estadio como un aumento real de sustancia, limitándose la explicación a traducir en lenguaje egocéntrico la apariencia fenomenista de la percepción inmediata. Con las reacciones del segundo estadio por el contrario, asistimos a un principio de disociación y de composición racional de los datos de la experiencia: si el peso es concebido todavía como variable, la sustancia empieza a conservar su cantidad como en el caso de las bolitas de arcilla y de la disolución del azúcar. Es interesante el hecho de que la variación del peso sea casi siempre considerada como una disminución. He aquí algunos ejemplos de este segundo estadio:

MEY (7 1/2). «*¡Oh!, el grano se ha hecho más gordo.* — ¿Y si pesáramos el grano antes y ahora? — *Pesará menos ahora que está abierto.* — ¿Por qué? — *Porque tiene más aire dentro.* — ¿Cómo es esto? — *Es el aire que viene del fuego. El humo entra en el grano.* — ¿Pero dentro hay igual, más o menos? — *Lo mismo, pero pesa menos.*»

SIER (9,6). «*En los granos hay arena muy fina.* — (El grano estalla) ¿Qué ha pasado? — *Se ha hecho más gordo.* — ¿Y el peso? — *Pesa menos.* — ¿Y sobre la balanza? — *Pesará menos.* — ¿Por qué? — *Aquí* (A) *está apretado, por tanto pesa más. Allí* (A') *está totalmente abierto, ha saltado, entonces pesa un poco menos.* — ¿Hay igual de harina dentro? — *Un poco menos, ¡no!, hay la misma cantidad.*»

GRIL (9,9). «¿Qué va a ocurrir? — *Crecerá.* — (Estallido) — *Salta.* — ¿Por qué? — *Como una flor, como un capullo que se abre.* — ¿Y el peso? *Pesa menos.* — ¿Por qué? — *No sé por qué, pero se ve.* — ¿Hay menos dentro? — *Hay lo mismo.* — ¿De qué? — *Pequeños granos y aquí* (A') *los pequeños granos se transforman en pasta.* — ¿Cómo explicas que pese menos cuando es más grande? — *Está hinchado. El calor siempre hincha.*»

MAT (10 años). «*El calor los ha hinchado. Los granos aspiran el calor.* — ¿Cómo? — *El calor entra en los granos y ocupa lugar.* — ¿Cómo? — *En el grano, hay poros por los que el calor puede pasar.* — ¿Tiene el mismo peso? — *Éste pesa más* (A) *y aquél* (A') *pesa menos.* — ¿Por qué? — *El aire pesa menos que la semilla: se lleva una parte del peso.* — ¿Por qué? — *Éste* (A) *el calor no lo ha abierto. Al abrirse pierde una parte de su fuerza.* — ¿Pero cómo se explica que éste (A') sea más grande y pese menos? — *El calor ocupa lugar. Lo que está dentro está hinchado.* — ¿Qué hay dentro? — *Pieles apretadas unas contra otras.* — ¿Y cuando llega el calor? — *Las separa.* — ¿Y si pudiéramos contar, habría lo mismo aquí (A) y aquí (A')? — *Habría el mismo número, porque es el mismo grano. Uno está hinchado y el otro cerrado, pero es lo mismo.*»

Vemos que estos niños contrariamente a los del primer estadio postulan la conservación de la sustancia o de la cantidad de materia: «Es lo mismo, pero pesa menos», dice Mey, «hay la misma cantidad», precisa Sier o «hay lo mismo» (Gril) y sobre todo «habría el mismo número porque es el mismo grano» (Mat). Pero no es menos evidente que estos mismos niños se niegan a admitir la conservación del peso: para la mayoría de ellos, el grano dilatado se vuelve «menos pesado», lo que no significa a sus ojos que el peso relativo disminuya mientras que el peso absoluto permanece constante, sino que incluso este último se altera tanto si lo medimos con una balanza como en la mano. Más exactamente, los sujetos no tienen todavía ninguna noción de la distinción entre el peso absoluto invariable y un peso relativo que varíe en función del volumen.

¿A través de qué métodos de razonamiento el sujeto vuelve así a asegurar la conservación de la sustancia y por qué se niega a admitir la del peso? La primera pregunta es fácil de resolver mientras que la segunda plantea todo el problema de la compresión y de la densidad.

Es suficiente, en efecto, que el niño aplique los métodos 1 y 2 (véase el final del capítulo primero) para que descubra la invariabilidad de la materia del grano. Una vez admitido que el maíz está compuesto de harina, de pasta, de «pequeños granos» o de «pieles», etc., la sustancia permanecerá constante si cada partícula de pasta, cada «piel» o cada pequeño grano de harina, permanece idéntico a sí mismo al desplazarse (método 1) o que su número sea constante (método 2). Cuando Gril dice que el grano abierto contiene «lo mismo» porque «los pequeños granos se han transformado en pasta», emplea el primero de estos métodos y cuando Mat dice que «el mismo número», emplea explícitamente el segundo.

Si la cantidad de materia es concebida como constante mientras que por otra parte el volumen aumenta efectivamente, y en proporciones notables, ¿no es esto el índice de que el niño llega a una intuición de la densidad, es decir, de la relación de la masa al volumen? Y si, además, considera que el peso disminuye en función misma de este crecimiento de volumen, ¿no se trata entonces de que piensa en el peso relativo y no en el peso absoluto, no obstante lo que acabamos de decir y traduce así simplemente la disminución de la densidad por una disminución del peso? En otras palabras, ¿no parece que el niño alcance desde este segundo estadio las nociones de compresión y de descompresión, y que los términos «apretado» «hinchado» que emplea sin cesar expresen bien este modo

de composición, estando destinado a conciliar precisamente la conservación de la sustancia con el aumento del volumen? Nosotros creemos, al contrario, que todavía no es así y que las expresiones empleadas por el sujeto no designan ninguna composición propiamente dicha (salvo la que conduce a la invariabilidad de la sustancia tal como acabamos de ver), sino que traducen sin más la comprobación empírica de la dilatación visible, asimilándolo al esquema intuitivo o preoperatorio de la inconsistencia de la materia.

En efecto, ¿qué piensa en realidad el niño cuando sostiene que el grano abierto se vuelve «menos pesado»? Mey, por ejemplo, declara que el grano «pesa menos porque está abierto» y esto «porque tiene más aire dentro». Este sujeto no pretende, pues, en modo alguno, que sea el peso relativo lo que cambie, lo que expresaría fácilmente diciendo algo así como: pesa igual, pero es más grande, por lo que resulta menos pesado. Al contrario, Mey afirma que el grano abierto se llena de aire (que) viene del fuego. El humo entra en el grano» y que la sustancia, aunque constante, pierde peso en lugar de conservarlo. Igualmente Sier está convencido de que en la balanza veríamos la disminución absoluta del peso: «aquí está junto, por tanto pesa más. Aquí (A') está totalmente abierto, ha saltado, entonces pesa un poco menos». Para Gril, la disminución de peso tampoco se refiere para nada a la relación del peso absoluto constante y del volumen, sino más bien a una disminución absoluta, que le parece evidente incluso perceptivamente: «no sé por qué, pero se ve». Finalmente, Mat nos da una explicación completa, en la que evidentemente piensan todos los demás de una manera implícita: «los granos aspiran el calor (aire caliente)» dice, entonces el aire pesa menos que la misma semilla, se lleva parte de su peso porque «al abrirse, (el grano) pierde parte de su fuerza». No se podría expresar más claramente que el peso no es todavía, para los niños de este nivel, un *quantum* medible según reglas de composición que definen el todo por la suma de las partes, sino que permanece una «fuerza» evaluándose de manera puramente intuitiva por la presión que ejerce sobre la mano: por lo que un grano apretado aparece, en efecto, como más pesado que este mismo grano hinchado de aire, consecuentemente como más «fuerte» mientras que el aire añadiéndose a su materia, aunque constante, disminuye tanto su fuerza como su peso.

Vemos, de todo esto que las expresiones «apretado», e «hinchado» que caracterizan los estados A y A' del grano antes y después del estallido, no demuestran todavía, en modo alguno, que el niño haya llegado al es-

quema operatorio de la compresión y de la descompresión. En efecto, para que las nociones de compresión y descompresión puedan dar lugar a una composición real, es evidente que las partículas según cuya distribución serán explicadas las propiedades del todo, deben tener un peso y volumen constante; únicamente el «volumen global» será susceptible de variación en función precisamente de la compresión o de la descompresión de estas partículas. Pero hasta el cuarto estadio, el niño no alcanzará esto, atribuyendo un volumen invariante a los elementos y distinguiendo el «volumen corpuscular total» del «volumen global», y hasta el tercer estadio no le atribuirá un peso constante. En el nivel del presente estadio, pues, no podríamos hablar de compresión o descompresión operatoria, sino tan sólo del esquema empírico de «hinchazón» definido de la siguiente manera: sólo la sustancia es constante y se llena de aire, cambiando así el peso y el volumen. Por ejemplo, Mey se limita a afirmar que el grano «está abierto», es decir, «tiene más aire dentro» y que «el aire que viene del fuego, el humo viene en el grano». Sier comprueba simplemente que el grano «saltó» y está «totalmente abierto». Gril precisa que «los pequeños granos (de la harina) se transformaron en pasta» porque «está hinchado, el calor hincha siempre», y Mat, que se representa el grano como una cebolla formada de capas sucesivas, piensa que el calor «entrando» entre sus «pieles apretadas unas contra otras» las «separa» simplemente.

Nada de esto constituye, pues, todavía un esquema de composición atomística y no procede más que por fraccionamientos y desplazamientos; la compresión y descompresión resultan sin más de la distribución espacial de las partículas. Al contrario, la «hinchazón» que invocan estos niños participa siempre de esta pseudoelasticidad o inconsistencia del tejido, es decir, de este esquema intuitivo y perceptivo que utiliza el niño hasta el momento en que se vuelve capaz de concebir la invariablidad de volumen de los elementos. El simple hecho de que la «hinchazón» altera el peso muestra suficientemente, en efecto, que se trata todavía de una transformación intuitiva y no de una composición espacial, por tanto operatoria, todo lo cual demostrará el análisis retrospectivo de los estadios siguientes.

2. EL TERCER ESTADIO: CONSERVACIÓN DEL PESO SIN CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN

En el curso del estadio II, acabamos de comprobar que tan sólo se conserva la sustancia, mientras, en general, se juzga que el peso disminuye y que el volumen aumenta. La disociación que se produce así entre el peso y la sustancia es habitual y lo hemos observado ya en los estadios II de las reacciones a la bolita de arcilla y al azúcar. Por el contrario, la disociación del peso y del volumen es nueva para nosotros en el estadio II, puesto que caracteriza las reacciones a la dilatación o a las diferencias de densidad: lo volvemos a encontrar en el mismo nivel respecto a la comparación entre la piedra y el tapón (capítulo octavo). Esta segunda disociación se acentuará, pero con otra forma en el curso del estadio III: el peso se hará constante y dará lugar a una composición racional de las partículas ponderadas mientras que el «volumen global» aumenta y que se juzga también el volumen de cada partícula como creciendo (igual que ocurre ya en el estadio II). Asistiremos, pues, a un progreso en el aspecto de las relaciones del peso, transformándose éstas en operatorias y componibles, entre sí y con la sustancia, pero sin que las relaciones del volumen progresen por su parte y sin que, en consecuencia, el esquema que une el peso y el volumen supere todavía la noción intuitiva de simple «hinchazón».

He aquí, en primer lugar, dos casos intermedios entre la no conservación y la invariabilidad del peso (estadio III A):

BERT (10 años). «¿Por qué ha engordado el grano? — *Es el calor. Calienta los granos y entonces se abren.* — ¿Cómo puede engordar así? — ... — ¿Y si lo pesáramos? — *Queda igual, a menos de que pese más. Cuando es pequeño no pesa mucho mientras que cuando es gordo pesa más.* — ¿Hay más maíz dentro? — *No, hay la misma cantidad de maíz cuando se abre.* — ¿Entonces por qué pesa más? — *Porque es más gordo. ¡Ah no!, es del mismo peso porque aquí* (A) *está dentro, mientras que es más pequeño y aquí* (A') *está abierto, pero tiene el mismo peso.* En cuanto a la explicación de la hinchazón es que en (A) *hay pequeños granos.* — ¿Y si miraras aquel? (A') — *También habrían pequeños granos.* — ¿El mismo número? — *No, hay más allí* (A'), *a no ser que hubiera igual.* — ¿Qué crees que es más probable? — *Igual. En todas partes hay el mismo número, pero aquí* (A) *está dentro, es más pequeño; y allí* (A') *está abierto y los granos se hacen más gordos.*»

CLAV (11 años). «El grano abierto *pesa menos.* — ¿Cómo puedes explicar-

lo? — *Se ha separado, hinchado como una pelota, después se ha enfriado, y entonces se ha endurecido.* — ¿Cómo? — *Al calentarse se hace más gordo, se estira, entonces el gas* (aire caliente) *lo hincha.* — ¿Pesa igual? — *Se ha vuelto más gordo, entonces pesa menos.* — ¿Por qué? — *Aquí* (A) *estaba totalmente apretado y aquí* (A') *se ha hecho más gordo.* — ¿Hay igual, más o menos maíz? —*Debe haber el mismo, únicamente ha crecido.* — ¿Cómo? — *Se ha hinchado.* — Entonces ¿pesa menos? — *¡Ah no!, es lo mismo, esto* (A) *está apretado, y esto* (A') *está alargado, estirado. Las partes continúan siendo las mismas, pero han engordado, ocupan más lugar. Aquí* (A) *están todas apretadas unas contra otras y aquí* (A') *están unas al lado de otras, pero alargadas. Es el mismo peso pero más gordo.*»

He aquí ahora casos claros del tercer estadio (subestadio III B):

Rou (10 años). «¿Cómo es un grano de maíz? — *Tiene polvo dentro.* — (Estallido) — *Es más gordo.* — ¿Hay más polvo dentro? — *No, es igual porque es el mismo grano.* — ¿Pesa más que antes o menos? — *Igual.* — ¿Por qué es más gordo? — *El polvo se hinchó.* — ¿De qué es el polvo? — *De pequeños granos.* — ¿Si pudiéramos contar los granos pequeños, cuando está hinchado habría el mismo número o más? — *El mismo número.* — ¿Entonces cómo se hincha el polvo? — *Son los pequeños granos que se hinchan.* — ¿Por qué? — *El calor los hace saltar. Se hinchan.* — ¿Qué quieres decir? — *Se vuelven más gordos.*»

Alt (10 años). «*El grano es más gordo.* — ¿Y el peso? — *Es el mismo, solamente ha saltado.* — ¿Por qué es el mismo peso? — *Los trozos no marchan.* — ¿De qué es el grano? — *De harina, de polvo.* — ¿Hay más harina ahora? — *Lo mismo, es más gordo, pero es lo mismo que antes.* — ¿Por qué es más gordo? — *Después de saltar, se hincha, es más gordo y más grueso.* — ¿Qué es lo que se hace más gordo y más grueso? — *La harina. El calor hincha. La piel salta.* — ¿Esta barra (metálica) es polvo? — *No, el polvo es de pequeños granos.* — ¿Por qué se hincha cuando se calienta? — *Los granos engordan.* — ¿Hay más granos cuando se calienta? — *No, pero los pequeños granos engordan.* — ¿Por qué se hincha la harina? — *El calor es muy fuerte.* — ¿Qué hace? — *Hace crecer los pequeños granos.* — ¿Cómo? — ... — ¿Hay algo que te enreda? — *Sí, no sé cómo pueden engordar los pequeños granos.*»

Bas (12 años). «¿Qué ocurre? — *El calor atraviesa las cosas amarillas* (envoltura) *entonces el maíz se hincha.* — ¿Qué quiere decir hinchar? — *Hacer los granos que están dentro más gordos.* — ¿Y si lo pesáramos? — *El grande pesa menos, el calor se lleva una parte. No, es igual, siempre tiene el mismo peso.* — ¿Por qué? — *Porque no hay nada que marche. Se hace simplemente más gordo.* — ¿Cómo? — *El calor los hincha?* — ¿Qué? — *Los granos.* — ¿Y si pudiéramos contarlos? — *Es lo mismo. Aquí* (A) *son más pequeños y aquí* (A') *son más gordos, pero hay el mismo número y el mismo peso.*»

Lo característico de estas respuestas del tercer estadio consiste, pues, en explicar la dilatación del grano total por la de sus elementos, el peso se hace constante al igual que la cantidad de materia.

La constancia del peso, en primer lugar, se explica en los sujetos exactamente de la misma manera que a propósito de las bolitas de arcilla (capítulo segundo) y del azúcar (capítulo sexto). Así, por ejemplo, Alt dice una fórmula sorprendente: «es el mismo peso porque los trozos no marchan». Esta solidaridad entre el peso y la sustancia es, sin duda, puesta en tela de juicio, al principio, por los casos intermedios Bert y Clav, porque los trozos o los granos de harina, al hincharse durante la dilatación total, les parecen también aumentar o disminuir de peso. Pero esta dilatación de las partículas no trae como consecuencia, durante el curso del subestadio III B, ninguna duda sobre la constancia de su peso, siendo éste, pues, susceptible de una composición aditiva independientemente del volumen y en relación a la de la sustancia.

En cuanto al esquema de la «hinchazón», por medio del cual estos mismos sujetos explican la dilatación del grano total, es exactamente idéntico al estadio II, con la única diferencia de que se aplica, a partir de ahora, de modo más preciso a los granos elementales que están formados de «harina» o de «polvo» y no ya solamente al conjunto. En efecto, gracias a la composición del peso que se añade a la de la sustancia, el niño de este nivel hace un progreso notable en la dirección del atomismo. En el estadio II seguramente ya ocurría el que el sujeto invocara, junto con unas «pieles» o trozos de pasta los «granos» elementales de harina o de polvo concebidos como elementos últimos del grano entero y consideraba que tenían un número y una sustancia permanente. Pero al no creer en la invariabilidad del peso y contentándose con un esquema global de la hinchazón para explicar la dilatación, precisaba poco el fin de estos pequeños granos durante la dilatación. En el estadio III ocurre también, a veces, que estos elementos se transforman en pasta o son de entrada, olvidados o reemplazados por trozos continuos. Mas, como regla general, los sujetos de este tercer estadio hacen la hipótesis explícita del polvo, cuyas partículas subsisten en el curso de la dilatación total: ésta se explica entonces por el hecho de que estos corpúsculos «se hinchan». Así, según Bert, «hay pequeños granos», «en todas partes el mismo número», pero cuando «está abierto» se «hacen más gordos». Para Clav, estas «partes» elementales «engordan». En primer lugar, «están todas apretadas unas contra otras», después del estallido «están unas al lado de las otras, pero

alargadas». Para Ron «son los pequeños granos», igualmente con un número constante «que se hinchan». Para Alt «los pequeños granos engordan» porque hay mucho calor, y «esto hace crecer los pequeños granos», a lo que añade que no comprende cómo, lo que prueba que no habla a la ligera. Para Bas, en fin, «son más gordos» después del estallido, «pero hay el mismo número».

El atomismo se transforma, pues, en una modalidad de explicación más o menos general en el curso de este estadio. Solamente dos esquemas atomísticos bien diferentes pueden explicar la dilatación del conjunto del grano grande. Según uno de ellos, que caracterizará el cuarto y último estadio, las partículas o «pequeños granos» mantienen un volumen constante, pero se separan por la influencia del calor: éste es realmente el esquema operatorio de la compresión y de la descompresión, pero todavía no aparece durante este tercer estadio. Según el otro, que es el de los niños del estadio III, el problema es simplemente desplazado sobre los propios elementos: si el todo se dilata, es porque los átomos se hinchan. Es evidente que en este caso no hay composición verdadera, salvo naturalmente en lo que concierne al peso y a la sustancia, sino simplemente transformación intuitiva: el volumen de cada partícula no se considera como invariable y el aumento del «volumen global» se explica por un aumento del volumen corpuscular, el cual permanece inexplicable. Por lo tanto, no es exagerado decir que el esquema intuitivo de la «hinchazón» se conserva del segundo al tercer estadio, transfiriéndose simplemente a los elementos, y es necesario distinguir dicha noción del esquema operatorio de la compresión, la cual sólo se afirmará durante el cuarto estadio. Además, gracias a estas distinciones, advertimos que existe un paralelismo completo entre esta evolución y la de los estadios relativos al azúcar (capítulo sexto), la composición de las operaciones de compresión no aparecen más que con la conservación del volumen (las dos nociones son por otra parte totalmente solidarias) y esta invariabilidad del volumen no se constituye más que después de la del peso. La única diferencia entre las dos evoluciones, aparte del hecho de que se trata, en un caso, de la disolución y en el otro de la dilatación, estriba en que, en el segundo el atomismo es menos general que en el primero y puede reemplazarse por la noción de «trozos» o «partes» visibles. Al igual que, en la disolución del azúcar, muchos niños se representan el azúcar disuelto en forma de un jarabe viscoso mezclado con agua, igualmente el maíz es imaginado por muchos niños —y en un número relativamente más ele-

vado— como una especie de pasta que se hincha o de algodón que se ensancha, sin formar granos. Únicamente que, incluso en estos ejemplos, es fácil distinguir la transformación intuitiva propia de este estadio, en lo que concierne al volumen, de la composición operatoria que se afirma en el curso del estadio siguiente. Dicho de otra manera, el atomismo no caracteriza un estadio particular, sino que se encuentra en proporciones cada vez mayores, en todos los estadios a partir del segundo, y cada estadio se caracteriza esencialmente por el modo de composición que le corresponde, del que el atomismo no es más que la consecución final.

3. EL CUARTO ESTADIO: CONSERVACIÓN DEL VOLUMEN DE LAS PARTÍCULAS Y COMPOSICIÓN POR COMPRESIÓN Y DESCOMPRESIÓN

El cuarto estadio se define por el hecho de que las partículas —poco importa que consistan en «granos» o en trozos en un principio continuos— están dotadas de sustancia, peso y volumen invariables, la dilatación total se explica, pues, en el caso de una estructura granular por la separación de los granos y en el caso de una estructura continua por la separación de los trozos y la formación de grietas llenas de aire, la textura del maíz permanece con una concentración constante.

He aquí algunos ejemplos de este tipo de atomismo:

LENS (9 1/2). «Afirma el mismo peso después del estallido: ¿Por qué pesa igual? — *Es la misma cantidad de harina.* — ¿Por qué se ha hecho más gordo? — *Se hincha.* — ¿Es todo una sola cosa? — *Hay muchos granos pequeños.* — ¿Hay más o menos cuando se calienta? — *Hay el mismo número.* — ¿Entonces por qué se hincha? — *Los pequeños granos son los mismos, pero saltan.* —¿Entonces qué pasa? — *Están menos cerca, más alejados.*»

CHEV (10 años). «El mismo peso y la misma materia: ¿Entonces por qué engorda? — *Porque está más separado.* — ¿Qué? *Lo que había dentro, lo que es blanco: había un polvillo.* — ¿Qué es? — *Pequeños trozos.* — ¿Qué quiere decir que está más separado? — *Cuando se calienta hace los trozos más pequeños.* — ¿Cómo es eso? — *Los trozos se separan, están más separados.*»

CHOL (11 años). «¿Hay más materia? — *No, no es más grande, pero está más separado.* — ¿Y si lo pesáramos? — *Pesaría lo mismo, porque está un poco más frío por dentro.* — ¿De qué está hecho el maíz? — *De harina.* — ¿Por qué se separa cuando lo calentamos? — *Son pequeños granos, se separan y saltan.*»

JAC (12 años). «*Se ha hinchado.* — ¿Qué? — *Lo que está en el grano, la pasta de harina.* — ¿Hay más o menos harina que antes? — *Igual.* — ¿Y si lo pesáramos? — *Tendría el mismo peso, únicamente se hincha.* — ¿Por qué se hincha? — *Ha entrado aire en el grano, aire caliente por el calor.* — ¿Y qué ocurre? — *Entonces el aire se coloca entre los granos de harina y se hincha el grano gordo.* — ¿La harina tiene granos? — *Sí, es como una especie de polvo.* — ¿Y cuando la calentamos hay más o menos granos? — *El mismo número.* — ¿Se hacen más gordos o más pequeños? — *Igual de gordos.* — ¿Entonces por qué se hinchan? — *Por el calor, porque el aire caliente los separa.* — ¿Cómo estaban estos granos antes de que el calor los separara? — *Apretados unos contra otros.*»

He aquí un ejemplo de estructura continua:

SORO (11 años). «*El calor los abre y estallan.* — ¿Por qué? — *El calor los engorda.* — ¿Cómo? — *No lo sé, nunca me lo han dicho, pero tiene aire.* — ¿Hay más cosas en este grano que antes? — *No, igual. Ocurre simplemente que la piel se hace tirante y estalla. Engorda.* — ¿Cómo? *Se despliega.* — ¿Qué quieres decir? — *Se deshace, se llena de aire por el calor.* — ¿Pero cómo ha engordado? — *Aquí* (A) *está comprimido, está encerrado en un bloque y con el calor se deshace.* — ¿Pesa más? — *Pesa igual porque ahí* (A') *hay exactamente igual que aquí* (A) — ¿Cómo lo sabes? — *Porque esto* (A) *está en un bloque, como comprimido, después esto* (A') *se deshace en contacto con el calor.* — Dibuja los dos granos como si los viéramos en el microscopio. — (Dibuja un círculo grande para el estado A y marcó para el estado A' un ensanchamiento considerable del contorno con un conjunto de líneas entrecruzándose que marcaban el fraccionamiento del grano.) *Seguramente éste* (A) *está todo lleno, está lleno de materia blanca. Si pusiéramos éste* (A') *en éste* (A) *estaría totalmente lleno.* — ¿Estás seguro de que pesan igual? — *Sí.* — ¿Cómo te lo explicas? — *Aquí dentro* (las grietas de A) *no hay más que aire.* — ¿Cómo puede entrar aquí? — *Tiene pequeños agujeros* (enseña las grietas) *no está cerrado como antes.* — ¿Si mirásemos al microscopio? — *Veríamos una bola grande y pequeños agujeros* (las grietas).»

Vemos claramente en qué difieren estas reacciones de las del tercer estadio y marcan la llegada a la explicación más racional de la que es capaz el niño para explicar la dilatación. Por vez primera, nuestros sujetos consiguen explicar los cambios del «volumen global» del grano, respetando los principios de la conservación, comprimiendo la del «volumen corpuscular total» de los mismos elementos, e interpretan la dilatación del conjunto por una composición rigurosa. En efecto, contrariamente a los niños del tercer estadio, éstos no creen más en la hinchazón de los «pequeños granos» o partículas elementales, que explicaría la dilatación global desplazando el problema. Lens y Jac por ejemplo, precisan que

los granos pequeños «son siempre igual de grandes». En cuanto a Soro, que cree que la pasta continua se agrieta durante la dilatación, no invoca tampoco ninguna hinchazón o cambio de concentración de los trozos de pasta. A partir de este momento el aumento del volumen parece proceder únicamente de una composición espacial entre los elementos de volumen constante. Para Soro, la materia se despliega» por el efecto del calor y se «comprime» en el estado normal, es decir, que el grano está «en bloque» o «lleno» mientras que no está caliente, y se «deshace» por la influencia del aire que llena luego las grietas o «pequeños agujeros». Para Lens, los «pequeños granos» «saltan» y están así «más alejados». Para Chev, los «trozos» de «lo que había dentro» se hacen todavía más pequeños, y los granos de «polvo» así formados, «se separan, están más separados». Para Chol, los «pequeños granos» se «separan y saltan». Jac da toda la precisión que requiere su esquema: los granos de harina normalmente «apretados unos contra otros» permanecen idénticos durante el estallido, pero «el aire caliente los separa».

Es evidente, que este esquema de composición, fundando la compresión y descompresión del grano de maíz en su fraccionamiento en trozos o partículas y en los desplazamientos de estas últimas, resulta del agrupamiento de las operaciones que hemos entrevisto en el análisis del cuarto estadio de las reacciones a la disolución del azúcar (capítulo sexto) y que se encuentran ahora explícitamente despejadas. El descubrimiento de estas operaciones por el niño, se manifiesta, en particular, con la invención de la operación inversa. Hasta aquí, en efecto, la «hinchazón» se presentaba bajo la especie de una transformación irreversible, y en esto consistía justamente su principal diferencia con el esquema operatorio de la descompresión: incluso si el grano «hinchado» hubiera podido estar concebido por los sujetos de los estadios precedentes como susceptible de volver al estado inicial este retorno empírico no hubiera constituido una «operación inversa», puesto que el volumen total (A') no estaba compuesto por los volúmenes de los elementos de (A). Por el contrario, cuando Soro declara «si pusiéramos esto (el grano abierto A') en éste (el grano en el estadio inicial A), éste (A) estaría totalmente lleno». Ejecuta con el pensamiento la operación de la compresión, es decir, la inversa de la descompresión y se asegura de este modo el éxito de su explicación de la dilatación por una composición espacial. Esta reversibilidad operatoria de las relaciones es afirmada, por vez primera, por el niño y constituye así una adquisición propia de este último estadio.

Durante el primer estadio, en efecto, la irreversibilidad triunfa totalmente, puesto que la dilatación es considerada como un crecimiento biológico, es decir, como un proceso que evidentemente tiene sentido único.

Con el segundo estadio aparece una primera forma de composición reversible, que atañe todavía sólo a la sustancia: el grano inicial está formado de «pieles», de trozos de pasta o además de «pequeños granos» de harina, etc., y cada una de estas partes puede encontrarse más o menos transformada, en el grano dilatado, afectado de un nuevo peso y un nuevo volumen, pero presentando la misma sustancia. Supongamos, pues, que S sea la sustancia total inicial, y s_1; s_2; s_3 ..., sus partes; que S' sea la sustancia total final y s'_1; s'_2; s'_3 ..., etc., sus partes, tenemos entonces que $s_1 + s_2 + s_3 ... = S$ y $s'^1 + s'^2 + s'_3 ... = S'$; puesto que $s_1 = s'_1$; $s_2 = s'_2$; $s_3 = s'_3$; ...etc., de donde S=S', sean las que fueren las diferencias que distinguen las s de las s'. Sin embargo, ni el peso ni el volumen que oponen S' a S son aún susceptibles de este tipo de composición ni de ninguna otra que sea reversible. En efecto, el niño de este segundo nivel se representa la dilatación del grano después del estallido, como una especie de «hinchazón» global debido al calor y al aire y que transforma radicalmente el conjunto del sistema según un movimiento irreversible. Por ejemplo, supongamos, en el caso de los niños que creen que el peso y el volumen aumenta simultáneamente (es decir V' > V y P' > P, en el que V y P = volumen y peso antes del estallido; y V' y P'= volumen y peso después del estallido), que la composición sea: V' = V + V" en el que V" = aumento de volumen debido al calor y P' = P + P" donde P" = aumento de peso debido al del volumen. Entonces, o bien V" no es más que el volumen del aire caliente, es decir, el espacio intersticial situado entre las partes de V y la explicación conseguiría así el nivel del cuarto estadio, cosa que no ocurre así; o bien V" no es más que la diferencia dada empíricamente, y podemos invertir V = V' — V" si no se trata más que de clasificar o de seriar formalmente los datos del problema, pero no podemos construir ni V' ni V" por medio de los elementos de V, puesto que estos elementos se transforman durante la experiencia. En efecto, si el volumen V está compuesto de los volúmenes parciales $V = v_1 + v_2 + v_3 ...$ y tenemos también $V' = v'_1 = v'_2 + v'_3 ...$ ya no es $v_1 = v'_1$; $v_2 = v'_2$, etc., como en el caso de la sustancia, y el problema retrocede así indefinidamente como se ve durante el tercer estadio. La dificultad es la misma, para el peso. Si por el contrario el niño supone que el peso disminuye con el aumento de volumen,

¿obtendremos una composición reversible de la relación P/V? Es evidente que dstinguiendo el peso relativo P/V del peso absoluto $P = p_1 + p_2 + p_3$ ... podríamos llegar a esta composición, pero durante el segundo estadio el error de niño consiste precisamente en confundir P y P/V, por lo que de nuevo encontramos la imposibilidad de construir P' por medio de P por falta de elementos invariables, la «hinchazón» y las relaciones que se le refieren no constituyen por tanto, todavía, un agrupamiento reversible. Sin duda alguna, siempre es posible seriar las diferencias percibidas o admitidas subjetivamente o clasificar sus términos e incluso seriarlos y clasificarlos, a la vez, lo que equivale a contar o a medir, pero las composiciones que resultan de estas operaciones formales no constituyen entonces más que agrupamientos lógicos o grupos aritméticos, es decir, sistema de relaciones o «leyes» (verdaderas o falsas según los datos admitidos). Pero la explicación causal no se inicia más que cuando el contenido mismo de estas relaciones (los objetos clasificados, seriados o numerados) es considerado como invariante, es decir, cuando la misma realidad es agrupada lo que no es posible más que gracias a las «operaciones físicas» cuya naturaleza es «espacio-temporal».

Veremos, además, en la cuarta parte de esta obra, que las mismas relaciones formales no pueden construirse hasta el momento en que su contenido da lugar a la composición. Por ejemplo, cuando el niño comprueba la igualdad del peso entre A y B después entre B y C, no consigue por ello concluir A=C de A = B y B = C, hasta que no considera el peso como un *cuantum*. Y si C = D no cree sin más que (A + B) = (C + D), sino que procede por ensayos intuitivos, tales que si A es de plomo y B, C y D de hierro mira (A + B) como más pesados que (C + D), incluso después de haber comprobado las igualdades A = B = C = D con el pretexto de que «el hierro y el plomo pesan más que el hierro solo». Cuando los niños del segundo estadio aquí estudiados admiten que P' (peso del grano hinchado) es inferior a P (peso inicial) porque se ha añadido P'' (peso del aire caliente), que es ligero, no razonan de otra manera. Tal como dice Mey, el grano abierto pesa menos «porque tiene más aire dentro..., es igual, pero más ligero». Igualmente Mat: «El aire pesa menos que la semilla, se lleva una parte del peso», ¡es decir, P' < P, porque P' = P + P''! Comprendemos así que las composiciones del peso y del volumen propias al segundo estadio permanecen irreversibles por su misma estructura lógica y porque el atomismo característico de este mismo nivel no constituye un esquema operatorio más que desde

el punto de vista de la cantidad de materia, los elementos s_1, s_2, s_3 ... no son identificables entre A y A' más que por su sustancia, pero no constituyen todavía ni unidades ni incluso identidades lógicas de peso ni de volumen.

Durante el tercer estadio, la composición reversible se extiende de la sustancia al peso y según el mismo principio, es decir, que pese a la dilatación del grano de maíz, las partículas $s_1 + s_2 + s_3 \ldots = S$, que se conservan en S' bajo la forma $s'_1 = s_1$; $s'_2 = s_2$, etc., conservan también su peso, por lo que ($P = p_1 + p_2 + p_3 \ldots$) = ($P' = p'_1 + p'_2 + p'_3 \ldots$ etcétera). Pero el proceso por medio del cual el niño explica la dilatación permanece irreversible, puesto que no consiste todavía más que en una «hinchazón» aplicada esta vez a los granos elementales: ninguna composición es en efecto posible si planteamos $v'_1 > v_1$; $v'_2 > v_2$; etc., para explicar $V' > V$ el problema es simplemente desplazado sucesivamente hasta el infinito.

En fin, la reversibilidad completa se consigue en el cuarto estadio, en el momento en que el esquema de la compresión, y de la descompresión desplaza el de la «hinchazón». Gracias a este nuevo sistema de composición, en efecto, el volumen de A', es decir, V' es totalmente explicado por medio de los elementos V y de sus desplazamientos, la compresión y la descompresión no consisten más que en desplazamientos centrífugos o centrípetos en oposición a desplazamientos cualesquiera. Los elementos del grano de maíz están concebidos como constantes, desde el triple punto de vista de la sustancia, del peso y del volumen, el niño es conducido por esto mismo, a distinguir el «volumen corpuscular total», que es constante ($V = v_1 + v_2 + v_3 \ldots$) y el «volumen global», que varía de V a V' según las operaciones definidas al instante. De esta manera, el atomismo adquiere su doble carácter de coherencia operatoria y explicación causal. Desde este primer punto de vista, el atomismo no es más que la expresión de los procedimientos del agrupamiento que conducen al sujeto a la conservación y como tal se acaba con la constitución de los invariantes de sustancia, de peso y de volumen, puesto que éstos caracterizan precisamente estos elementos de composición que son los átomos. Desde el segundo punto de vista, estos elementos de composición permiten la explicación, no sólo de las diversas permanencias que confirman la comprobación experimental, sino además de los procesos en apariencia irracionales y simplemente dados en la percepción empírica como la dilatación que sucede al estallido. Si comparamos, como conclusión, los resultados así obtenidos

con el estudio de las transformaciones del grano de *maíz*, a los que proporciona las reacciones a la disolución del azúcar y a las deformaciones o fraccionamientos de la bolita de arcilla, no podemos más que sorprendernos de las concordancias que se precisan así, poco a poco, y que de la simple conservación, nos conducen al atomismo y ahora al esquema de la compresión y de la descompresión, en un sistema de una coherencia implícita cada vez más acentuada.

4. LA DILATACIÓN Y LA CONTRACCIÓN DEL MERCURIO

Puede ser interesante, en fin, comparar los resultados precedentes a las reacciones presenciadas por el niño en fluctuaciones de la longitud de la columna de mercurio de un termómetro. No sugeriendo el mercurio ninguna idea atomística, sino solamente la idea de gotas o partes visibles, se plantea el problema de saber si verdaderamente los esquemas precedentes se manifiestan generales y si encontraremos alguna huella de ellos en este nuevo ejemplo. Veremos que es así, aunque naturalmente con una claridad menor en el orden representativo, pero con el mismo rigor lógico, que es lo que importa realmente a esta investigación.

Para los sujetos menos avanzados (primer estadio), el mercurio, al alargarse, no conserva ni su peso ni su cantidad de materia, la dilatación es, pues, concebida como un simple aumento de sustancia:

HEN (7 años). «No sabe por qué sube el mercurio: ¿Hay más líquidos, más materia que antes o igual? — *Un poco más.* — ¿Lo parece o realmente hay más? — *Hay más líquido.* — ¿Y si lo pesáramos? — *Pesará un poco más.* — ¿Y cuando descienda? — *Habrá menos dentro y pesará menos.*»

VOL (9 años). «*Sube, porque es más caliente.* — ¿Por qué sube cuando está caliente? — ... — ¿Y si lo pesamos? — *Pesará más.* — ¿Por qué? — *Hemos añadido.* — ¿Hemos añadido qué? — *No lo sé.* — ¿Sólo parece que hemos añadido o hemos añadido? — *No, es verdad; pesa más porque hay más mercurio.*»

Los sujetos del segundo estadio admiten, por el contrario, la conservación de la sustancia, pero continúan creyendo que el peso varía, con un nuevo matiz, tan pronto aumenta como disminuye:

EPA (8 años). «Cuando echamos el aliento al termómetro, *hace subir el líquido.* — ¿Por qué? — *Porque es un poco caliente.* — ¿Hay igual o más líqui-

do? — *Queda la misma cantidad, pero sube más.* — ¿Por qué? — ... — ¿Y el peso? — *El líquido pesa un poco menos, porque hay un poco menos en el mismo sitio* (= porque se dilata y el peso está así extendido).»

MADEN (10 años). «*Cuando hace frío, es como una piedra, pero el calor lo vuelve líquido y lo empuja.* — ¿Cómo puede subir? — *Cuando se calienta, se hace vapor que empuja.* — ¿Hay igual o más líquido que antes? — *No se ha creado más, pero ocupa más lugar.* — ¿Y el peso? — *Pesa más cuando está en lo alto.*»

ZUM (11 años). «Antes de ser interrogado sobre el maíz: *El calor dilata el mercurio, lo hincha, entra en él. El calor ocupa un lugar y el mercurio se hincha.* — ¿Cómo entra el calor? — *Es muy fino, es líquido.* — ¿Y si ponemos el termómetro en agua fría? — *Cuando hace frío disminuye y cuando el calor entra, entonces crece.* — ¿Por qué disminuye cuando se enfría? — *Se hace un poco más pequeño porque se contrae.* — ¿Pesa lo mismo cuando se dilata? — *Porque el calor ocupa un lugar y pesa menos, entonces todo pesa menos.* — ¿Y cuando se enfría? — *No tiene calor, entonces se hace más pequeño y recupera el peso de antes.*»

Vemos la analogía completa entre estas reacciones del segundo estadio de los niños que no han sido todavía interrogados acerca del maíz y el estadio correspondiente a las explicaciones de la dilatación del grano. Para unos, como Maden, el mercurio dilatado pesa más porque es más voluminoso (cosa todavía más sorprendente ya que, en el caso de la sustancia, este niño dice claramente «no hemos creado otro»). Para otros, por el contrario (y son los más numerosos) el mercurio disminuye de peso al dilatarse. Epa, para justificar esta opinión, apela a la relación subjetiva habitual, según la cual el peso al dispersarse parece más ligero: «pesa menos porque hay un poco menos en el mismo lugar». En cuanto a Zum, confecciona un hermoso ejemplo de retorno al punto de partida sin reversibilidad racional del que hablábamos al final del párrafo 3: el mercurio «se hincha» por el calor que «entra en él» y se hace más ligero mientras que cuando «no tiene calor, entonces se hace más pequeño y recupera el peso anterior». El mismo Zum expresa, y de la manera más explícita, por qué este retorno no podría constituir una auténtica reversibilidad. Si P, en efecto, es el peso inicial del mercurio y P" el peso del «calor» que este niño supone que penetra bajo una forma sustancial (= aire caliente) en el líquido, deberíamos tener P' (peso del mercurio dilatado) = P + P". Por el contrario, Zum declara sin más «¡el calor ocupa lugar, pesa menos, entonces todo pesa menos!» Dicho de otra manera, el peso no es todavía, en modo alguno, componible para Zum según un agrupamiento objetivo de orden aditivo, sino que da lugar sólo a una evaluación

egocéntrica sin cuantificación posible y que podría traducirse mediante la siguiente forma totalmente intuitiva: «lo pesado y lo ligero resultan juntos menos pesado que lo pesado solo». Veremos en el capítulo décimo que éste es efectivamente el modo de razonar de los niños antes de alcanzar los agrupamientos.

En el curso del tercer estadio encontramos, al igual que con el maíz, una conservación completa de la sustancia y del peso, pero una explicación de la dilatación por la «hinchazón» o alargamiento de los elementos, pudiendo éstos ser concebidos en forma de gotas separadas o simplemente como partes de la totalidad continua:

Mos (11,6). «*Sube y cuando hace frío se contrae.* — ¿Por qué? — *Porque cuando hace calor las bolas se alargan, suben.* — ¿Qué bolas? — *El mercurio cuando cae se hace bolas.* — ¿Y cuando hace frío? — *Vuelven a bajar.* — ¿Pesa más cuando sube? — *Aunque suba, no pesa más; las bolitas no cambian porque el calor las alargue o dilate.*»

Rog (11,10). «*Sube, aumenta por el calor.* — ¿Hay más o menos que antes? — *Igual: cuando se calienta se funde, se hace líquido, pero no hay más.* — ¿Y el peso? — *Se vuelve más pesado. ¡No!, siempre es igual porque hay lo mismo.* — ¿Cómo puedes explicar el que suba? — *Ocupa más lugar, como el agua cuando hiela.* — ¿El hielo pesa más que el agua? — *No, igual.* — ¿Por qué? — *Porque no añadimos agua nueva.*»

Es interesante verificar que, sin atomismo, los niños de este nivel proceden exactamente, con las mismas construcciones que las del estadio correspondiente con maíz. Veamos, ahora, ejemplos del cuarto estadio, que sustituyen al esquema empírico que los sujetos del tercer estadio se dan del aumento del volumen por un esquema de composición espacial más o menos desarrollado según los casos:

Vel (11 años). «¿Por qué sube? — *Cuando el mercurio está frío, es como un trozo de hielo, y cuando está caliente se alarga.* — ¿Es duro cuando está frío? — *No, cuando hace frío está siempre más apretado y cuando hace calor más separado.* — ¿Está apretado? — *Sí, cuando hace frío está apretado como cuando en gimnasia apretamos los brazos a lo largo de nuestro cuerpo.* — ¿Qué es lo que se toca así? — *Las partes del mercurio.* — ¿Hay más sustancia? — *Hay siempre igual.* — ¿Por qué? — *Si rompemos el termómetro a cero grados, hay una masa de mercurio, y si lo rompemos a ochenta grados hay igual.* — ¿Y el peso? — *Pesa igual, porque simplemente se ha alargado.* — ¿Cómo es esto? — *Cuando hace calor tiene tendencia a evaporarse, entonces sube, cuanto más se coloca en pequeños trozos, más sube y conserva el mismo peso.*»

Cie (12 años). «*Cuando hace calor, la sustancia se vuelve todavía más líquida.* — ¿Por qué? — *Es como cuando se calienta un trozo de chocolate, en-*

tonces se desliza y ocupa más lugar. — ¿Por qué? — *Antes era duro, ahora se dilata.* — ¿Cómo es eso? — *Estas partes que forman el líquido están todas apretadas; cuando se calienta se separan.* — ¿Y el peso? — *Es el mismo, las mismas partes.*»

Lic (13 años). «*Es el calor lo que lo dilata.* — ¿Hay más mercurio? — *No, es la misma cantidad, pero se dilata.* — ¿Cómo es esto? — *Se hace menos espeso, está menos junto.* — ¿Qué quieres decir? — *Está menos apretado.* — ¿Cómo es eso? — *Es el aire caliente, se mezcla con el mercurio. Cuando se calienta hay burbujas de aire caliente en el mercurio y lo separan. No, no hay burbujas de aire, son burbujas de mercurio, pequeñas bolas que se separan cuando hay aire entre ellas.* — ¿Y cuando hace frío? — *Están juntas, están amontonadas.*»

Vemos que sin llegar naturalmente a la idea de una estructura granular análoga a la que sugiere la harina o el polvo que forma el grano de maíz, los niños de este cuarto estadio consiguen, no obstante, por la misma lógica de los razonamientos con los que construyen sus invariables, un esquema de composición espacial de partes, destinado a explicar la dilatación y la construcción del metal. En efecto, cuando el niño llega al nivel del tercer estadio, a la idea de que la dilatación no modifica ni la cantidad de sustancia ni el peso, empieza invocando a título de explicación, una especie de alargamiento del líquido que resulta de la hinchazón de sus propias partes, pero así, se aplazaba sin fin el problema. Cuando se da cuenta de esta dificultad, en realidad no tiene más que aplicar al volumen el esquema de composición que le ha permitido constituir los invariables del peso y de sustancia, pese a las variaciones aparentes, con la única diferencia de que el volumen varía realmente. Entonces imagina «partes» o «bolas» constantes cuyo «total» es constante, pero al igual que el «volumen global», cambia según la disposición: de donde procede el esquema de la descompresión aplicada a la dilatación del mercurio. Según Vel, por ejemplo, la dilatación supone fraccionamiento previo: «Cuando hace calor tiene tendencia a evaporarse, se hacen pequeños trozos..., suben»; el frío, al contrario, «es como un trozo de hielo», «las partes del mercurio» están «apretadas al igual que en gimnasia cuando apretamos los brazos a lo largo del cuerpo». Cie, igualmente, piensa que en frío «las partes de que está formado el líquido están todas apretadas» y «cuando se calientan se esparcen». Lic, en fin, anuncia con toda claridad el mismo mecanismo de esta descompresión: en frío las «bolas» que hacen el mercurio «están juntas, están amontonadas», mientras que en caliente, «están menos amontonadas» porque estas «pequeñas bolas se separan cuando

hay aire caliente entre ellas». Encontramos aquí exactamente la misma explicación que en relación al grano de maíz.

Así, un fenómeno particularmente poco propicio a la representación atomística permite no obstante encontrar las mismas invariables y los mismos procedimientos de composición que precedentemente, y demuestra, una vez más, en qué consiste el esquema de la compresión constituyéndose en función del conjunto de este sistema.

CAPÍTULO OCTAVO

LA EXPLICACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE DENSIDAD

Después de haber analizado el esquema de la compresión y de la descompresión desde el punto de vista de la construcción de invariables y de la composición atomística, puede ser interesante ahora examinar en qué medida el esquema permite al niño explicar las diversas densidades de las materias usuales. Por ejemplo, hemos presentado a los sujetos un trozo de tapón y una piedra más pequeña, pero más pesada (frecuentemente también un trozo de madera más pesado que el tapón, más ligero que la piedra y de volumen intermedio entre los dos) preguntándole cuál de estos objetos es el más ligero, cuál es el más pesado y por qué. Por otra parte, les hemos hecho comparar dos piedras de la misma forma y del mismo tamaño, pero de pesos diferentes, por ejemplo, una piedra pómez y una piedra ordinaria, preguntando el por qué de la diferencia de pesos (podemos plantear el mismo problema con una moneda de plata y una moneda de latón de las mismas dimensiones). Al reunir las respuestas obtenidas, pudimos observar un desarrollo cuyos cuatro estadios corresponden en grandes líneas a los que hemos establecido hasta aquí. Durante el primer estadio, en efecto, el niño no disocia el peso ni del volumen ni de la cantidad de sustancia, y prevé así que un cuerpo es pesado en la medida en que es «grande»; por otra parte, una vez comprobados los diversos valores de pesos, son explicados por simples oposiciones de cualidades intuitivas, las cuales provienen, según el sujeto, de los diferentes modos de origen y de crecimiento de los cuerpos considerados. En el curso de un segundo estadio, el peso y la cantidad aparente de materia se disocian, pero las diferencias de densidad se explican toda

vía por diferencias nutritivas sin composicón del peso ni del volumen de los elementos. Durante un tercer estadio, las diferencias de pesos con volumen igual o las relaciones de pesos inversament proporcionales a las relaciones de volumen, son reducidos a la cantidad y al peso de los elementos que componen los cuerpos, pero esta composición no engloba en modo alguno todavía las nociones de compresión y de descompresión. Finalmente, durante un cuarto estadio, las diferencias de densidad se relacionan con la compresión o la descompresión de los elementos, es decir, con tipos de composición puramente espaciales.

1. LA DENSIDAD DEL TAPÓN, DE LA MADERA Y DE LAS DOS PIEDRAS. I. LOS DOS PRIMEROS ESTADIOS

Veamos unos ejemplos del primer estadio con la piedra y el tapón:

KEC (4 1/2). «Considera que el tapón pesa más que la piedra *porque la piedra es más pequeña.* — ¿Las cosas más pequeñas, pesan siempre menos? — *Sí, cuando las cosas son grandes, tienen más cosas dentro.* — Y el tapón, ¿por qué crees tú que pesa más que la piedra? — *Porque hay más cosas* (más materia) *dentro.* — Prueba (lo sopesa) ¿Cuál pesa más? — *El tapón pesa menos.* — ¿Por qué? — *Porque dentro no hay más que tapón y el tapón no pesa.* — Y este trozo de madera, ¿es menos pesado o pesa más que la piedra? — *La piedra pesa más.* — ¿Por qué? — *Porque la madera pesa menos y además es más pequeña* (en realidad es más grande). — ¿Pero es más grande que la piedra? — *Sí.* — ¿Es más pesado o menos pesado? — *No lo sé.*»

DAD (5 años). «*El tapón pesa más.* — ¿Por qué? — *Tiene que ser así, porque las cosas grandes también pesan.* — Pésalos (lo hace) ¿Qué? — *Es la piedra.* — ¿Por qué? — *Claro, está hecho adrede.* — ¿Y este trozo de madera? — *La piedra pesará más.* — ¿Por qué? — *Porque la piedra sirve para ponerla en los caminos y la madera para hacer la mesa.*»

GUER (6 años). «¿Cuál pesa más? — *El tapón.* — ¿Por qué? — *Porque es grueso.* — Mira. (lo sopesa) — *Es la piedra.* — ¿Por qué? — *Porque el tapón es de tapón y el guijarro es de piedra.* — ¿Por qué la piedra pesa más? — *Porque los tapones son para las botellas y si pesaran las botellas se romperían.* — Pero ¿por qué la piedra pesa más aunque es más pequeña? — *Porque con las piedras se hacen las casas.*»

ZUR (8,1). «¿Cuál pesa más? — *El tapón.* — ¿Por qué? — *Porque es más grande.* (Lo prueba) *No, es la piedra.* — ¿Por qué? — *Porque cuando la piedra es más grande que el tapón pesa más?* — ¿Pero ésta es más grande? — *No.* — ¿Etonces? — ... — ¿Por qué pesa más? — *¡La piedra es más pequeña! ¡Si es más pequeña, debería pesar menos!*»

Ocho días más tarde vemos de nuevo al mismo niño y le hacemos las mismas preguntas. Se acuerda: «*La piedra pesa más.* — ¿Por qué? — ¿Qué es lo que te enreda? — *¡El tapón es más ancho!* — Toma, dos cajas de cerillas. Si ésta pesa más que la otra, ¿por qué es? — *Porque tiene cerillas dentro.* — ¿Y por qué esta piedra pesa más que el tapón? — *Porque es blanca por dentro.*»

Veamos unos ejemplos de este mismo estadio con las dos piedras o las dos monedas de idénticas dimensiones:

BAR (5 años). «Cree que la moneda de latón pesa menos que la de plata *porque es amarilla.*»

CHE (6 años). Cree que la moneda de latón pesará más *porque es más gruesa.* — Pruébalo (sopesa). — *No, es la blanca.* — ¿Por qué? — *Porque es ésta la más gruesa.* — ¿Qué quieres decir? — *Que no pesa igual.*»

FRA (6 1/2). «¿Cuál pesa más? — *Es ésta.* — ¿Por qué? — *Es la más gorda.* — ¿Es más gorda que la otra? — *No.* — Entonces ¿por qué pesa más? — *Porque sí.*»

BER (6 años). «La piedra pesa más que la piedra pómez. *Porque es una piedra de fuego, se pueden encender las cerillas con ella.*»

LIR (7 años). «La moneda blanca pesa más. *Porque han hecho la amarilla menos pesada.* — Pero ¿por qué ésta pesa menos? — *Porque la han hecho así.*»

DRA (7 años). «La moneda blanca pesa más *porque es de metal blanco.* — Pero ¿por qué el metal blanco pesa más que el metal amarillo? — *Es un metal así.*»

MA (7 1/2). «Esta piedra pesa más que la piedra pómez porque *las piedras se hacen, engordan. En un principio son muy pequeñas como las piedras pequeñas y antes no había nada.*»

SI (8 años). «*La piedra gris pesa menos porque viene del mar y la otra del lago. Hay más agua en el mar y hay más piedras: Pesan menos, siempre ha sido así.*»

Vemos que estas reacciones del primer estadio corresponden perfectamente a lo que habíamos visto hasta aquí del período caracterizado por la indiferenciación de la sustancia, del peso y del volumen, por su no conservación, por la ausencia de esquemas atomísticos, que van más allá de los datos perceptivos, y por la interpretación de la dilatación y de su inversa por medio de un aumento o de una disminución de materia. En efecto, estos niños se imaginan que los cuerpos pesan en proporción a su extensión o a su grosor, esta voluminosidad intuitiva engloba en un estado indiferenciado la cantidad de materia y su volumen «global». Así,

Kec considera que el tapón pesa más que la piedra porque «cuando las cosas son gordas, tienen más cosas dentro», que Dad justifica la misma elección diciendo «porque las cosas grandes son también pesadas», Guer «porque es grueso», Zur «es más gordo», etc. Evidentemente, a densidad igual, las cosas son más pesadas en función de su volumen, y podríamos también preguntarnos si el niño de cuatro a siete años ignora simplemente esta débil densidad del corcho. Ahora bien, no solamente podemos admitir sin peligro de equivocarnos que todos los niños manipulan tapones en su casa, sino que además ellos mismos declaran que la materia del corcho es más ligera: «dentro no hay más que tapón y el tapón no es pesado», dice Kek con 4 1/2 años, y Guer: «el tapón es el tapón». No es, pues, por la ignorancia de la impresión ligera que produce el tapón por lo que estos niños declaran que la piedra es menos pesada: es por la incapacidad de poder disociar la cantidad de materia del volumen, éste del peso, y la incapacidad de poder establecer entre ellos una relación tal que A sea a la vez más pesada y menos grande que B. A igual volumen, nuestros sujetos saben prever el peso específico o la densidad, pero desde que hay una relación inversa entre el peso y el volumen, consideran éste como proporcional a aquél. Hasta tal punto es esto cierto, que con frecuencia, incluso después de haber sopesado la piedra y el tapón y reconocido los pesos verdaderos, el niño continúa adherido al esquema peso = volumen = cantidad de materia, hasta el punto de atribuir, contra toda evidencia, un volumen más grande al objeto pesado. Kek, mirando una piedra y un trozo de madera, considera aquélla como más ligera, ya que la experiencia acaba de instruirle pero justifica este hecho diciendo que «es pequeño» cuando es mucho más grande. Sin embargo, Zur, que tiene ocho años, lo hace todavía mejor: reconociendo que la piedra es más pesada aunque más pequeña, justifica este hecho por una especie de «participación» lógica [1] entre esta piedra pequeña y las piedras grandes, diciendo que esta piedra pesa más porque cuando la piedra es más grande que el tapón pesa más. Ocho días después, todavía, el niño acordándose de que el tapón es más ligero, no puede comprender el por qué, puesto que «es más ancho». Incluso en lo que concierne a las dos monedas, Che declara el latón más pesado porque «es más grueso», pero viendo que la plata gana por su peso, concluye inmediatamente «es éste porque es más grueso». Fra piensa igualmente que la amarilla es más pesada «porque es más gruesa».

1. Véase J. PIAGET y A. SZEMINSKA, *loc. cit.*, cap. VII.

Resumiendo, desde el punto de vista cuantitativo, el peso está indiferenciado del volumen y de la cantidad de materia. No obstante, el niño reconoce las diferencias de peso desde que levanta los objetos. Entonces busca una explicación, pero sin conseguir establecer una relación cuantitativa entre el peso y el volumen, puesto que hasta este momento estaban simplemente confundidos y de manera brusca se ven disociados ante sus ojos. La explicación más simple consiste entonces en convertirlas en cualidades sustanciales que caracterizan cada variedad de materia, independientemente de todo intento de composición. Por esto, cuando el niño intenta mantener contra toda evidencia que el cuerpo más pesado és el más grueso, se limita, a veces, a justificar su peso por la identidad cualitativa del objeto: el tapón, dice Kek, es más ligero porque «dentro no hay más que tapón» y Guer: «el tapón es de tapón y el guijarro es de piedra»; para Dra, la plata es más pesada «porque es un metal así» etc. También el niño atribuye el peso a una cualidad cualquiera del objeto, por una relación simplemente fenomenista: la moneda de latón es más ligera «porque es amarilla» (Bar), la piedra es pesada «porque es blanca por dentro» (Zur), etc. Incluso el niño invoca una finalidad cualquiera: la piedra es pesada, dice Dad, porque «es necesario, está hecho adrede», e inmediatamente explica «para poner en los caminos»; según Guer, el tapón debe ser ligero para no romper las botellas y las piedras pesadas para que las casas no se derrumben. De este finalismo el niño procede también frecuentemente al artificialismo e incluso invoca el lugar de origen o un crecimiento animista, demostrando con ello su indiferencia total a la conservación de la sustancia: «esto se hace —dice Ma—, crece, al principio son muy pequeñas... y antes no había nada». Todas estas explicaciones convergen, pues, en la virtud dormitiva, es decir, a las cualidades sustanciales atribuidas sin más, en función de la percepción inmediata.

Con el segundo estadio se cumple un progreso notable: la disociación del peso, de la cantidad de materia y del volumen. Recordemos que, en efecto, en los aspectos estudiados hasta aquí, al período de indiferenciación primitiva sucede un segundo estadio en el curso del cual la cantidad de materia se conserva por oposición al peso y al volumen, un atomismo elemental aparece para explicar la permanencia de la sustancia disuelta y la dilatación o la contracción visibles se explican por una «hinchazón» de la sustancia, sin composición propiamente espacial. A este segundo período le corresponde el estadio cuyo estudio abordamos ahora en

lo que concierne a las piedras y a los tapones. El criterio de su aparición es la evaluación correcta de los pesos acompañados de diferencias de densidad, es decir, el descubrimiento de que el peso no depende tan sólo de la voluminosidad exterior del objeto, sino también de «lo que hay dentro». Sólo que, en este nivel, el peso no está todavía cuantificado hasta el punto de conservarse cuando se altere la forma del objeto (capítulos segundo, quinto y séptimo), sino que todavía está concebido, en las respuestas que se van a leer, como una noción intuitiva de naturaleza, a la vez fenomenista y egocéntrica. Permanece una cualidad sustancial y el único progreso realizado por el niño consiste en atribuirla a los objetos colocándose en el punto de vista de «dentro» y no ya en función de su única voluminosidad, pero este «dentro» del cuerpo no permite todavía ninguna composición susceptible de explicar las relaciones entre este peso y la cantidad de materia o entre el peso y el volumen, la explicación de las diferencias de densidad continúa así siendo la misma que descubrimos en el transcurso de los interrogatorios del estadio precedente:

DUF (7 años). «Antes de enseñarle los objetos le preguntamos: ¿Qué te parece, las cosas grandes pesan siempre más que las pequeñas? — *No.* — ¿Por qué? — *Porque hay cosas grandes que pesan menos que las pequeñas.* — Se le enseña la piedra, el trozo de madera y el tapón: ¿Cuál pesa más? — *La piedra.* — ¿Cuál es el menos pesado de los tres? — *El tapón.* — ¿Por qué la piedra pesa más que el tapón? — *Esto es corcho y esto es piedra.* — ¿Por qué la piedra pesa más que el corcho? — ... — En la experiencia de las bolitas de arcilla, Duf pertenece también al segundo estadio (conservación de la sustancia pero no del peso).»

JEAD (8 años). «La piedra pesa más que el tapón, *es más pequeña porque es una piedra pequeña, pero pesa más porque es piedra.* — ¿Por qué? — *Porque está hecha de tierra.*»

ROY (8 años). «Los tres objetos: ¿Cuál pesa más? — *La piedra.* — ¿Y el menos pesado? — *El tapón.* — ¿Por qué? — *Es tapón.* — ¿Cuál es más grande? — *El tapón.* — ¿Y el más pequeño? — *La piedra.* — ¿Entonces por qué pesa más — *Porque es piedra.* — ¿Y por qué la piedra pesa más? — *Tiene más peso.* — ¿Y por qué el tapón pesa menos? — *Porque lo que está dentro del tapón pesa menos que lo que está dentro de la piedra.* — ¿Qué es? — *Es madera de árbol lo que está en el tapón.* — ¿Por qué es más ligero? — ... — Entre el tapón y este trozo de madera, ¿cuál pesa más? — *La madera.* — ¿Por qué? — *Porque no es el mismo árbol.* — ¿Por qué? — *Porque tiene más peso.* — ¿Pero por qué pesa más si es más pequeño? — *Porque no es madera del mismo árbol. Aquí* (enseña algunas rajas visibles en el corcho) *hay sitios que no tienen corcho, hay sitios vacíos, no está del todo lleno* (rompemos

el tapón) *¡Ah no!, está todo lleno.* — ¿Entonces? — *El tapón pesa menos porque no es del mismo árbol.*»

TSCHA (9 años). «Está también en el segundo estadio en lo que concierne a la conservación de la materia y del peso con las bolitas del peso y de arcilla. Le pedimos que disminuya el peso de una bola que termina de hacer, para igualarla a la del modelo: en lugar de quitar pasta, apretuja lo más fuerte que puede su bola pensando que disminuyendo el volumen la hará más ligera. En presencia de la piedra y del tapón, declara: *El guijarro pesa más porque es piedra.* — ¿Cuál es más grande? — *El tapón.* — ¿Y entonces? — *El guijarro pesa más porque es más pequeño. Es de piedra.*»

Veamos ahora ejemplos de este segundo estadio en lo que concierne a la comparación de dos piedras:

LOU (8,8). «*Es una piedra menos pesada* (la piedra pómez). *Se la encuentra en el fondo del mar.* — ¿Pero por qué es más ligera? — *El agua la hace más blanda, menos pesada, y la otra vemos que procede de la montaña.*»

JEA (9,6). «*El agua influye. Esto* (la piedra) *se vuelve más pesado en el agua.* — ¿Cómo es esto? — *El agua pesa. Estando en el agua, esto se vuelve también más pesado y la otra* (la piedra pómez) *no estando en el agua continúa siendo menos pesado.*»

EL (10 años). «Es una piedra joven (la piedra pómez) es menos pesada, no *ha sido cultivada: Ha permanecido menos tiempo debajo de la tierra, y por esto está menos cultivada, pesa menos.*»

GAR (10 años). «*Las piedras vienen de sitios diferentes, y según de donde vienen, esto hace que una pese menos que la otra.* — ¿De dónde vienen estas piedras? — *De todas partes. La ligera viene de sitios en que la tierra pesa menos.* — ¿Por qué? — *En las montañas es más ligero, es más seco. En el agua la tierra pesa más, cuando la sacamos, porque hay el peso del agua. Las piedras de la montaña son más ligeras vienen de sitios secos.* — Sí, ¿pero si cambiamos los lugares y llevamos la pesada a la montaña? — *Siempre pesará más porque se formó en el agua.*»

Es de gran interés comparar estos hechos a los de los segundos estadios correspondientes estudiados hasta aquí.

En primer lugar, todos estos sujetos que empiezan por juzgar la piedra más pesada que el tapón, e incluso que el trozo de madera, fueron interrogados sobre las transformaciones de la bolita de arcilla y admitieron simultáneamente la conservación de la cantidad de sustancia y la ausencia total de invariable de peso y de volumen. El hecho de que evalúen correctamente el peso respectivo de los objetos en función inversa al volumen y que declaren incluso con anterioridad que las cosas más grandes no son siempre las más pesadas, demuestra de manera suficien-

te que en el presente aspecto tampoco confunden ya el peso con la cantidad global de la materia ni con el volumen. De la misma manera que, según estos niños, la bolita de arcilla al alargarse conserva su sustancia, pero aumenta o disminuye de peso, de la misma manera que el grano de maíz al dilatarse conserva su materia, pero se transforma en menos pesado, igualmente el tapón es más voluminoso que la piedra y contiene más sustancia, pero es no obstante más ligero porque su materia implica esta cualidad.

Pero ¿en qué consiste esta noción del peso y cómo estos sujetos explican las diferencias de densidad? Es importante examinar este problema en detalle puesto que nada es más instructivo en lo que concierne a los progresos de la composición de las «operaciones físicas» que la oposición afirmándose poco a poco, entre estas explicaciones iniciales y la interpretación final de la diversidad de densidades. En el curso del presente estadio, en efecto, la cantidad de materia aparece, en grosor, proporcional al volumen de los cuerpos a comparar, mientras que el peso parece estar distribuido en relación inversa de estos volúmenes y de estas cantidades aparentes de sustancia. A continuación, al contrario, gracias a la intervención de las nociones de más o menos «lleno» (III estadio) y sobre todo de más o menos «apretado» (el esquema de la comprensión propia al cuarto estadio), el niño restablecerá la relación de proporción directa entre la cantidad de materia, el volumen y el peso, pero distinguiendo la cantidad corpuscular de sustancia de la cantidad aparente o global, y el volumen corpuscular del volumen global: gracias a lo cual, pues, podrá admitir que la piedra contiene más elementos, aunque comprimidos, que el tapón, aunque éste sea más voluminoso globalmente y parezca contener más materia, y esta composición general de orden corpuscular le permitirá explicar las diferencias de densidad, manteniendo al mismo tiempo relaciones operatorias simples entre la sustancia (así elevada casi a título de «masa»), el peso y el volumen gracias al esquema de la comprensión y de la descompresión. En resumen, de la misma manera que la dilatación acaba por ser concebida como un cambio únicamente del volumen global dejando invariables la sustancia, el peso e incluso el volumen corpuscular, de la misma manera las diferencias de densidad entre la piedra, la madera y el tapón acabarán por ser interpretadas como debidas a proporciones inversas entre el peso por una parte, la cantidad aparente de materia y el volumen global por otra parte, pero permaneciendo invariables las proporciones directas entre el peso, la can-

tidad de materia real y el volumen corpuscular. El error del primer estadio consiste simplemente en haber aplicado estas proporciones directas a los datos aparentes, mientras que el progreso consiste en distinguir estos últimos de las relaciones corpusculares y en mantener para ellos las relaciones iniciales, transformadas en operatorias y susceptibles por consiguiente de composición reversible.

Dicho esto, los sujetos de este segundo estadio, como es lógico, consideran la cantidad aparente o global de materia como directamente proporcional al menos en grosor, al volumen global y no los distinguen, por no tener suficientemente evolucionada la composición corpuscular de la cantidad de sustancia o del volumen propia a los mismos elementos. Sin duda, el niño de este nivel es ya capaz de concebir un cuerpo cualquiera como una totalidad invariable de partes o pequeños trozos de sustancia, pero como no les atribuye ni peso ni volumen constantes, y sobre todo como ni los concibe todavía como más o menos apretados, o simplemente como llenando más o menos el volumen del conjunto, es natural que considere la cantidad total de materia como proporcional, en grosor, al volumen total aunque éste varía deformándose, mientras que la primera permanece constante. Pero entonces, si el peso es reconocido (desde la previsión) como inversamente proporcional al volumen y a la cantidad de sustancia, ¿cómo explicará el niño las diferencias de densidad?

Si no pueden ser explicadas en el curso del segundo estadio, ni por el volumen ni por la suma de materia, no le queda más solución (y por otra parte esto es lo que corresponde a todo lo que hemos visto desde las nociones del peso propias a este nivel) que interpretar las diversas densidades por razones totalmente intuitivas y conceptuales. Así, los sujetos que acabamos de citar se limitan, como los del primer estadio, a invocar cualidades sustanciales derivadas del modo de origen de los cuerpos, el único progreso consiste, a menos de que abusemos de animismo y de artificialismo, en intentar explicar las diferencias de peso por combinaciones cualitativas sin cuantificación alguna. Así vemos que, para Jead, la piedra es pesada porque está hecha con tierra, Roy invoca «es lo que está dentro», pero sin ningún intento de composición y concluye que las diferentes «madera de árbol» tienen cada cual su peso; sin embargo, parecía estar en camino de una mejor respuesta cuando suponía el tapón «no totalmente lleno», pero en lugar de una estructuración corpuscular, no entendía por ello más que la hipótesis de un vacío propiamente

dicho (las grietas del corcho le daban esta idea) y se retracta al ver el interior del corcho, partido éste en dos. El argumento más frecuente, en el caso de la comparación de dos piedras, es el de que el agua ha convertido la piedra pómez en ligera y que la sequedad explica el peso de la piedra pesada... a menos que esto sea justamente lo contrario (cf. Lou y Jea). Para él, la piedra pómez es ligera porque es joven y la piedra pesa más porque ha vivido más tiempo debajo de la tierra (= es más «cultivada»). Gar, en fin, precisa que las cualidades debidas al origen se conservan siempre incluso al ser desplazadas: «Ésta siempre pesará más porque se formó en el agua». Es curioso ver como estos niños, que no admiten ninguna conservación del peso aun cuando deformamos el sólido, consideran las cualidades originales imaginarias como dotadas de una gran permanencia, al menos cuando las necesidades del razonamiento lo exigen.

2. EL TERCER ESTADIO: EXPLICACIÓN DE LA DENSIDAD POR EL CONTENIDO MÁS O MENOS «LLENO» DE LA MATERIA.

A partir del tercer estadio asistimos a dos explicaciones sucesivas de la densidad por la composición corpuscular: la que corresponde a la noción de más o menos «lleno» y la que procede del esquema de la compresión y de la descompresión. Existe entre las dos una diferencia análoga a la que intentamos analizar, en el capítulo precedente, y que opone el esquema de la «hinchazón» de los elementos del grano de maíz al esquema de su compresión más o menos grande. El hecho nuevo, propio al tercer estadio, es como siempre que el peso transformado en constante es a partir de ahora ligado de manera operatoria a la cantidad de materia. Solamente como el peso de la piedra, del trozo de madera y del tapón son inversamente proporcionales a sus volúmenes de conjunto y parecen así invertidos, igualmente, a sus cantidades respectivas de sustancia, no falta más, para coordinar de nuevo el peso y la materia, que considerar ésta como más o menos «llena» y es precisamente lo que sugieren los sujetos del tercer estadio, gracias a una distinción, nueva para nosotros, y que surge por primera vez en el transcurso de esta evolución, entre la cantidad aparente «global» de materia y su cantidad corpuscular o «total». Hasta aquí, en efecto, no tuvimos que tratar más

que de objetos que conservaban su sustancia en el transcurso de sus transformaciones, mientras que en este capítulo se trata de objetos diferentes, formados de materias más o menos densas. Incluso en el caso del grano de maíz, el niño podía admitir la hinchazón de los granos elementales, reconociendo al mismo tiempo la invariabilidad de su sustancia, en lugar de que, como en el presente caso, el contenido más o menos «lleno» de los cuerpos considerados denota cantidades diferentes de materia corpuscular: de donde procede la novedad de esta noción que sólo es similar a la de la «hinchazón» desde el punto de vista de su insuficiencia de composición espacial, mientras que difiere de ella en lo que concierne a la sustancia.

Desde el punto de vista del volumen, en efecto, conviene distinguir cuidadosamente, aunque ello no sea siempre fácil, según los casos individuales, la noción de «lleno» de la de «apretado». Lo «lleno» propio a este estadio, evoca simplemente la idea de una caja más o menos llena, y tanto más pesada cuanto menos vacía; no se trata, pues, de composición espacial propiamente dicha, ni incluso frecuentemente de estructura atómica precisa, sino tan sólo de la noción de «llenos» y de «vacíos». El esquema de «apretado», al contrario, es decir, de la compresión y de la descompresión, implica la idea de corpúsculos más o menos juntos o separados según una composición espacial definida, el volumen global es inversamente proporcional a esta compresión. Es evidente que encontraremos todos los intermedios entre los dos esquemas, en particular cuando, por defecto de consecuencia, el sujeto renuncia a la lógica de «apretado» para recurrir momentáneamente a la explicación más fácil de más o menos «lleno».

A continuación citamos algunos casos intermedios entre el estadio II y el estadio III (subestadio III A):

MAZ (7 1/2 años). «Cree en la conservación de la materia, pero todavía no en la del peso. Responde inmediatamente bien sobre el peso de la piedra, del trozo de madera y del tapón, después de haber anunciado que las cosas grandes no son siempre las más pesadas: ¿Por qué no? — *Porque la piedra pesa más que el trozo de madera* aunque éste sea *el más grande.* — ¿Por qué la piedra pesa más? — *Porque está más llena.* — ¿Qué quieres decir? — *Que es más grande.* — ¿Es más grande que la madera? — *No, es más pequeña.* — Entonces ¿cómo es que es más gordo? — *Porque las piedras pequeñas son más gordas que los trozos de madera.* — ¿Por qué? — *Porque están más llenas.* — ¿Y esto? (tapón y madera) ¿Cuál pesa más? — *Esto* (la madera). — ¿Y el más

gordo? — *Esto* (el tapón). — ¿Por qué? — *Porque el tapón es más grande que el trozo de madera.* — ¿Y entonces por qué pesa menos? — *Porque a veces los trozos de madera pesan más que un tapón, porque éste es menos pesado.* — Pero ¿por qué es más pequeño y más pesado? — *Porque hay más cosas en el trozo de madera y menos en el tapón.* — ¿Qué quieres decir? — *Que está más lleno.*»

BAE (9 1/2 años). «Admite la conservación de la materia, pero no está muy seguro de la del peso: *La piedra pesa más porque el tapón es de corcho.* — ¿Por qué la piedra pesa más? — *Es una materia dura.* — ¿Entonces, por qué pesa más? — *Porque por dentro no hay la misma cosa: en el tapón hay agujeros y en la piedra no hay nada más que arena.* — ¿Por qué pesa más cuando es arena? — *Porque es piedra.* — ¿Y esto? (bola de arcilla para modelar del mismo volumen que la piedra) — *La piedra pesa más porque la bola está hecha con la tierra. En la bola hay agua y el agua es líquida.* — ¿Y entonces? — *La bola pesa menos porque no es dura.*»

DEBO (10 años). «Igualmente atribuye, en primer lugar, el peso a la dureza, después pasa al esquema típico del III estadio: *El más grande es la madera y el más pesado es la piedra.* — ¿Por qué? — Porque el trozo de madera es *más largo y la piedra más dura.* — ¿Por qué pesa más cuando es más duro? — *Porque está lleno por dentro.* — ¿Y la madera? — *Pesa menos porque es larga.* — ¿Qué? — *Es larga, puede extenderse mejor* (= es menos duro). — ¿Y entonces? — *Está extendida, es menos pesada porque tiene un tamaño* (cf. la "hinchazón").»

He aquí casos típicos del III estadio para los tres objetos (subestadio III B):

HUB (8 años). «Admite la conservación del peso. Madera y tapón: *La madera pesa más.* — ¿Por qué? — *Está más llena* — ¿Y esto? (la piedra) — *La piedra pesa más, está todavía más llena.* — ¿Por qué? — *Está llena*».

HAL (9 años). «*El tapón no es tan pesado y la piedra pesa más.* — ¿Por qué? — *Tiene más cosas dentro y esto hace que pese más*».

SCHO (9 años). «*La piedra pesa más, porque está llena: tiene más arena*».

REYB (10 años). «*La piedra está más llena que el tapón*».

KRE (10 años). «*La piedra está llena. El corcho pesa menos, no está lleno*».

GRO (11 años). «*Porque la piedra está llena y el tapón está menos lleno: podemos alargarlo*». (Cf. «hinchazón»).

PAT (12 años). «*La piedra tiene más cosas dentro, está llena, esto hace que pese más*».

Y ahora ejemplos relativos a las dos piedras:

ALB (8,8). «¿Pesan igual las dos? — *Es difícil de decir* (pesa). *¡Ah! No, vamos a ver* (enseña la balanza). — *Se diría que está totalmente vacía* (la piedra pómez). — ¿Entonces? — *Ésta* (piedra) *está totalmente llena y aquélla totalmente vacía*».

OLT (10 años). «*Una está un poco vacía por dentro, es posible que tenga pequeños agujeros. La otra está totalmente llena*».

LIL (11,7). «*Es porque hay unas piedras más llenas que otras. Por dentro hay aire en los huecos: en ciertos lugares está hueco, rompiéndola encontraríamos pequeños trozos en los que falta piedra.* — (Dibuja una redonda llena y la otra acribillada de agujeros). *La gris pesa tan poco, como el azúcar, porque por dentro creo que está un poco vacía. La otra es más fuerte, está totalmente llena*».

VOC (11,8). «Pesa las dos piedras y exclama: *¡Oh, no lo habría dicho! Ésta es más consistente. Se diría que la otra está comida por el agua. Ésta es dura. Tiene más materia por dentro que la otra.* — ¿Cómo es esto? — *Es necesario mirar bien. En esta piedra* (pómez), *si la rompiéramos habría agujeros. Estaría llena de pequeños agujeros por dentro con aire.* — ¿Y la otra? — *Tiene más materiales por dentro que la otra piedra*».

CHAL (12 años). «*Esta piedra es mucho menos pesada porque no está tan llena, no tiene tantos materiales*».

Éstas son las principales reacciones de este tercer estadio, el cual ve así aparecer la explicación de las diferencias de densidad por una composición cuantitativa del peso ligado a la cantidad de materia y la distinción entre la cantidad aparente o global de sustancia y las cantidades corpusculares. Desde los casos de transición entre el segundo y el tercer estadio (subestadio III A), este doble movimiento se dibuja netamente. El caso de Maz es particularmente interesante. En oposición a los sujetos del estadio precedente, para los cuales el peso es una cualidad sustancial no cuantificada y en consecuencia independiente del volumen y de la cantidad de materia, Maz intenta unir el peso a esta última, pero disociándola del volumen del conjunto gracias a la noción de «gordo» o de «lleno». Sólo que, en lugar de empezar por generalizar esta nueva noción que caracteriza el tercer estadio, Maz duda todavía y de modo muy instructivo. Tan pronto como en el caso de la piedra y de la madera, define explícitamente lo «gordo» por lo «lleno»: la piedra pesa más porque está más «llena» y si está más llena es porque es «más gorda» aunque «más pequeño». La cantidad de materia toma así una significación corpuscular y se desliga del volumen global. Al contrario, cuando compara el tapón y la madera, Maz, no obstante declarar el tapón más ligero, lo juzga esta vez más «gordo» y esto «porque el tapón es más grande que el trozo de madera», la cantidad de materia cesa pues de ser de orden corpuscular para ser de nuevo considerada con relación al volumen del conjunto. Sólo que, esta vuelta a las nociones anteriores (lo cual, sea dicho entre paréntesis, constituye una excelente confirmación

retrospectiva de las interpretaciones del párrafo 2) sumerge a Maz en una embarazosa situación y lo obliga a volver a la explicación del peso por la cualidad sustancial: el trozo de madera, aunque menos «gordo» pesa más «porque, a veces, los trozos de madera pesan más que un tapón, porque (el tapón) es menos pesado». Pero no satisfecho, Maz encuentra de nuevo, entonces definitivamente el esquema explicativo del tercer estadio: Es «porque hay más cosas en el trozo de madera y menos en el tapón», el peso, reducido así a la cantidad de materia, pero a la cantidad de orden corpuscular, es decir, resumiendo que la madera pesa más porque «está más llena». Los sujetos Bae y Debo, por otra parte, constituyen casos interesantes de transición entre la explicación del peso por la cantidad corpuscular de materia. La piedra pesa más, dice en efecto, Bal, «porque es una materia dura», y la bola de arcilla pesa menos porque al contener líquido, no es dura. Ahora bien, la dureza es todavía una cualidad de la sustancia, pero es ya una indicación sobre la constancia interna: el tapón no es duro, pues no pesa «porque tiene agujeros», la piedra es dura, por tanto pesa «porque por dentro... no hay más que arena». Debo precisa, en fin, que si la piedra pesa más porque «es más dura» es porque «está llena por dentro», mientras que el tapón es ligero porque es menos «duro», y que por tanto «puede extenderse mejor»; esta última expresión viene a decir más o menos que el tapón está «hinchado», en el sentido en que los niños desde el segundo y tercer estadio interpretan la dilatación del maíz, pero con esta diferencia de que lo «no duro» es aquí índice de menos peso y de menos materia corpuscular.

Las nociones «lleno» y «vacío», características de este estadio, aparecen así como marcando a la vez el principio de una diferenciación entre la cantidad corpuscular de materia y la cantidad aparente, y como el principio de una cuantificación del peso en función de esta materia corpuscular. Dichas nociones seguramente son sugeridas al niño por su experiencia corriente, según la cual una caja llena pesa más que la misma caja menos llena o vacía de contenido. Además, el recurso a tales esquemas se ve facilitado por el examen de las superficies: el tapón está siempre un poco agrietado y la piedra pómez un poco porosa, por oposición a la piedra pesada que es lisa y uniformemente llena. Pero si este esquema es fácil de juzgar sobre las indicaciones de la misma observación, ¿por qué aparece tan tarde? Es porque tal como lo elaboran y lo utilizan los niños del tercer estadio, hay algo más que el simple modelo de una caja vacía o llena: hay, desde el punto de vista del peso, una relación cuantitati-

va entre el número de «cosas que están dentro» y el volumen perceptivo. Cuando Hal y Pat dicen «hay más cosas dentro y por esto pesa», o cuando Scho dice «la piedra pesa más porque está llena: tiene más arena» (que la madera o el tapón que no contiene elementos), o sobre todo cuando Voc dice de una de las dos piedras que «tiene más materia dentro» o «más materiales que en la otra piedra», esta cuantificación está claramente expresada. El término «lleno» significa, pues, que contiene más materia corpuscular, y el peso es concebido como proporcional a esta cantidad de sustancia interna. En cuando a la noción inversa, que a veces el niño designa con el término de «vacío» y que Kre califica de manera muy expresiva cuando dice que «el corcho está más hinchado», está definida de manera precisa por Lil y sobre todo por Voc: «En ciertos lugares (la piedra pómez, dice Lil), está hueca; rompiéndola encontraríamos pequeños trozos en los que falta piedra», y Voc: «Si la rompiéramos estaría llena de pequeños agujeros por dentro con aire». Es por tanto, de nuevo, la noción de «hinchado», pero aplicada a un objeto que presenta menos peso y menos materia corpuscular que aquel al que debe ser comparado.

Que esta relación entre el volumen perceptivo del conjunto y el número de «cosas que están dentro», que marca así el principio de la cuantificación de la densidad, conduce tarde o temprano al esquema de la compresión y de la descompresión queda bien patente, puesto que lo «lleno» anuncia lo «apretado». Pero no creemos que el atomismo aplicado a la explicación de la densidad aparezca antes que el niño separe explícitamente la noción de «apretado». En efecto, el esquema atomístico de la compresión y de la descompresión es el de corpúsculos separados por un espacio vacío y que pueden agregarse o separarse de diversas maneras en el seno de este medio, mientras que, en la mayor parte de las representaciones de este tercer estadio, la sustancia del cuerpo pesado está considerada como más o menos continua, pero con pequeños agujeros o grietas más o menos numerosos (véase el caso de Lil): aquí se encuentra seguramente el principio del atomismo cuando se trata de sólidos resistentes y no de harinas o polvos, pero es un atomismo que permanece, por decirlo así, en negativo. Existen todos los intermedios entre esta porosidad y el atomismo propiamente dicho: por ejemplo, Scho piensa que la piedra está llena de arena, lo que anuncia la estructura granular, y sobre todo Voc, que considera la piedra pómez como porosa («estaría llena de pequeños agujeros por dentro con aire»), parece pasar de este esquema al

de los granos en el caso de la piedra pesada («tiene más materiales por dentro que la otra piedra»). Pero el problema no es para nosotros establecer un límite estático entre los estadios lo que sería perfectamente artificial: debemos marcar, a la vez, las distinciones y la continuidad del movimiento evolutivo: a este respecto, es evidente que si este tercer estadio marca un paso decisivo en relación a los dos primeros, es porque prepara el cuarto a través de una serie de transiciones insensibles.

3. EL CUARTO ESTADIO: LA EXPLICACIÓN DE LA DENSIDAD POR LA COMPRESIÓN Y LA DESCOMPRESIÓN.

En el curso de este último estadio, el niño consigue no sólo la noción de que el peso de un cuerpo cualquiera es proporcional a su cantidad corpuscular de materia, sino además, la idea de que los corpúsculos que llenan más o menos este cuerpo constituyen unos granos propiamente dichos y pueden así encontrarse más o menos juntos, de donde se deriva, a igual volumen corpuscular, una relación inversa entre la compresión y el volumen perceptivo de conjunto: desde entonces la densidad resulta de una relación inversamente proporcional entre el volumen aparente y la cantidad corpuscular de materia. Veamos algunos ejemplos:

Ric (10.8) «*La piedra pesa más que el tapón.* — ¿Por qué? — *Porque si lo metemos sobre el agua, se va al fondo y el tapón no.* — ¿Por qué? — *La piedra está más apretada.* — ¿Qué quieres decir? — *Están más uno contra otro.* — ¿Qué? — *Las cositas que están en la piedra.* — ¿Cómo? — *La piedra es arena apretada, la arena se pone uno contra otro*».

Tú dices que la piedra va al fondo del agua. ¿Y la madera? — *No.* — ¿Qué pesa más, la misma cantidad de agua o la misma cantidad de madera? — *El agua* — ¿Por qué? — *En el agua está todo uno contra otro. En la madera hay pequeños agujeros*».

Mart (11,6). «*La piedra pesa más.* — ¿Por qué? — *Es lo que hay dentro, es un montón de cositas, de arena, está apretada. Se han añadido* (= colocado en montones) *piedras pequeñas y pequeñas briznas apretadas mientras que el tapón no está apretado, tiene una especie de pequeños agujeros.*

Una bola de arcilla un poco más grande que la piedra: ¿Cuál pesa más? — *La piedra.* — ¿Por qué? — *Es más gordo.* — ¿Pero es más pequeño? — *Sí, pero si miráramos al detalle, no tiene el mismo detalle.* — ¿Cuáles son las diferencias? — *La piedra tiene un poco más, si lo miráramos bien.* — ¿Más qué? — *Más granos de arena, de pequeñas briznillas*».

A continuación, ejemplos de comparaciones entre las dos piedras:

MOR (10,2). «*La piedra pesa más porque las partes que formaron esta piedra pesan mucho más que las partes de la otra piedra.* — ¿Por qué? — *La arena formó un montón, formó una piedra, formó un bloque: los cristales de la arena se pegaron, y se hizo una piedra.* — ¿Y la otra? — *Creo que también está hecha de partes, pero las partes pesan menos.* — ¿Por qué? — *Porque la arena es más fina, se separa más fácilmente*».

GIR (11,2). «*Ésta* (la piedra pómez) *procede de una roca que es blanda.* — ¿Qué quieres decir? — *Una roca que se funde más fácilmente, que puede deshacerse, mientras que allí* (la pesada) *se formó con una materia mucho más sólida que la otra.* — ¿Por qué? — *Es una materia más apretada. Son restos, granos de arena que se juntaron y esto hace las rocas*».

BET (12 años). «*La piedra pómez pesa menos porque es posible que tenga agujeros por dentro, como si hubiera sido agujereada por el agua* (la golpea). *No, no está hueca, pero está menos apretada.* — ¿Y la otra? — *Pesa más porque está más apretada.* — ¿Por qué una piedra está más apretada que la otra? — *Por el aire. Es posible que el aire que entró aquí* (en la piedra pómez) *le impidiese hacerse gorda* (=apretada). — ¿Y aquí? (la pesada) — *Está mejor apretada*».[2]

Como vemos, estos niños no se limitan ya a explicar la densidad por el llenar más o menos completamente un volumen dado por las «cosas que están dentro», sino que precisan el modo de llenarlo, no solamente invocando una estructura granular que se anuncia ya en el curso de los estadios precedents, sino sobre todo suponiendo que los elementos que componen el volumen total están más o menos juntos. Encontramos aquí el principio de una explicación espacial que reduce las diferencias de densidad al esquema de la compresión y de la descompresión.

Así, en la comparación del tapón, de la madera y de la piedra, Ric ve en ésta los granos de arena apretados (uno contra otro) y concibe in-

2. A propósito de estos hechos del cuarto estadio, puede ser interesante citar la observación retrospectiva de un joven que recordaba haber interpretado de niño un cierto número de fenómenos dispares por medio de este mismo esquema del atomismo con compresión y descompresión de los granos. Veía en todas las cosas una especie de polvo en movimiento, «un bullicio perpetuo de perpetuos granos». La densidad mayor o menor de este polvo le parecía que explicaba no solamente las diferencias de peso específico de los cuerpos, sino también la consistencia, la dureza, los colores más o menos vivos u oscuros e incluso los sonidos. Por ejemplo «había en el cuello un saquito de granos de voz (la nuez de Adán) que escapaban más o menos de prisa por la boca según la fuerza del soplo emitiendo cada uno un pequeño crujido». «O bien, haciendo girar una puerta hasta la descomposición del chirrido en crujido», se escapaban «pequeños granitos de hierro de la bisagra: su velocidad proporcionaba a la vez la altura y la fuerza del sonido», etc.

cluso este sistema operatorio con bastante coherencia como para poder considerar los elementos del agua como más cerca los unos de los otros que los de la madera, aunque la primera sea líquida y la segunda sólida, y esto porque la madera flota y es por tanto más ligera que el agua: «en el agua está todo uno contra otro».[3] Mart desarrolla este mismo esquema declarando que una piedra más pesada y ligeramente más pequeña que una bola de arcilla «no tiene el mismo detalle», porque en la piedra hay «un poco más»: son «pequeñas briznas apretadas». En cuanto a la comparación de dos piedras, parece, en primer lugar, que Mor transporte simplemente sobre los elementos las diferencias de peso de las totalidades, puesto que «las partes que formaron» la piedra «son mucho más pesadas» que las partes «más ligeras» de la piedra pómez, pero todavía se trata, en realidad, de diferencias de consistencia: los granos de la piedra «se pegaron», «formaron un bloque», mientras que la arena «más fina» que constituye la piedra pómez «se separa más fácilmente». Por otra parte, cuando se trata de explicar las diversas densidades, y no ya, como en el capítulo precedente, la dilatación de una misma sustancia, no tiene naturalmente nada de racional invocar unos granos de dimensiones diferentes para que el esquema de la comprensión y de la descompresión aparezca con una u otra forma. Para Gir, la densidad se presenta igualmente como solidaria de la solidez: la piedra pómez «puede deshacerse» mientras que la piedra del guijarro está «mejor apretada». Para Bet, por último, que empieza con la hipótesis del «hueco», propia al tercer estadio, reemplaza bruscamente este esquema de lo «lleno» por el de la comprensión: «No (la piedra pómez) no está hueca, pero está menos apretada», y esto, por el aire que permanece entre los elementos. Este paso de la simple noción de lo lleno o la de una estructura granular con mayor o menor concentración demuestra con claridad que la segunda idea es genéticamente superior a la primera puesto que la evolución inversa no se observa.

Pero ¿en qué consiste en definitiva esta superioridad del esquema de la comprensión sobre el de lo «lleno»? Los dos parecen, en efecto, implicar una composición espacial, los dos suponen invariables y llevan a una cuantificación. ¿Por qué, pues, las ideas de lo «apretado» y de lo «separado» no aparecen más que después de las de «lleno» y de «vacío»? Si esta sucesión genética sólo puede ser comprobada en el curso de las presentes observaciones, se explica no obstante muy bien cuando

3. Véase *La causalité physique chez l'Enfant,* caps. VI (y VII).

se relacionan los resultados expuestos en el curso de este capítulo con los de los precedentes, y cuando nos situamos así en el marco general del desarrollo. Es evidente, en primer lugar, que la creencia según la cual el peso de un objeto es proporcional a su volumen global y a su cantidad aparente de materia, faltando aún toda noción de densidad, corresponde al conjunto de las manifestaciones del primer estadio, descritas en el curso de los capítulos primero al séptimo, es decir, a la ausencia de toda conservación y de todo atomismo. Lo propio de este primer período, en efecto, es confiar siempre en la apariencia perceptiva e intuitiva sin sustituirla todavía para nada por una composición de fracciones o desplazamientos. Cuando un sólido dado se deforma (bolitas de arcilla), se disuelve o se dilata, la sustancia, el peso y el volumen parecerán así variar simultáneamente y cuando dos o tres sólidos de densidades diferentes se deben comparar, nada permitirá al niño prever que sus pesos pueden ser independientes de su volumen, ni sobre todo que sus cantidades de materia puedan ser evaluadas de otra manera que no sea en función de la forma del conjunto.

El segundo estadio, por contra, se caracteriza, en los aspectos estudiados, por la cuantificación y la conservación de la sustancia; el peso y el volumen permanecen intuitivos y se disocian en consecuencia de esta cantidad constante de materia. Así, en la deformación de las bolas de arcilla, el niño cree en la invariabilidad de la cantidad de sustancia, pero admite que cada partícula, al desplazarse, puede cambiar de peso y de volumen. En el caso del azúcar, los granos que resultan de la disolución se conservan, pero simultáneamente pierden su peso y su volumen. En la dilatación del maíz, el volumen aumenta, pero el peso está considerado, por lo general, como decreciente: la permanencia de la materia marca así una disociación entre el peso y el volumen y no sólo entre estos dos término y la sustancia, y la dilatación es interpretada como simple hinchazón sin composición de los volúmenes de los elementos. Ahora bien, en el caso de los objetos de densidad diferentes, ocurre exactamente lo mismo: por una parte, el peso se disocia del volumen, es decir, que el niño cree efectivamente que el cuerpo más pesado sea el más pequeño, pero, por otra parte, el peso no está todavía relacionado con la composición cuantitativa de la materia y permanece cualitativo e intuitivo. En cuanto a la misma materia, evidentemente da lugar, desde este nivel del desarrollo, a una composición por partes y a una cuantificación extensiva e intensiva; solamente los elementos de sustancia (tanto si se

trata de simples partículas o de granos invisibles y de corpúsculos) no están afectados por ningún peso ni volumen constantes, el niño no posee todavía ningún medio para distinguir una cantidad corpuscular de materia, y una cantidad global o aparente. En caso de disolución o dilatación directamente percibidas, es verdad, la conservación de la materia impone la hipótesis corpuscular con grados de precisión diversos y los esquemas de la fusión o de la «hinchazón» permiten conciliar esta constancia corpuscular con las transformaciones aparentes. Pero en el caso de dos cuerpos de densidades diferentes, que no presentan entre sí una igualdad de materia, nada permite al niño distinguir las cantidades aparentes, fundadas sobre el volumen perceptivo de las cantidades corpusculares; éstas no pueden ser fundadas sobre medidas de peso o sobre composiciones de volumen corpuscular por carecer de cuantificación de estos dos últmos términos. A partir de entonces, el sujeto se limitará a admitir que la cantidad de materia es, en grosor, proporcional al volumen percibido, mientras que el peso permanece independiente, cada sustancia cualitativamente diferente puede estar afectada de cualidades particulares de «pesado» o de «ligero» según su opinión.

El tercer estadio marca en todos los dominios la aparición de la cuantificación del peso y su coordinación con la composición de la cantidad de materia. Así, en las experiencias de la deformación de las bolitas de arcilla, sobre la disolución del azúcar y sobre la dilatación del maíz, el niño admite la conservación del peso y la justifica atribuyendo a cada partícula de sustancia un peso invariable, la permanencia de la materia lleva pues *ipso facto* la del peso. En el caso de la comparación de cuerpos de densidad diferentes, este descubrimiento conduce desde entonces a dos consecuencias esenciales. En primer lugar, puesto que la piedra pequeña pesa más que el tapón grande, es que contiene más materia, de donde procede la noción de «lleno» y la cuantificación posible del peso en función del número de elementos contenidos en el volumen del conjunto percibido. En segundo lugar, la noción de la cantidad de materia se escinde así en dos: una, más precisa, de cantidad corpuscular (que es casi el inicio de la «masa») caracterizada por el número de elementos o de la consistencia «llena» del objeto, y solidaria de un peso concebido como invariable atribuido a cada partícula; y la de la cantidad aparente o macroscópica determinada por el volumen perceptivo. Sólo que este modo de composición permanece incompleto (lo que explica la anterioridad genética de la noción de «lleno» sobre la de «apretado») porque la relación

entre el peso o la cantidad corpuscular de sustancia y el volumen del conjunto, o la cantidad aparente de materia, por el momento sólo es comprobada y no puede dar lugar a ninguna construcción por carecer de una composición precisa de los volúmenes. En efecto, la sola manera de componer los elementos que llenan un volumen de conjunto con este mismo volumen será la de atribuir a cada elemento un volumen corpuscular invariable y distinguir de la suma de los volúmenes elementales así definidos un volumen perceptivo global que dependa de la mayor o menor distancia existente entre estos elementos. Es precisamente a esto a lo que lleva el esquema de la compresión y de la descompresión del que notamos la existencia desde el cuarto estadio de la disolución del azúcar y que se manifiesta explícitamente en el curso de los estadios correspondientes de la explicación de la dilatación del maíz y de las diferencias de densidad.

En conclusión, el estudio de las nociones infantiles de la densidad demuestra que después de un primer estadio, en el curso del cual el niño considera el peso del cuerpo siempre como proporcional a su volumen global y a su cantidad perceptiva de materia, los sujetos llegan, en el curso de un segundo estadio, a disociar el peso de estos dos otros datos, a título de cualidad sustancial particular; en el curso de un tercer estadio unen de nuevo el peso a la cantidad de materia, pero éste es concebido ahora como corpuscular e independiente del volumen perceptivo; en fin, en el curso del cuarto estadio espacializan esta cantidad interna de materia pesante, por medio del esquema de la compresión y de la descompresión, el cual implica una noción igualmente corpuscular del volumen. El peso, la sustancia y el volumen son pues en un principio confundidos en un todo perceptivo, a continuación, después de una serie de disociaciones se encuentran unidos en un sistema de relaciones directamente proporcionales, pero sobre el plan corpuscular y en forma de una solidaridad entre el peso, la masa y la compresión, la noción de densidad aparece así como una relación entre la masa interna y el volumen aparente.

CAPÍTULO NOVENO

ALGUNOS PROBLEMAS DE RELACIONES ENTRE EL PESO Y LA CANTIDAD DE MATERIA [1]

La noción de densidad, estudiada en el capítulo precedente, supone indudablemente por parte del niño, una cuantificación progresiva de la materia a la par que debe establecer las relaciones inversas del peso y del volumen perceptivo. ¿Cuál es el mecanismo de esta cuantificación? Es lo que intentaremos determinar en este capítulo.[2]

Es fácil, en efecto, superar el análisis conceptual ligado al lenguaje haciendo actuar al niño y uniendo así sus palabras a las operaciones propiamente dichas. Para eso es suficiente presentarle dos materias de diferentes densidades y pedirle que construya con la segunda sustancia un objeto del mismo peso que el modelo dado con la primera sustancia. Por ejemplo, enseñaremos al sujeto un tapón pidiéndole que haga una bolita de arcilla del mismo peso que aquél, o bien le haremos construir un montón de granos del mismo peso que un montón de arena colocado anteriormente sobre la mesa, etc. Una vez resueltos estos problemas previos, continuaremos simplemente haciéndole construir una bolita del mismo peso

1. Con la colaboración de Trude STRAUSS.
2. Si en estas páginas hablamos de relaciones entre el peso y la cantidad de materia y no entre el peso y el volumen, es porque los únicos volúmenes que el niño tendrá que comparar (por ejemplo un tapón entero comparado a medio tapón o a un cuarto de tapón, etc.), serán volúmenes perceptivos «globales», proporcionales a la cantidad aparente de materia, y sin que se requieran las distinciones, propias al cuarto estadio, entre el «volumen global» y el «volumen total».

que la mitad o que un cuarto del tapón inicial. El interés de estos problemas no es sólo el que nos permita verificar los resultados obtenidos en el capítulo precedente, por simple comparación verbal de objetos distintos presentados a los niños. Sobre todo, es el poner en evidencia el mecanismo de las relaciones que intervienen en la construcción de la densidad y en especial las condiciones de su cuantificación que, tal como veremos mejor todavía que en el curso del último capítulo, plantea dificultades muy interesantes.

En un primer párrafo continuaremos el estudio de las relaciones inversas del peso y del volumen entre dos cuerpos de densidades diferentes, planteando al niño un problema de naturaleza operatoria, que consistirá simplemente en determinar la relación de los volúmenes si los pesos permanecen equivalentes. En el párrafo 2 procederemos al análisis de estas mismas relaciones cuando se trata de comparar la mitad o un cuarto de los objetos, lo que nos colocará en presencia de preguntas de cuantificación extensiva. En el párrafo 3, por último, volveremos a encontrar esas últimas, pero relacionando los pesos de barras de densidades distintas con tan sólo sus longitudes (las otras dimensiones constitutivas del volumen permanecerán constantes).

1. TRES EJEMPLOS PRELIMINARES DE RELACIONAR EL PESO Y EL VOLUMEN ENTRE OBJETOS DE DENSIDADES DISTINTAS.

El primero de estos ejemplos será simplemente de orden verbal. Enseñamos a los niños dos barras del color del plomo y del hierro preguntando: «Cuando son iguales de grandes, ¿qué pesa más, una barra de plomo o una barra de hierro?» El niño casi siempre sabe que es el plomo y eliminamos los casos para los que estos datos no son conocidos. Obtenida la respuesta, continuamos: «Una bola de hierro que pesara igual (= del mismo peso) que una bola de plomo ¿sería igual de grande (=del mismo tamaño) o más grande o más pequeña?»

El segundo ejemplo plantea el mismo problema en términos de acción operatoria. Presentamos a los niños una pequeña bola de cera seca, muy ligera y le pedimos que haga una bolita del mismo volumen con pasta de modelar (arcilla pesada). Cuando el sujeto comprueba la dife-

rencia de peso, le enseñamos una bolita de la misma cera, aunque un poco más grande pidiéndole que haga una bolita de arcilla, pero que esta vez tenga el mismo peso y no un peso diferente. Dejamos sobre la mesa como modelo las dos bolitas iniciales del mismo volumen.

Se trata pues, en ambos casos, de proceder de una igualdad de volumen (o de cantidad aparente de materia), con desigualdad de peso, a una igualdad de peso con desigualdad de volumen. En este párrafo nos gustaría describir esta operacón de multiplicación lógica de las relaciones independientemente de los problemas de cuantificación. Examinaremos aparte la pregunta verbal (primer problema) y la cuestión de la operación efectiva (segundo problema) para poder juzgar las diferencias que oponen el plano de la reflexión abstracta al de la acción. Por último estudiaremos un tercer ejemplo semejante al segundo y que consiste en confeccionar un pequeño montón de arena y un montón de mijo calculando sus tamaños de manera que tengan el mismo peso.

En estos tres tipos de ejemplos, las reacciones encontradas fueron exactamente las mismas, interrogando naturalmente a otros niños en el caso de las bolitas de cera y arcilla y en el de las bolas de hierro y de plomo. La única diferencia está en que las edades medias de los estadios observados son más elevadas para la pregunta verbal (hierro y plomo) que para los problemas prácticos (cera y arcilla o la pregunta de los dos montones): lo cual significa que en abstracto, los problemas son más difíciles de resolver, hecho que no nos sorprende en absoluto. Por el contrario, y esto es más curioso, encontramos en los tres problemas tres tipos idénticos de solución, las dos primeras corresponden al primer estadio de la evolución de la noción de densidad (capítulo octavo, párrafo 1) y una tercera al segundo estadio. Las dos primeras consisten en hacer dos bolas o dos montones del mismo volumen para que tengan el mismo peso, o ¡en atribuir un volumen mayor al cuerpo más denso para que pese igual que el más ligero! Esta segunda reacción, seguramente paradójica, se dio, en efecto, tanto en el plano de las operaciones efectivas como en el verbal y demuestra, al igual que la primera, una dificultad en disociar el peso del volumen (primer estadio). En fin, la solución justa (volumen en proporción inversa a la densidad) corresponde al segundo de los estadios distinguidos hasta aquí.

Veamos algunos ejemplos de la primera reacción propia al primer estadio, empezando por algunas respuestas dadas a la pregunta verbal del plomo y del hierro:

PERA (7 años). «¿Qué pesa más una barra de plomo o una barra de hierro? — *De plomo.* — Entonces, si un niño quiere hacer una bola de hierro que pese igual que una de plomo, ¿será igual de grande, o más pequeña, o más grande? — *Si las hace igual de pesadas, serán también igual de grandes.* — ¿Por qué? — *Porque tienen el mismo peso.* — ¿Pero qué pesa más, el hierro o el plomo cuando las barras son igual de grandes? — *El plomo.* — ¿Entonces si hacemos bolas que tengan exactamente el mismo peso cómo serán? — *Igual de grandes*».

Y ejemplos de la misma primera reacción del primer estadio, pero en la pregunta práctica de las bolas de cera y de arcilla.

JARO (7 años). «*Serán igual de gordas si pesan igual*».

LENK (7 1/2). «*Deben tener el mismo tamaño, para que pesen igual*».

JUN (7,8). «*Serán del mismo tamaño, tendrán igual de hierro y de plomo*» (= igualdad entre las cantidades aparentes de materia).

KIR (8,9). «*Hay que hacerlas del mismo tamaño*».

RIC (4,11). «Coge esta bolita (cera). Sopésala en una mano. — *¡Pesa poco!* — Si es cera, pesa muy poco. Hazme con esta pasta una bolita igual de grande (la hace). — *Ya está.* — Bien, sopésala en la mano. ¿Cuál pesa más? — *Ésta* (la de *arcilla*). — *Pesa más porque es pasta.* — Bueno, escúchame bien. Aquí tenemos otra bola de cera, ¿ves? Vas a hacer con la pasta otra bola que pese igual, ¿lo entiendes?, que pese igual y que no pese más que esta bola de cera — (Ric junta toda la pasta de modelar que encuentra para hacer una bola muy grande y dice: *Cojo además este trocito para que sea grande* (Echa una ojeada y añade más) — ¿Qué haces? — *Miro si es igual de grande.* — ¿Debes hacerla igual de grande? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Para que pese igual* — ¿Cuál pesa más de estas dos? (los modelos) — *Ésta* (la arcilla) — Entonces estas dos grandes (las otras dos) que son igual de grandes, pesarán igual? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque son igual de grandes*».

AR (5 años). «Colocado ante una bola de cera más grande que una de arcilla, pero de igual peso. Prevé que la grande pesará más. — Prueba. — (pesa). — *No, pesan igual.* — ¿Por qué? — *Hay una que es dura y la otra no.* — ¿Cuál es la dura? — *La pequeña* (justamente la que es de pasta blanda, pero duro significa pesado o condensado) — Toma una pequeña bola de esta cera. Haz con la pasta algo que pese exactamente como ésta — (hace el mismo volumen) — ¿Pesan igual? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Es igual que esto* (como la bola pequeña de cera), *igual de pequeña*».

GAS (6 años). «Hace lo que le pedimos, una bolita de pasta del mismo volumen que la bolita de cera: ¿Cuál pesa más? — *La pasta.* — ¿Por qué? — *Cuando son iguales de grandes pesa más.* — Muy bien. Entonces mira, aquí hay otra bola de cera (un poco más gorda). Hazme una bola de pasta que pese exactamente igual — (Le da el mismo volumen) — *Ya está.* — ¿Pesarán igual? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Son igual de grandes.* — Pero me acabas de decir que cuando son igual de gordas, ésta pesa más. — *Sí.* — ¿En qué quedamos? — *Sí, ya me acuerdo* (se queda perplejo) — ¿Qué tenemos que hacer? — *No lo sé*».

Y con la pregunta del montón de arena y del montón de mijo:

NIER (5,4). «Toma aquí, una cajita de arena y una cajita con granos (dos cajas del mismo tamaño). ¿Cuál pesa más? — (pesa). *La arena pesa más y el grano pesa menos.* — Mira, coge esto, puedes coger arena de aquí y granos de aquí (las dos provisiones): Hazme un montón de arena que pese exactamente igual que el de granos, y haz también un montón de granos que pese igual que el de arena — (Hace dos montones del mismo tamaño). — ¿Cuál pesaba más en las cajas? (las cajas modelo continuaban delante del niño) — *La arena.* — ¿Y ahora los montones que has hecho pesan igual? — (examina los montones para ver si son exactamente del mismo tamaño). *Los granos pesan más, es un poco más pesado el montón de granos* (añade arena). — ¿Y así? — *Pesan igual*».

«NAD (5 años). «Construye sus montones después de haber pesado las cajas: ¿Serán igual de grandes o uno será más pequeño que el otro? — *Igual de grandes* (termina) — ¿Pesan igual? — *Sí* (pesa y comprueba lo contrario). *¡Ah, no!, la arena pesa más.* — ¿Entonces? — *Se necesita un poco más de granos*».

KAR (6 años). «Comprueba que la arena pesa más, pero hace dos montones idénticos. ¿Son igual de grandes el uno y el otro? — *Igual.* — ¿Por qué? — *Porque pesan igual.* — Pero cuando has pesado las dos cajas ¿pesaban igual? — *La arena pesaba más.* — Entonces, para hacer dos montones que pesen igual ¿no es necesario poner más arena que granos? — *No*».

TRÉ (8 años). «Comprueba que *la arena pesa más,* pero hace los montones del mismo volumen. ¿Por qué has hecho el mismo tamaño? — *Es necesario el mismo peso. Por esto he puesto igual cantidad de granos.* — Pero allí (las dos cajas) tenían la misma cantidad. — *Sí.* — ¿Y el mismo peso? — *No.* — Entonces, ¿por qué pones aquí la misma cantidad? — *Para que pese igual*».

Podemos dudar, en presencia de estos hechos, entre dos interpretaciones: o el niño olvida durante la prueba los datos que ha comprobado (la reacción de Gas en particular, podría darnos esta impresión respecto a las bolas de cera y de arcilla), o bien se acuerda de los datos, pero no consigue invertir la relación: «A pesa más que B a volumen igual»; en esta otra «A es menos voluminoso que B a peso igual». Notemos que en los pequeños la incapacidad de operar esta transformación puede tener como consecuencia el olvido de los datos, pero esto no justifica la primera de estas dos interpretaciones, puesto que el problema es saber si es el olvido de las premisas lo que explica a título de fenómeno memorístico la reacción del niño, o si este olvido, en el caso en que se presenta no es más que consecuencia de la dificultad intelectual.

Si podemos albergar dudas cuando interrogamos a uno o dos niños solamente, la gran frecuencia de esta reacción y sobre todo, en los casos en que no se presenta la existencia de la reacción siguiente (segundo tipo

del primer estadio) nos parece demostrar suficientemente que al nivel del primer estadio el olvido o la distracción no lo explican todo y que la dificultad propiamente lógica del manejo de la multiplicación de las relaciones permanece esencial. Notemos en primer lugar que, en todos los casos citados, el razonamiento del niño es absolutamente el mismo. El sujeto empieza por comprobar que a igualdad de volumen el peso de A es mayor que el de B. Escribimos $A \overset{v}{=} B$ para igualar el volumen, y $A \overset{p}{\leftarrow} B$ para la desigualdad del peso en favor de A: Tenemos entonces $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{\leftarrow} B)$. De este sistema el niño concluye (cuando se trata de prever verbalmente el peso de las bolitas de hierro y de plomo o de construir efectivamente una bola de arcilla para igualar el peso de una bola de acero, o además de confeccionar un montón de arena y un montón de granos de peso equivalentes), la igualdad $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{=} B)$ que, para nosotros es contradictoria con $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{\leftarrow} B)$. Cuando se trata de prever en lo abstracto el peso de las bolas de hierro y de plomo, este error dura más tiempo, mientras que en plano de las operaciones efectivamente realizados, desaparece antes, pero en los dos casos presenta exactamente la misma estructura lógica. ¿Cómo explicar este hecho?

Podríamos decir, y es efectivamente por aquí por donde es necesario empezar, que para estos sujetos no existe ninguna relación entre la comprobación inicial de la desigualdad de los pesos $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{\leftarrow} B)$ y el problema ulterior de cuantificación: construir dos montones o dos bolitas de peso equivalente. En el primer caso, en efecto, el niño comprueba simplemente que a igualdad de volumen hay una desigualdad de peso: de donde concluye que el peso es una cualidad sustancial perteneciente al plomo más que al hierro, a la arcilla más que a la cera, y a la arena más que al mijo, pero no se plantea en absoluto el problema de la cuantificación de esta cualidad concebida de manera puramente egocéntrica y fenomenista (véase los capítulos primero a sexto). En el segundo caso, al contrario, planteamos al niño y desde fuera, un problema de cuantificación: construir mentalmente una bola o montón A que tenga el mismo peso que una bola o un montón B y determinar su volumen. Entonces, no te-

niendo a su disposición ningún instrumento de cuantificación del peso ni en sí mismo, ni con relación al volumen, el niño dice sin más: para encontrar un peso equivalente, hagámoslo todo equivalente, de donde la igualdad de volumen $(A \overset{p}{=} B) = (A \overset{v}{=} B)$; esta solución es, pues, la que impone el método de simple equivalencia intuitiva por carecer de posible cuantificación.

Pero ¿por qué la cuantificación del peso y del volumen son inaccesibles al niño de este nivel? Ésta es la auténtica pregunta y podemos responderla de dos maneras. Podemos invocar razones de orden físico: el peso, en efecto, durante el primer estadio no es más que una cualidad intuitiva, es decir, egocéntrica y fenomenista, dependiente de la forma de los objetos y no conservándose en sus transformaciones, irreducible por consecuencia a toda medida y a toda cuantificación. Pero también podemos apelar a razones de orden lógico: toda cuantificación supone una composición lógica, el niño de este nivel no sabría conseguir ni agrupar las relaciones de peso, ni en particular, efectuar la multiplicación de las relaciones que intervienen en los presentes problemas. Pero ¿cuál de estas dos explicaciones es la verdadera? ¿Es por carecer de la física necesaria por lo que el sujeto no consigue constituir una lógica del peso, o por carecer de una lógica necesaria que su noción de peso permanece intuitiva y tan poco física?

Podría ocurrir que estos dos problemas no constituyeran en realidad más que uno. Las «operaciones físicas» del fraccionamiento y del desplazamiento no son sin duda más que operaciones lógicas efectuadas en el tiempo y en el espacio y aplicándose sucesivamente a las diversas cualidades físicas, a la sustancia en primer lugar, después al peso, al volumen, etc. No hay lugar a dudas de que así sea para la sugerencia, o más precisamente para la cantidad aparente de materia, noción cuya constitución se confunde con la de la cantidad en general y que representa desde entonces la primera forma de cuantificación. En el nivel de primer estadio, la sustancia no está todavía cuantificada y nada tiene de sorprendente, por tanto que el peso tampoco pueda estarlo: durante el segundo estadio, dado que la cuantificación de materia está constituida a título de invariante, el peso podrá disociarse de ella y la cuantificación de esta cualidad particular planteará un problema distinto, cuya solución no será descubierta por el niño hasta el nivel del tercer estadio. Por el momento, está pues permitido concluir que ninguna cuantificación no es todavía posible, por razo-

nes, a la vez, físicas y lógicas; ésta es la razón de las reacciones que acabamos de describir y de las que se encontrarán ahora.

En efecto, además de las respuestas que hemos examinado, se observa en el nivel del primer estadio, un segundo tipo de reacciones caracterizadas por el hecho de que habiendo comprobado contra su creencia un peso superior para A con relación a B, el niño concluye que para construir un montón no una bola de A que tenga un peso igual a B, es necesario hacer A más voluminoso que B. Veamos primero algunos ejemplos relativos al problema verbal del plomo y del hierro:

RET (6 años). «*El plomo pesa más que el hierro.* — Bien, entonces para hacer una bola de plomo exactamente igual que una bola de hierro, ¿es necesario hacerla igual de grande, o más grande, o más pequeña? — *Hay que hacer una más grande que la otra.* — Bien. ¿Cuál? — *Hay que hacer la de plomo más gorda, porque el plomo pesa más que el hierro*».

HAL (7 1/2). «¿Una barra de hierro pesa más o menos que una de plomo? — *Pesa menos.* — ¿Entonces si queremos hacer una bola de hierro y una de plomo que pesen igual, cómo deben ser? — *Debemos hacer la de plomo más grande, puesto que pesa más*».

NOY (8 años). «*La de hierro será más pequeña, puesto que pesa menos.* — ¿Entonces no pesará más que la otra? — *No, pesarán igual si hacemos la de plomo más grande*».

Y con las bolitas de cera y arcilla:

BAD (5,8). «Hazme una bolita igual de gorda que ésta. — (La hace). — ¿Cuál pesa más? — (sopesa) — *Ésa, porque es de pasta.* — Mira entonces, aquí tienes una bola grande de cera. Hazme ahora una bola de pasta que pese exactamente igual, que no pese más. — *Tendrá que ser más gorda* (confecciona una bolita de arcilla que tiene exactamente el mismo volumen que la de cera) — ¿Pesarán igual? — *No, tiene que ser más gorda.* — ¿Por qué? — *Para que pese igual* (añade todavía pasta y hace una bolita sensiblemente más gorda.) ¿Y ahora? — *Pesarán igual.* — Pruébalo. — (Pesa) *¡Ah!, pesa más*».

BOUL (6 años). «Hazme una bola del mismo grosor — (la hace). — ¿Cuál pesa más? — *La de pasta.* — Coge esta otra bola de cera. Haz una bola que pese exactamente igual que la de pasta — (recoge todos los trozos) ¿Qué buscas? — (termina una bola más gorda que la de cera) *Tengo que hacerla igual de pesada que ésta.* — ¿Crees que está bien? — *Sí, no estoy seguro.* — ¿Por qué? — *Me parece que no hay suficiente tierra, tengo que hacerla más gorda para que sea igual de pesada* — (le damos más pasta y la añade todavía a su bola). Pesa. — *¡Oh!, pesa más.* — ¿Por qué? — *Porque tiene más tierra.* — ¿Qué debes hacer entonces? — *Igual de tierra*».

Y con el montón de arena y el montón de mijo:

KAD (6 años). «Comprueba que la arena pesa más que los granos. Echamos sobre la pasta un montoncito de arena pidiéndole que haga uno que pese igual: pone menos granos: ¿Por qué? — *Es necesaria más arena porque la arena pesa más*».

MAG (6 años). «Las mismas reacciones. Intenta pesarlo. — *¡Ah!, he puesto demasiada arena.* — Haz que pesen igual. — (quita un poco de arena, pero deja el montón de arena más grande.) — ¿Cuál de los dos montones es más grande ahora? — *Todavía el de arena.* — ¿Por qué? — *Para que pesen igual.* — ¿Pero qué pesaba más, la caja de arena o la caja de granos? — *La arena.* — Entonces, ¿por qué haces el montón de arena más gordo? — *Porque la arena pesa más*».

JUC (7 1/2). «Hace en primer lugar dos montones del mismo volumen. ¿Por qué? — *Es necesario que sean igual de grandes para que pesen lo mismo.* — ¿Pero qué pesaba más en la caja? — *La arena.* — Entonces, ¿qué tenemos que hacer para tener dos montones que pesen igual? — *¡Ah!, es necesario añadir arena.* (Lo hace) — Y ¿ahora qué? — *Pesan igual*».

Es evidente que para estos niños el olvido de los datos o la distracción no pueden ser invocados para explicar su reacción. Sin duda, en el caso del hierro y el plomo el carácter verbal de la pregunta podría explicar que el «más» induzca el «más» mecánicamente, por simple asociación de palabras. Mas para Bad, Boul, Mag, Juc vemos, por el contrario, que el razonamiento se construye poco a poco con esfuerzo para disociar las relaciones del peso y del volumen que la comprobación inicial les ha mostrado que eran independientes. Es en este momento cuando intentan disociar el peso y la cantidad de materia que invierten las relaciones para caer, pese a ello, en una proporción directa entre estos dos términos. Bab empieza, por ejemplo, haciendo una bola de arcilla del mismo tamaño que la de cera, después se corrige y dice «Tiene que ser más gorda para que pese igual» lo que ya no es una asociación verbal entre el «más» y el «más», sino un esfuerzo fallido de coordinación. Boul considera incluso que su bolita no es suficientemente grande y añade pasta diciendo igualmente: «tengo que hacerla más gorda para que sea igual de pesada»: Boul platea así como premisa que a volumen igual el peso será diferente, y concluye de ello que la sustancia más pesada debe entrar en mayor cantidad ¡para tener el mismo peso! Mag, a pesar de ser advertido por una primera pesada que le demuestra que ha «cogido demasiada arena», no por ello deja de conservar un montón de arena más grande «para que pesen igual... porque la arena pesa más». En cuanto a Juc, que al igual de Bad empieza con dos cantidades iguales, admite, desde que se acuerda de que la arena pesa más, que «es necesario añadir arena»

para tener la equivalencia de pesos. Ciertamente, en estos sujetos, podemos decir en un sentido que el «más» induce el «más», pero no es por asociación verbal, sino por incapacidad de multiplicar lógicamente las relaciones y sobre todo de comprender las relaciones inversas. Su razonamiento es incluso tan poco verbal que llegan al absurdo de construir realmente una bola de arcilla más grande o un montón más grande de arena, para igualar el peso de una bola de cera o de un montón de mijo, pese a decir y a comprobar que, a igual volumen, la primera sustancia pesa igual que la segunda.

¿Cómo, pues, explicar esta reacción extraordinaria? Notemos en primer lugar que no tiene nada de excepcional. En lo que concierne al tiempo y a la velocidad, nociones a las que esperamos consagrar posteriormente un estudio de conjunto, encontramos por ejemplo, razonamientos tales que el niño atribuye «más tiempo» a un movimiento A ejecutado a una velocidad más grande que B, siendo los espacios recorridos iguales; e incluso atribuye una velocidad mayor al móvil que ha recorrido la menor de dos pistas circulares concéntricas en el mismo tiempo que otro móvil ha recorrido la grande. No hay pues en los hechos que examinamos ahora ninguna singularidad particularmente anormal.

En el caso de esta segunda reacción del primer estadio, como en la de la primera, podemos encontrar dos explicaciones paralelas, una de orden físico y otra de orden lógico. He aquí la interpretación física. Damos por admitido que, en este nivel de desarrollo, ni el peso ni el volumen, ni siquiera la cantidad aparente de materia, son todavía cuantificables y no constituyen por lo tanto, ningún invariante susceptible de constancia a través de las transformaciones. Ahora bien, si el peso, el volumen y la cantidad de materia están así indiferenciadas en una totalidad intuitiva, a la vez egocéntrica y fenomenista, la comprobación de una sustancia A más pesada que B a igual volumen no puede ser interpretada por el niño más que de dos maneras: o bien atribuirá una cualidad sustancial a A que no trae ninguna consecuencia en cuanto a la relación del peso y del volumen (primera reacción de este estadio), o bien admitirá que A posee en general algo de «más» que consiste en ser a la vez más pesado, más voluminoso y más rico en sustancia. Recordemos, en efecto, estos casos del primer estadio (capítulo octavo, párrafo 1, casos de Zur y de Che) que prevén erróneamente que un tapón pesará más que una piedra pequeña y que, una vez advertidos, responden que la piedra pesa más, «porque cuando la piedra es más gorda que el tapón, pesa más» (Zur); o que la

moneda blanca pesa más que la moneda de latón «porque es más gruesa» mientras que había sido considerada como menos gruesa justamente antes (Che). Nuestros sujetos actuales, igualmente deben atribuir a la sustancia A, más pesada que B, la propiedad de presentar ordinariamente algo «de más» que B, este «más» permanece indiferenciado y global. Por lo que al pedirles que construyan una bola o un montón de A, que tenga el mismo peso que B, concluyen que por ser A más pesado que B, es necesario coger «más» A que B, sino A pesaría menos. Cuando Kad, por ejemplo, dice: «es necesario más arena, porque la arena pesa más», expresa directamente esta indiferenciación de la cantidad de materia y del peso, que constituirá así el verdadero motivo de estas construcciones extrañas, puesto que imposibilita al sujeto para invertir estos dos términos. En una palabra, podríamos traducir los hechos como fines: 1.) el niño espera la proporcionalidad entre el peso y la cantidad de materia, es decir $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{=} B)$; 2.) descubre que el peso es superior, es decir, que $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{\leftarrow} B)$; 3.) de ello concluye que para obtener un peso igual, es necesario reestablecer el equilibrio aumentando así la materia, es decir $(A \overset{p}{=} B) = (A \overset{v}{\leftarrow} B)$.

Evidentemente paralelo a esta explicación de orden físico, es necesario buscar una explicación de orden lógico. Únicamente que esto no nos plantea ningún problema nuevo: la incapacidad de deducir de la relación $(A \overset{v}{=} B) = (A \overset{p}{\leftarrow} B)$ la relación inversa $(A \overset{p}{=} B) = (A \overset{v}{\rightarrow} B)$ no constituye más que un caso particularmente sorprendente de la dificultad de los sujetos de este estadio en la composición reversible. Ahora bien, incluso sin efectuar esta operación que procede del «agrupamiento» de las multiplicaciones biunívocas y de las relaciones asimétricas[3] el niño podría llegar a una solución intuitiva o empírica. El hecho de que permanezca incapaz demuestra *a fortiori* que no puede todavía reemplazar el sistema de relaciones egocéntricas por el de operaciones reversibles.

En cuanto a la relación que conviene establecer entre estos factores físicos y estos factores lógicos, todo parece indicar de nuevo, como en el caso de la explicación de las reacciones del primer tipo de este estadio,

3. Véase *Compte-rendu des Scéances de la Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Génève*, vol. 58 (1941), p. 154.

que son estrechamente interdependientes. Pero es necesario naturalmente distinguir dos casos, el de las reacciones prácticas (cera y arcilla o arena y mijo) en el que esta interacción de las representaciones físicas y del pensamiento entra de lleno, y el de las reacciones verbales (hierro y plomo) que son residuales y se encuentran en edades más avanzadas. Es necesario recordar además, tal como hemos visto ya con anterioridad, que una vez adquirida la cuantificación de la sustancia (noción de la cantidad de materia), el mecanismo lógico está prácticamente montado, pero sin por ello aplicarse de lleno a las relaciones de peso y de volumen propiamente dicho, lo cual plantea problemas físicos nuevos.

En resumen, los dos tipos de reacciones propias a este primer estadio constituyen pues un todo homogéneo, cuyo principio común es la indiferenciación del peso del volumen y de la sustancia y se manifiesta desde el punto de vista lógico por la incapacidad de composición reversible y de cuantificación. En el segundo estadio, por el contrario, asistimos al descubrimiento de la respuesta precisa para la disociación de las nociones del peso y la cantidad de materia, esta última se ha hecho susceptible de composición, mientras que la primera permanece intuitiva. Esta disociación es suficiente, en efecto, lo hemos visto en el curso de estos dos últimos capítulos, para que el niño comprenda la relación inversa del peso y del volumen, y esto es todo lo que reclama la solución de los problemas analizados en este párrafo. Pero veremos en el 2 que esta relación inversa de conjunto puede ser descubierta intuitivamente sin resultar de una operación propiamente dicha, puesto que a este nivel no implica todavía ni generalización ni cuantificación del detalle (cuando consideramos la mitad o la cuarta parte de los objetos). Esperando examinar este último punto, he aquí algunos ejemplos de respuestas correctas del segundo estadio, a los problemas estudiados en este momento, empezando por el del plomo y el hierro:

DON (6 1/2). «*Hay que hacer la bola de hierro más grande para que pese igual que la de plomo*».

HUM (7 1/2). «*Hay que hacerla igual de grande, no, hay que hacer el hierro más grande, porque si no hay más, pesan igual*».

ONS (8 años). «*La bola de plomo debe ser más pequeña porque pesa más*».

RAD (9 años). «*El hierro pesa menos que el plomo; es necesario coger mucho más para que pese igual que el plomo*».

GAR (10 años). «*La de hierro será más grande, porque hay que coger más para tener el mismo peso*».

Y para la pregunta práctica de la cera y la arcilla:

MOR (6 años). «Haz una bolita del mismo tamaño que esta bola de cera. — (La hace) — ¿Cuál pesa más? — *La pasta.* — ¿Por qué? — *No lo sé.* — Toma ahora, esta otra bola de cera. Haz una bolita que pese exactamente igual. ¿Cómo lo harás? — *Tengo que hacer la bola más pequeña porque esto* (el modelo) *es de cera*».

COR (6 1/2). «*Hay que hacerla más pequeña.* — ¿Y si la haces igual de grande? — *Pesará más*».

ANO (6 1/2). «*Hay que hacerla más pequeña.* — ¿Por qué? — *La pasta es pesada, hace falta menos*».

MEY (7 años). «*Hay que poner menos tierra de modelar, porque pesa más*».

Y para la pregunta de los dos montones:

TON (6 1/2). «Se presentan las dos cajas: *La arena pesa más, pero son igual de grandes.* — Hazme dos montones que pesen iguales, uno con arena y otro con los granos. — *Hay que hacer el de arena más pequeño porque es más gordo* (= pesa más. — Prueba. — *Tengo que hacer un montón de granos más gordos* (= voluminosos), *porque pesa menos*».

REL (6 1/2). «*La arena pesa más, entonces el montón de granos debe ser más gordo porque los granos pesan menos*».

NAZ (6 1/2). «*Hay que poner más granos.* — ¿Por qué? — *Porque la arena pesa más*».

MAY (7 años). «*La arena pesa más, hay que hacer el montón de granos más grande.* — ¿Por qué? — *Para que pesen igual*».

Éstas son las respuestas correctas que se obtienen durante el segundo estadio. Desde el punto de vista físico demuestran, pues, una disociación entre las nociones de peso y de cantidad de materia, lo que es conforme a los caracteres generales de este nivel. Desde el punto de vista lógico, son prueba de la capacidad de coordinar dos relaciones inversas, lo que constituye un resultado paralelo al progreso de las representaciones físicas. Pero si la sustancia está ya cuantificada, en este estadio, intensiva e incluso extensivamente, la relación inversa entre esta cantidad y el peso no requiere ninguna nueva operación propiamente dicha y puede explicarse por un simple progreso de orden empírico o intuitivo, es decir, sin generalización a todos los casos sucesivos. Esto equivale a decir que el peso permanecerá en estado de cualidad intuitiva, sin cuantificación especial. Es lo que vamos a comprobar en el párrafo 2: veremos efectivamente que en el curso de este estadio, la relación inversa entre el peso y el volumen se aplica solamente a la totalidad de los objetos per-

cibidos, pero no puede ser referida a la mitad o a un cuarto de estos mismos objetos, prueba de que si la misma materia puede ser cuantificada extensivamente, el peso permanece una cualidad sustancial. Por esto clasificamos las respuestas precedentes en el segundo estadio y debemos ahora complicar las pruebas para poder distinguir estas reacciones de las del tercer estadio.

2. EL TAPÓN Y LA ARCILLA.

Colocamos delante del niño un tapón grande, más ancho que alto (con la dimensión de los tapones de botes de conserva) y diversos pedazos informes de arcilla de modelar. En primer lugar, pedimos al niño que haga con la arcilla «algo que tenga el mismo peso que este tapón». Una vez ejecutada la operación, dejamos al niño la tarea de verificar el resultado y de corregirse. Después de lo cual sustituimos este tapón por un segundo ejemplar del mismo tamaño, pero fraccionado verticalmente en dos mitades y pedimos al niño que confeccione un trozo de arcilla que tenga el mismo peso que una de las mitades. Finalmente, sustituimos el tapón cortado en dos por un ejemplar igual, pero partido esta vez en cuatro y pedimos al sujeto que haga una bolita que tenga el peso de uno de estos cuartos.

Vemos así que el problema planteado es doble. Por una parte, como en el párrafo 1, se trata de disociar el peso del volumen, es decir, de considerar la densidad respectiva del tapón y de la arcilla para construir la igualdad de peso. Por otra parte, es interesante ver si el niño es capaz de una descomposición de los pesos y de los volúmenes aparentes por mitades y cuartos, esto en la hipótesis según la cual la cuantificación del peso no es inmediata y la explicación progresiva de la densidad (como por otra parte la construcción de los invariables de peso en general) la supone previamente. Ahora bien, la sucesión de estadios muestra de entrada el interés de esta última suposición. En el curso de una primera etapa, en efecto, el niño no disocia el peso y el volumen y construye copias de arcilla que tienen exactamente la forma y las dimensiones de las mitades y de la cuarta parte, esto no se debe más que a la indiferenciación métrica. En el curso de un estadio intermediario II A el niño prevé que una bolita de las mismas dimensiones que el tapón pesará más, pero

no llega a actuar en consecuencia. En el curso de un segundo estadio (que corresponde al estadio II B), el sujeto disocia correctamente el peso del volumen para el tapón entero y fabrica así una bolita de arcilla más pequeña que el modelo, pero, en los ensayos de reproducción del peso de medio tapón y de un cuarto, no tiene en cuenta las relaciones cuantitativas, y no comprende que sería suficiente cortar su bolita en dos o en cuatro, y construye nuevas bolitas de volumen arbitrario. En fin, en el nivel del tercer estadio, la cuantificación es exacta (esta prueba no comporta resultados correspondientes al cuarto estadio).

Veamos unos ejemplos del primer estadio:

Ric (4, 11). «Hace una bolita aproximadamente igual de grande que el tapón. ¿Es el mismo peso? — *No.* — ¿Qué pesará más? — *El tapón.* — ¿Por qué? — *Porque es un poco más grande.* — Pruébalo. — (Piensa). *¡Oh, es demasiado pesada!* — ¿Qué hay que hacer — *Para que pese menos hay que sacarle un trozo* (saca un trozo). *No, he quitado demasiado* (vuelve a poner exactamente lo que había cogido). *Así*».

Después de corregirse, poco a poco, presenta exactamente las mismas reacciones con la mitad y el cuarto.

Eb (5, 7). «¿El tapón es pesado? — *No es pesado.* — ¿Y la pasta? — *Es pesada.* — Entonces coge un trozo de pasta que sea tan pesada como este tapón, no más pesada ni menos. — (Empieza). — ¿Para que sea igual de pesado, hay que hacerlo igual de grande o no? — *Igual de grande.* — ¿Por qué? — *Porque la pasta es más pesada.* — Y entonces, si es más pesada, ¿cómo lo harás? — *Igual de grande.* — (Lo hace) ¿Y será el mismo peso así? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque es igual de grande.* Se pesa, comprueba que la bola de pasta es más pesada y vuelve a empezar de la misma manera para la mitad del tapón».

Ren (5,7). «¿Qué harás para tener una bola que pese igual? — *Igual de grande que esto* (tapón). — ¿Pesan igual la pasta y el tapón? — *La pasta pesa más.* — ¿Por qué? — *Porque el tapón pesa menos.* — Entonces hazme una bolita que sea igual de pesada que el tapón. — (La construye del mismo tamaño). *Ya está* (después pesa, comprueba que la pasta es más pesada). *No, no está bien.* (Toma otro trozo de pasta y reconstruye un bloque tan grande como el primero.) *Ahora está bien.* (Pesa y comprueba de nuevo la desigualdad de los pesos). — *Ah, no* — ¿Cómo lo harás entonces? — *Hay que quitar.* (Hace un gran agujero en la pasta, pero sin quitar pasta y lo vuelve a pesar.) *Todavía es demasiado pesado, tengo que hacerla más pequeña* (saca otro trozo).

—Hazme ahora uno que pese tanto como éste (medio tapón). — Añade pasta e imita exactamente la forma y el tamaño). — Pesa. — (Corrige poco a poco) — ¿Y para esto? (el cuarto). — (Las mismas reacciones)».

And (5,10). «Mira largamente el tapón entero y reúne algunos trozos de arcilla con intención evidente de reproducir el mismo volumen. Llega así a hacer una bola más pequeña y exclama de pronto: *Pesará menos.* — ¿Por qué? —

No es tan alta. Añade entonces pasta y construye un volumen sensiblemente igual al del tapón. — Pesa y comprueba que pesa más: ¿Qué hay que hacer? — *Hay que sacar un poco* (saca muy poco y vuelve a pesar, y así varias veces a continuación). Para la mitad y el cuarto: las mismas reacciones.

Lug (6,6). «Haz con esta pasta algo que tenga el mismo peso que este tapón. (Hace un disco con la pasta que tiene el mismo diámetro que el tapón, y lo mide, aplicándolo contra el modelo para ver si es bien exacto. A continuación añade a este disco un segundo disco midiendo de nuevo el diámetro del tapón.) —¿Por qué haces estas redondas? — Para que sea igual de redondo que el tapón — (se le enseña lo que ha hecho y el tapón). ¿Tú crees que esto pesa igual o no? — *El tapón pesa más porque el tapón es más grande.* — Entonces, haz que pese igual — (coloca un nuevo disco y dice). *Lo hago como éste* (enseña el tapón), *para que pese igual.* — Pero, ¿por qué coges un disco después del otro? — *Porque no lo puede hacer todo a la vez, para hacerlo exacto,* termina imitando así exactamente el volumen. Pesa y se sorprende de que no pese igual; saca un disco después de otro, tomando cada vez con la misma sorpresa y dice: *¡La pasta de modelar pesa mucho!*».

Después de encontrar, por fin, el equivalente del peso se le presenta medio tapón y en lugar de partir en dos el trocito que acaba de hacer, le superpone inmediatamente otros trozos, hasta imitar de nuevo el volumen del modelo. Entonces lo pesa y exclama: *¡Ah no, hay que poner menos!* — ¿Por qué? — *Porque la mitad del tapón no pesa tampoco mucho*».

Tales son las reacciones de este primer estadio. Se observa en primer lugar cuán claras son estas reacciones iniciales encontradas ya en el párrafo 1, de indiferenciación entre el peso y el volumen o la cantidad de materia. Cuando Ric intenta reproducir con la arcilla el volumen del tapón y, después de construir una bolita apenas más pequeña, cree que es el tapón el que pesará más «porque es un poco más grande»; cuando Eb y Ren, después de haber reconocido que en sí, por decirlo de alguna manera, la pasta pesa y el tapón «no es pesado», concluye sin embargo que hay que construirla «igual de grande» para alcanzar el mismo peso; cuando And cree que la bolita «pesará menos» que el modelo, porque «no es tan alta» y cuando Lug llega a reproducir la forma del tapón apelotonando discos de pasta medidos uno después de otro, está claro que estos niños no disocian todavía en absoluto el peso, el volumen y la cantidad de materia, y confirman así enteramente lo que hemos visto en el primer estadio en el párrafo 1 del capítulo precedente. Esta confirmación es tanto más preciosa cuanto que las reacciones del capítulo séptimo podían conducirnos a sospechar que seguían siendo verbales; mientras que en el capítulo presente vemos que el niño actúa consecuentemente según los mismos principios.

Pero todavía hay más. Lo que hay de nuevo y que conviene destacar en estos datos es que proporcionan con toda claridad la prueba de que las proporciones directas que el niño establece tan exactamente en este nivel, entre el peso, el volumen y la cantidad de materia, no son de ninguna manera debidas a una necesidad de cuantificación precisa, sino por el contrario a una simple intuición subjetiva de equivalencias perceptivas. Los casos de Eb y de Ren son particularmente instructivos, desde este punto de vista, puesto que los dos sabían de entrada que la pasta es pesada y el tapón ligero: «La pasta pesa más», dice incluso explícitamente Ren, «porque el tapón pesa menos». Sin embargo, no por eso dejan de concluir que para obtener un mismo peso es necesario que el trozo de pasta tenga «el mismo tamaño» que el tapón, y Eb añade de la manera más paradójica «porque la pasta es más pesada». Hemos intentado explicar en el párrafo 1 estas reacciones absurdas, desde el doble punto de vista físico y lógico. Conviene completar ahora este análisis demostrando de qué manera ni el peso ni el volumen son todavía cuantificables. Cuando el niño dice «la pasta pesa más y el tapón pesa menos», no tiene en cuenta más que la impresión subjetiva experimentada en la mano y no sospecha ni siquiera por un instante que estas realidades intuitivas podrían corresponder a medidas o a relaciones precisas. Así, cuando se le pide que encuentre «el mismo peso» se preocupa simplemente de construir, por medio de la arcilla, una copia lo más exacta posible del modelo, en cuanto a la forma y a las dimensiones, persuadido de que esta equivalencia perceptiva trae igualmente como consecuencia la del peso. El razonamiento de Eb «hay que hacer el mismo tamaño porque la pasta es pesada» deja entonces de ser absurda y significa simplemente: puesto que la pasta y el tapón son cualidades diferentes, es necesario copiar fielmente el modelo si se quiere que la copia se le parezca en todo, incluido lo que corresponde a las presiones que ejercerá sobre la mano. Igualmente, cuando Ren se da cuenta de que los pesos no son iguales, dice: «hay que sacar algo», no sustrae ninguna cantidad propiamente dicha de materia, sino que simplemente cambia la forma practicando una excavación en medio, rechazando la pasta de los bordes, actúa intuitivamente, por decirlo así, y de ninguna manera operatoriamente o cuantitativamente.

Pero todavía hay más. Cuando cada uno de estos niños, después de corregir su construcción y de comprobar que el trozo de arcilla debe ser mucho más pequeño que el tapón para tener el mismo peso, debería buscar un peso equivalente a la mitad o a la cuarta parte del tapón, olvida

enteramente la comprobación que acaba de hacer y, en lugar de cortar simplemente su trozo de pasta en dos o en cuatro, empieza a imitar exactamente el volumen del modelo. El sujeto Lug, sin dudar, llega hasta añadir materia al trocito cuya igualdad de peso con el tapón total acaba de comprobar, ¡como si la mitad pesara más que el todo! Está claro que esta reacción tan sistemática que volvemos a encontrar sin discontinuidad hasta el tercer estadio, sería suficiente por sí sola para demostrar el carácter no cuantitativo de las relaciones de peso y de volumen establecidas por el niño durante los primeros estadios del desarrollo de la densidad.

Durante un subestadio intermedio (estadio II A), sobre el cual conviene ahora decir algunas palabras, llega, en el momento en que advierte que la pasta pesa más que el tapón, a coordinar las relaciones de peso y de volumen o de cantidad de materia y llega hasta a concluir que el trozo de pasta debe ser más pequeño que el tapón para representar el peso. Pero cuando intenta realizar este proyecto, cae de nuevo, tarde o temprano, en la indiferenciación y reproduce, igual que en el primer estadio, dos volúmenes idénticos. Veamos unos ejemplos:

SUM (5,11). «*El tapón no es pesado.* — ¿Y la pasta? — *Es pesada.* — Hazme un trozo de pasta que sea igual de pesada que el tapón. — *Sí.* — ¿Será igual de grande? — *No, no tan grande.* — ¿Más grande o más pequeña? — (coge la pasta y construye un trozo del mismo tamaño). — *Igual.* — ¿Pesará igual? — *No, esto* (la arcilla) *pesa más.* — ¿Qué te he pedido? — *Igual de pesado.* — Entonces, pruébalo (un nuevo trozo de pasta). — Reproduce un volumen igual. — ¿Estará bien? — *El tapón pesará menos.* — ¿Puedes arreglarlo? (Saca pasta hasta igualar los pesos) ¿Y ahora esto? (la mitad) — (añade pasta e imita la forma y el volumen)».

DIN (6,11). «Dice en seguida que *la pasta es más pesada.* — Entonces, para hacer un trozo que pese igual que el tapón, ¿hay que hacerlo del mismo tamaño, más grande o más pequeño? — *Vamos a hacer uno más pequeño* (reconstruye un trozo del mismo tamaño). — ¿Pesará más o menos que el tapón? — *Igual* (lo pesa.) *¡Ah, no, es más pesada!* (saca pasta hasta igualarlo)».

¿Y para esto? (la mitad) — (reproduce el volumen exacto) — ¿Y esto? (la otra mitad) — (la misma reacción) — ¿Y si se pesa esto? (los dos trozos de pasta que reproducen el volumen de las dos mitades) y esto (el tapón entero) — *La pasta pesará más porque aquí hay dos trozos y allí* (el tapón) *uno solo.* — ¿Y si se pone así? (se fracciona en ocho trozos) — *No es lo mismo, el tapón pesará más. Porque estos trocitos no valen nada*».

KEL (7 años). «Dice, construyendo efectivamente un trozo más pequeño de pasta que *hay que hacer la pasta más pequeña,* pero en cuanto el trozo está terminado añade en seguida materia hasta la igualdad completa de volumen con el tapón. Entonces lo pesa y dice: *tiene que ser más pequeño*».

Para la mitad y el cuarto copia sin más el volumen, después corrige progre-

sivamente. Cuando ha llegado a hacer una bolita del mismo peso que una cuarta parte del tapón, colocamos, sobre un platillo de la balanza, dos cuartos del tapón y ofrecemos al niño el trozo que acaba de construir, igual en peso a uno de esos cuartos, y otro semejante. Le pedimos entonces: — Hazme el mismo peso que estos dos tapones juntos. Pero en lugar de coger simplemente las dos bolitas que se le ofrecen, no coge más que una, pero le añade una cantidad importante de arcilla sin manifestar, pues, ningún sentido de las proporciones ni de la medida.

Las reacciones de este subestadio II A, son de un gran interés y demuestran la fascinación que ejerce en el niño el esquema de la identificación del peso, del volumen y de la cantidad de materia, puesto que, incluso cuando los sujetos anuncian de entrada que hay que construir una bola de pasta más pequeña que el tapón, para obtener el mismo peso, no llegan en realidad más que a imitar exactamente la forma y las dimensiones del modelo: la percepción inmediata es suficiente, pues, para hacer inútil al niño su proyecto mental, es decir, que la tiranía del esquema perceptivo prima todavía sobre la coordinación de las relaciones. En cuanto a la composición en todo y en partes, no hay ningún progreso sobre el primer estadio: para reproducir el peso de una mitad de tapón, el niño continúa añadiendo pasta al trozo que igualaba al peso del total y hace lo mismo con el cuarto a pesar de la experiencia adquirida. Tiene incluso tan poca comprensión de las leyes de la composición, que Din cree que ocho octavos pesarán menos que dos mitades y que el tapón entero pesará más que los ocho octavos, a pesar de que ha podido comprobar, un momento antes, ¡que el mismo tapón pesa menos que uno de los octavos solo! Kel igualmente no comprende que para el peso de dos cuartos de tapón es necesario colocar dos trozos que representen un cuarto y añade simplemente una cantidad arbitraria a uno de estos últimos.

En resumen, como los precedentes, los niños de este nivel no presentan ninguna idea precisa de una cuantificación posible del peso en relación con el volumen o con la cantidad de materia. Asimilan simplemente el peso a una cualidad subjetiva como un color o un olor, e, incluso, empezando a comprender que el peso debe disociarse de la cantidad aparente (o volumen), no consiguen traducir esta disociación en verdaderas operaciones. De esta manera anuncian, sin más, el estadio siguiente, pero permaneciendo prácticamente en el nivel del primer estadio.

En cuanto a los casos claros del segundo estadio (subestadio II B)

llegan por el contrario a realizar, en acción, la disociación esbozada por los precedentes: no sólo saben, al igual que ellos, prever que la pasta es más densa que el tapón, sino que también, cuando se trata de hacer un trozo de arcilla del mismo peso que este tapón, se esfuerzan de entrada en construir un trozo con un volumen más pequeño. Como los niños del segundo estadio del párrafo de este capítulo o del capítulo octavo, admiten, pues, que un objeto pueda ser a la vez menos grande y más pesado que otro. Sólo que, al igual que estos últimos sujetos no consiguen, no obstante, cuantificar el peso así disociado de la cantidad de materia del volumen, de la misma forma que los niños que vamos a examinar, continúan mirando el peso como una simple cualidad y fracasan en la composición cuantitativa, según un principio aditivo. En efecto, cuando se trata, después del éxito en la primera pregunta, de construir bolitas de arcilla correspondientes a la mitad o a la cuarta parte del tapón, no saben, en absoluto, todavía dividir en dos o en cuatro la bolita correspondiente al peso del total y confeccionar nuevas bolitas presentando estas proporciones, sino que construyen trozos de tamaños arbitrarios, y con frecuencia incluso más grandes que el trozo inicial. En todo caso, con una dimensión inferior a la que resultaría de la simple dicotomía y después doble. He aquí algunos ejemplos:

ALE (6 años). «Ya no empieza, como los casos del estadio II A, imitando el volumen del tapón: Ves esta pasta. Hazme algo que pese exactamente lo mismo que el tapón. — (Coge un trozo de tamaño equivalente y quita, de entrada, una parte). — ¿Por qué haces esto? — *Porque la pasta es más dura, pesa más; hace levantar el tapón* (en la balanza). Coge entonces un trozo mucho más pequeño de arcilla y dice: *Ahora pesan igual.* — ¿Y si pongo ahora la mitad del tapón? — (Mira la mitad y la compara con su bolita equivalente al peso del total) *Tengo que añadir* (!) *un poco.* — ¿Por qué? — (pesa). *No, pesa más.* (Quita pasta y consigue poco a poco el peso adecuado. — ¿Y la cuarta parte del tapón? — *Tengo que quitar un poco, porque pesa menos* (pero no lo corta sin embargo en dos)».

BAN (6 años). «Hace para empezar una bolita A más pequeña que el tapón, después la corrige en B ($B < A$) y consigue al fin la igualdad C ($C < B$). Ahora haz una bolita que tenga exactamente el mismo peso que la mitad del tapón (le enseñamos el tapón cortado en dos y colocamos la mitad delante del niño). Ban, en lugar de dividir en dos su bolita final (C), coge un nuevo trozo de arcilla, y, mirando esta mitad el tapón, construye una bolita un poco más pequeña que este medio tapón, pero sensiblemente igual a su bolita inicial (A). Lo pesa, después se corrige, pero la nueva bolita continúa siendo bastante más grande que el trozo C que equivalía al peso del tapón entero.

Después del éxito, le pedimos que nos dé el peso de la cuarta parte del

tapón. Dice: *La bolita será más pequeña,* pero se limita a quitar un trocito sin medir ni constituir la mitad de la mitad.

POR (6,10). «Hace una bolita sensiblemente más pequeña que el tapón, pero después, como todavía pesa demasiado, la aprieta fuertemente para disminuir el peso (vemos que este sujeto, como los del segundo estadio en general, no cree en la conservación del peso). Después de que haya quitado trozos sucesivos y establecido la igualdad, le damos un tapón cortado en dos mitades: ¿Para conseguir el mismo peso de estas dos mitades, cómo harás la bolita? — *Hay que hacer una bolita mayor que antes porque hay más trozos.* — Hace una bolita más grande y la pesa, después la reduce y acaba por comprobar): *¡Ah, no, es igual!.* — Cuando tienes un tapón entero, o estas dos mitades, tienes la misma bolita. Si yo pongo solamente una mitad del tapón, y te pido que hagas una bolita que pese igual ¿cómo la harás? — *Más pequeña* .— ¿Cuánto más pequeña? — ... — ¿Mucho más pequeña? — *No lo creo.* — ¿Entonces cómo? — (La disminuye un poco sin ocuparse de la dicotomía y lo consigue pesándolo cada vez a través de correcciones sucesivas. — *Ya está.* — ¿Y para esta cuarta parte? — *Hay que hacerla todavía más pequeña* (pero casi no la disminuye)».

KES (7,7). «Para empezar coge un trozo más pequeño. ¿Por qué? — *Porque pesa menos, he cogido uno más pequeño.* Quita todavía pasta hasta conseguir la igualdad del peso. ¿Y para esto (la mitad del tapón)? — (Coge el trozo que corresponde al peso del tapón entero, lo sopesa, después dice): *Esto* será demasiado. — ¿Qué tienes que hacer? — (Corta aproximadamente la décima parte) *Esto.* — ¿Y para esto? (el tapón entero) — (añade el pequeño trozo que había quitado) — ¿Qué has hecho? — *Antes he cortado un trozo pequeño y ahora lo he vuelto a colocar.* Igual reacción para la cuarta parte.

Presentamos en seguida el tapón entero y la pasta que le corresponde en peso y otro tapón igual, pero cortado en dos mitades. ¿Qué tenemos que poner para esto? (primera mitad) — (Saca aproximadamente una octava parte de la bolita correspondiente al total y da la otra parte, es decir, los 7/8.) *Esto.* — ¿Y para esto? (la otra mitad) — (Da la parte que sobra, es decir, 1/8). — ¿Crees que está bien? — (Los iguala quitando aproximadamente los 5/8 de la primera parte) *Así.* — ¿Y para esto? (le volvemos a dar el tapón entero) — (Reúne las dos pequeñas bolitas, es decir 1/8 y 2/8 aproximadamente, despreciando el residuo. — ¿Y esto (el residuo) con qué va? — *No lo sé*».

TAL (9,0). «Igualmente llega sin dificultad a hacer una pequeña bolita correspondiente al peso del tapón entero, pero en seguida, cuando se trata de construir el peso de medio tapón, quita una parte de esta bolita, y después, para la otra mitad del tapón, reconstruye un trozo análogo: después, cuando le pedimos que encuentre el peso de las dos mitades del tapón a la vez, reúne estos dos trozos de pasta que valen, juntos, aproximadamente una vez y media el peso del tapón inicial, no fraccionado.

POLI (9,2). «Hace para el tapón entero una bolita *menos grande.* ¿Por qué? — *La pasta pesa más.* — ¿Y para esto? (la mitad) — *Puedo quitar un trozo.* — ¿Cuánto? — (Quita un trozo sin proporción) — Y si cogemos estos dos trozos (el que acaba de quitar y el otro) ¿pesará igual que esto? (el tapón entero) — *No, uno es más pequeño.* — ¿Entonces? — *Pesará menos.* Para la cuarta

parte, quita todavía un trozo, pero es incapaz de reconstruir el todo reuniendo todas las partes para igualarlas al tapón entero».

Estos hechos son de un alto interés y unidos a los del subestadio II A y a los del primer estadio, proyectan una luz evidente sobre las razones de la no conservación del peso y del volumen. Hemos comprobado continuamente, tanto a propósito de la construcción de las invariantes del peso (capítulos segundo y quinto-sexto), como a propósito del papel del peso, en la explicación de la dilatación y de la densidad (capítulos séptimo-octavo) que la cuantificación del peso supone una composición reversible, tal que una totalidad dada pueda siempre verse descompuesta en partes que conservan su peso, sean cuales fueren sus composiciones o sus desplazamientos. Esta construcción, precisamene en tanto que tal, conduce al pensamiento a reconocer la conservación como deductivamente necesaria, supone en el niño un cierto nivel de razonamiento ya alcanzado en este estadio, en lo que concierne a la cantidad de materia, pero es evidente que no ocurre lo mismo todavía en lo que concierne al peso. En lo relativo a la cuantificación de la materia, en efecto, el niño del segundo estadio sabe muy bien que la suma de las partes es igual al todo, que dos mitades o cuatro cuartos no contienen ni más ni menos sustancia que el todo. Precisamente la constitución de este invariante total, es lo que le permite comprender que, a peso igual, una bola de arcilla tiene que ser más pequeña y un tapón más grande. Únicamente los agrupamientos cualitativos de clases y de relaciones y los grupos aditivos y multiplicativos de los números que están, así, acabados en lo que concierne a la composición y a la cuantificación de la sustancia, no lo están, todavía, en relación al peso. Hemos visto ya en el curso del segundo estadio del capítulo segundo que un rulo de arcilla no pesa ya lo mismo si se corta en dos o en varios trozos. Comprobamos ahora, de una manera mucho más precisa, que ninguna composición aditiva es todavía posible a este mismo nivel en lo que concierne a las relaciones entre el peso y la cantidad de materia. Si Q es la cantidad de pasta de modelar que corresponde al peso P del tapón entero, el niño no deduce en absoluto que 1/2 Q sea igual a 1/2 P y que 1/4 Q corresponde a 1/4 P. Sin embargo, sabe muy bien que 1/2 Q + 1/2 = Q entero, pero no admite que 1/2 Q + 1/2 Q = P ni siquiera si P = Q. En los niños de los dos primeros estadios, es cierto, se podría explicar esto diciendo que, después de intentar reproducir con la arcilla el volumen total del tapón entero, para igualar el

peso, hacen lo mismo con el medio tapón o con el cuarto porque olvidan que han tenido que reducir la bolita inicial después de verificar los pesos. Pero esta explicación, que hemos tenido que rechazar ya a propósito de las reacciones de los estadios inferiores, es manifiestamente insostenible para los sujetos del segundo estadio (II B), puesto que saben con anticipación que la bolita de arcilla que pesa tanto como el tapón será más pequeña que éste: sin embargo, a pesar de este conocimiento exacto de las relaciones totales de densidad, el niño, para encontrar el peso de la mitad o del cuarto del tapón, no divide en dos o en cuatro la bolita crrespondiente al peso total, sino que se comporta como si la relación fuera imprevisible.

De esta manera, Kes espera que la bolita, que equivale al peso total del tapón, corresponda también a la mitad, y, después de pesar, se limita a sacarle aproximadamente un décimo de su materia. Bau llega incluso hasta hacer, para la mitad del tapón, una bolita parecida a la que ha construido al principio para el todo y que ha tenido que reducir considerablemente de volumen, después la corrige, pero la deja mucho mayor de lo que correspondería finalmente al todo. Ale llega hasta el absurdo de añadir arcilla a la bola que corresponde al tapón entero, bola que acaba de equilibrar en la balanza para el todo, ¡y esto para obtener el peso de la mitad! Para declarar explícitamente que dos mitades de tapón pesan más que el tapón entero «porque hay más trozos» y que así para estos dos trozos reunidos «hay que hacer una bolita mayor que antes» para el tapón entero. En cuanto a los mayores, como Tal y Poli (9 años), quienes, para hacer una bolita correspondiente a medio tapón, sacan una parte de la que corresponde al todo, no la reducen en absoluto a su mitad, sino que no suprimen más que una fracción mínima. Notemos por último las composiciones extrañas de Kes, Tal y Poli. Kes, después de sacar un décimo para la bolita que corresponde al peso del medio tapón, la vuelve a colocar cuando se trata de rehacer el peso del tapón entero, lo cual parece indicar al menos un sentido relativo de la composición; pero a continuación, después de repartir esta última bolita en 7/8 y 1/8, iguala en 2/8 y 1/8 y desprecia los 5/8 restantes, cuando se trata de reconstituir el peso del todo. Tal, al contrario, consigue encontrar para el peso de las dos mitades del tapón una vez y media el volumen que corresponde al peso del tapón entero, y Poli, después de fraccionar en dos la bolita que corresponde al peso del todo, se resiste a admitir que el peso de estas dos fracciones reunidas sea igual todavía al del todo. No sabríamos

demostrar de una manera más elocuente la ausencia completa de composición cuantitativa de peso que como lo hacen estos niños con sus diversas reacciones.

¿Cómo explicar esta ausencia de composición? Aquí intervienen de nuevo, seguramente, como en el párrafo 1, razones de orden lógico y razones de orden físico. Recordemos, en primer lugar, que el niño de este segundo estadio es capaz de satisfacer todas las condiciones lógicas de la cuantificación en lo que concierne a la sustancia como tal. Ya hemos visto en otra ocasión, en efecto, que hacia los siete años el niño consigue, cuando razona actuando con un material manipulable, agrupar en sistemas coherentes las operaciones de la lógica de las clases, las de la seriación de las relaciones asimétricas, y ambas reunidas en forma de correspondencias biunívocas y recíprocas «cualesquiera» y de operaciones propiamente numéricas.[4] Precisamente es esta construcción de la noción general de cantidad la que permite al niño cuantificar la materia misma, y es por esta razón que hemos podido comprobar, en el capítulo primero de la presente obra, que la conservación de la sustancia resulta sin más del funcionamiento de estos mecanismos lógico-aritméticos y esto en el nivel de lo que llamamos aquí el segundo estadio. Sin embargo, ocurre que los razonamientos más elementales que el niño de este estadio aplica sin dudar a la materia, no son ya válidos para el peso. Si Q es, como hemos acordado, la cantidad de arcilla cuyo peso equivale al peso total P del tapón; y si Q' es la cantidad de corcho del tapón de Peso P y P' el peso de la bolita de arcilla de cantidad Q, el niño admitirá sin dificultad que $1/2\ Q + 1/2\ Q = Q$ o $4(1/4\ Q') = Q'$, etc. Llega incluso a deducir, antes de cualquier manifestación, que si $P = P'$ entonces $Q < Q'$ porque a volumen igual el peso de corcho es inferior al de la arcilla. De $Q < Q'$ no tendrá ninguna dificultad en concluir que $1/2\ Q < 1/2\ Q'$ o $1/4\ Q' > 1/4\ Q$. Sabe que Q y Q' siguen siendo invariables sea cual fuere la composición de sus partes, etc. Por el contrario, las expresiones $1/2\ P + 1/2\ P = P$ o $4(1/4\ P') = P'$ no tienen ya ningún sentido para él. En efecto, la única manera de medir el peso de un objeto consiste en hacerle corresponder el de otro objeto, siendo este último escogido como unidad y sometido a las reglas de composición de la lógica y del número. Pero, como el peso no puede disociarse de la materia, la composición de estas unidades de peso requiere una condición previa:

4. PIAGET y SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé, 1941.

es que correspondan término a término a las unidades de materia o de «cantidad de substancia» del objeto designado como medida. Pero es precisamente lo que rechaza el niño de este nivel: si P' corresponde a Q y P a Q' entonces 1/2 Q corresponde a 1/2 Q' pero 1/2 Q no corresponde ya ni a 1/2 P ni siquiera a 1/2 P'. Podemos llegar incluso hasta afirmar que la noción de 1/2 P o de 1/2 P' no tienen ningún sentido para el niño puesto que si divide Q o Q' en dos partes de pesos equivalentes, no admitirá que la suma de estos dos pesos sea igual al peso del todo inicial. Así, Por afirma que el peso de las dos mitades del tapón es superior al del tapón entero, luego P [1/2 Q' + 1/2 Q'] > P [Q'] «porque hay más trozos». En resumen, está claro que la única evaluación del peso de la que es capaz el niño de este nivel, es la lectura directa de la impresión subjetiva producida por el objeto sobre la mano. Una tal evaluación permite seguramente establecer equivalencias y diferencias, pero no autoriza en absoluto a igualar las diferencias en un sistema aditivo de unidades. Así, en cuanto se trata de constituir un tal sistema por medio de equivalencias entre los objetos mismos, todo procedimiento de composición falla en el niño.

Pero entonces encontramos de nuevo, igual que antes, el problema enunciado hace un instante: ¿De dónde viene esta ausencia de composición, o, más precisamente, por qué la medida del peso no consigue librarse del egocentrismo fenomenista para llegar al agrupamiento objetivo, mientras que esta evolución está ya terminada en lo que concierne a la cantidad de materia? ¿Hay que invocar aquí razones de orden físico, de orden lógico o los dos a la vez, y en este último caso, cómo concebir sus relaciones? Conocemos bien las razones físicas que enuncia el niño: el peso del objeto es una fuerza activa y sustancial que depende de su estructura y de sus dimensiones y que puede perderse con cualquier deformación y con cualquier fraccionamiento, lo que hace evidentemente imposible toda composición. Por esta razón, por ejemplo, Poli, después de fraccionar su bolita en dos partes desiguales, dice: «uno de los dos es más pequeño, pesará menos» que el todo inicial. Pero las razones lógicas siguen siendo misteriosas: incluso fundándose únicamente en las equivalencias y las diferencias de pesos percibidas con la mano, parecería que el niño, al comprender que el peso de Q corresponde al de Q', pudiera deducir que, para encontrar el peso de una mitad Q', basta cortar Q en dos 1/2 Q. ¿Por qué no lo hace y sobre todo, incluso si existen razones físicas que le impiden tener una seguridad, por qué ni siquiera intenta

esta solución que se impone formalmente, sin prejuicio de verificarla por medio de la experiencia?

El problema es más sorprendente todavía si analizamos, como vamos a hacer a continuación, los procedimientos de simple reversibilidad operatoria por los que el niño del tercer estadio descubre la solución apropiada. Veamos, en efecto, algunos ejemplos de este tercer estadio, empezando por un caso intermediario que muestra, con toda claridad, el mecanismo del descubrimiento.

CHIO (8,8). «Se le presenta el tapón pidiéndole un trozo de pasta de igual peso: *¡Es que pesa más que la pasta!* — ¿Entonces cómo lo harás? — *Más pequeño. La pasta pesa más: si lo hiciéramos igual de grande, esto pesaría más.* (Hace una bolita del mismo peso) ¿Y para esto? (1/2) — ¿Quita pasta, pero sin medirla) — ¿El trozo que tú has quitado pesaría lo mismo que la otra mitad del tapón? — (lo prueba con la mano). — Y los dos trozos juntos, ¿pesarían lo mismo que el tapón entero? — *No del todo, es un poco más grande.* — ¿Y para éste? (1/4) (Saca un trozo del primero de los otros dos) — ¿Y para este otro cuarto? — (Saca un trozo de la segunda de las dos bolas que han servido para reproducir una mitad y separa los restos como si 1/2 = 1/4 + restos. ¿Y ahora? (para el peso de esto, el tapón entero) (vuelve a coger todos los trozos de pasta con los que ha trabajado, comprendidos los restos) — ¿Por qué coges todo esto? — *Para ver si es igual.* — ¿Y para esto? (La mitad del tapón) — Parte la bola. — ¿Y para la otra mitad? — *El resto* (= la otra mitad de la bola) *va con esto* (=corresponde a la otra mitad del tapón) ¿Y para esto? (1/4 del tapón) — (Parte una 1/2 bolita en 2/4)».

OER (9,6). «Hace un trozo de arcilla *más pequeño* (que el tapón) *porque la pasta pesa más.* — ¿Y para esto? (1/2) — *Puedo coger la mitad de esto* (de su bolita). *Como la pasta* (de la bolita entera) *es igual al tapón entero, la mitad de la pasta tiene que ser igual a la mitad del tapón.* — ¿Y para esto? (1/4) — *Es fácil. No tengo más que cortar la mitad en dos* — ¿Y para esto? (el tapón entero) — *No tengo más que poner las dos partes* (1/4 + 1/4) *juntas y después esto con la otra mitad, hacen las dos mitades, es otra vez lo mismo*».

EST (10,2). «¿Cómo vas a hacer una bolita que pese igual que este tapón? — *Más pequeña, porque la pasta pesa más* (la hace). — ¿Y para esto? (1/2) — Lo corta en dos — Y esto (el resto de su bolita) ¿es igual a la otra mitad del tapón? — *Seguro, porque la he partido en dos.* — ¿Y para esto? (1/4) — *Lo parto todavía en dos.* — ¿Y para esto? (el entero) — *Hay que volverlos a poner juntos*».

Estas reacciones que expresan composiciones exactas, son tan naturales que parece extraño que no aparezcan antes. No hay nada más simple que su mecanismo, pero esta simplicidad aparente supone precisamente esta reversibilidad del pensamiento que falta hasta aquí en el dominio

de las relaciones de pesos. El caso intermediario de Chio es, desde este punto de vista, muy significativo. Este niño empieza por reaccionar como los del segundo estadio, coordinando correctamente el peso y el volumen de la bolita para hacerla corresponder al peso del tapón total, pero es incapaz de generalizar esta coordinación en el caso de la mitad o del cuarto. Por el contrario, en el momento en que se le pide que recomponga el todo, descubre que para ello basta juntar el conjunto de las partes, comprendidos los residuos no empleados, y esta reversibilidad operatoria le hace comprender que el peso de las fracciones es igual al de la totalidad: inmediatamente se ve capaz de descomposiciones en mitades y cuartos, en lo cual ha fracasado hasta ahora. Con Oer y Est, por último, vemos esta reversibilidad funcionar inmediatamente y confundirse con el principio mismo de la composición.

Pero ¿qué hay que concluir de aquí? ¿Esta reversibilidad no interesa más que al mecanismo puramente formal del pensamiento, o depende en parte de la elaboración misma del peso, que constituye su contenido?

3. LAS RELACIONES ENTRE EL PESO Y LA LONGITUD.

Antes de buscar la solución de este problema, conviene proporcionar, mediante otras condiciones, una contraprueba de los resultados precedentes. Podría ocurrir, en efecto, que las relaciones entre el peso y el volumen esférico fueran demasiado complejas para permitir, de entrada, una cuantificación y que al reemplazar el volumen difícil de analizar de la bolita o del tapón, por uno más simple, de placas de espesor y de anchura constantes y de las cuales se haría variar únicamente la longitud, la intuición de las proporciones fuera más precoz. Es lo que nos gustaría examinar rápidamente en este párrafo. Hemos planteado dos tipos de problemas a este respecto. El primero corresponde a los del párrafo 1 y se refiere tan sólo a la relación inversa del peso y de la longitud: ¿Una barra de hierro será, a igual peso, de longitud equivalente a una barra de plomo si, a volumen igual, el hierro pesa menos que el plomo? Este primer problema nos servirá únicamente para controlar si los resultados son comparables a los de los montones y de las bolitas. Después viene un segundo problema, que contiene esta vez la cuantificación misma: encontrar la longitud de placas rectangulares de cartón cuyo peso corres-

ponde a una placa de la misma anchura y del mismo grosor de un metal ligero, después a la mitad y al cuarto de esta última.

En lo que concierne al primero de estos dos problemas, hemos encontrado exactamente las mismas respuestas que en el párrafo 1, es decir, para el primer estadio un tipo I con igualdades y longitudes, y un tipo II con proporciones directas entre el peso y la longitud y, para el segundo estadio, el descubrimento de la relación inversa.

Veamos los ejemplos del tipo I del primer estadio:

NER (7 años). «Qué pesa más ¿el plomo o el hierro? — *El plomo.* — Bien. Entonces mira estas dos barras (de las que sólo se ve la extremidad). Parecen plomo y hierro. Si pesan igual, ¿serán igual de largas? — *Las dos igual.* — ¿De qué es ésta? — *De plomo.* — ¿Y ésta? — *De hierro.* — ¿Pesan igual? — *Sí.* — Y la longitud? — *Las dos igual.* — ¿Por qué? — *Porque se ha puesto lo mismo para hacerlas igual de pesadas*».

HUM (7 años). «*Las dos igual de largas.* — ¿Por qué? — *Para que sean igual de pesadas*».

Veamos unos ejemplos del tipo II:

LAN (6 1/2). «¿El plomo es más pesado o más ligero que el hierro? — *Más pesado.* — Entonces aquí tienes una barra de plomo y una barra de hierro. Pesan igual. ¿Son igual de largas? — *No, una es más larga que la otra.* — ¿Cuál? — *La de plomo, porque es más pesado, el plomo*».

LUT (7 1/2). «*La de plomo tiene que ser larga, porque el plomo es más pesado.* — ¿Pero las barras pesan igual o no lo has comprendido? — *Igual de pesadas.* — Entonces, ¿cuál es la más larga? — *La de plomo*».

Y las respuestas exactas del segundo estadio:

HER (7 1/2). «*El bastón de hierro tiene que ser más largo.* — ¿Por qué? — *Porque el hierro pesa menos.* — ¿Y entonces? — *Tiene que ser más largo para que sea igual de pesado que el plomo*».

SCHMO (8,9). «*El hierro es más largo.* — ¿Por qué? — *Porque el hierro no es tan pesado como el plomo.* — ¿Y entonces? — *Entonces hace falta más para que pese igual que una barra de plomo*».

Vemos así los tres tipos de reacciones correspondientes exactamente a las del párrafo I; requieren también las mismas explicaciones.

En cuanto al problema de las placas de metal y de cartón, lo presentamos como sigue: se coloca sobre la mesa una serie de cartones de longitudes variadas (para que la elección no esté condicionada por el mate-

rial), pero todos igual de anchos y del mismo grosor. Después se da al niño la placa de metal de la misma anchura y espesor haciéndola sopesar por el sujeto que ha manipulado ya antes los cartones. Se le pide entonces que encuentre un cartón del mismo peso. Cuando ya lo ha encontrado (y después de verificaciones con la balanza) se le ruega que descubra igualmente los cartones cuyos pesos corresponden a las placas de metal de la mitad de la longitud y de la cuarta parte de la longitud total. Y, cosa interesante, se encuentran exactamente, con esta técnica, los estadios descritos en el párrafo 2 a propósito de las relaciones entre el peso y el volumen. Veamos primeramente algunos ejemplos del primer estadio, durante el cual las longitudes son consideradas como proporcionales a los pesos:

UDE (5,7). «Escoge un cartón de la misma longitud que la placa de metal, pero se da cuenta con la balanza de que es más ligero: *Habrá que coger otro* (señala uno mayor que se encuentra casualmente al lado). — ¿Por qué? — *Porque esto es más pequeño y esto es más grande.* ¡Muy bien! (los ha colocado sobre la balanza y pesan igual). ¿Por qué va esto junto? — *No va junto.* — Pero pesan igual en la balanza. — *No está bien.* — ¿Por qué? — *El cartón es más grande*».

BOR (5,3). «Escoge igualmente un cartón del mismo tamaño, igualmente para la mitad y el cuarto aun después de comprobar con el entero la desigualdad de los pesos. Cuando se le hace notar esto último, busca otro cartón, tan pronto más grande (primer tipo de reacción) tan pronto más pequeño (segundo tipo), pero vuelve a caer siempre, finalmente, en la misma longitud.

En un subestadio intermediario (estadio II A) el niño empieza, en analogía con el caso del tapón y de la arcilla, disociando el peso de la longitud, pero durante la experiencia vuelve a caer en la indiferenciación.

HAL (6,4): «*Hace falta un cartón distinto porque el hierro es más pesado.* — Bien, entonces escoge. — (Toca varios, uno después de otro, después coge un cartón de la misma longitud.) — ¿Crees que pesará igual? — *Sí, porque los dos son igual de grandes.* — (Lo pesa) *¡Ah, no!, el hierro es un poquito más pesado.* (Escoge un cartón más grande).

Se le enseña entonces media placa y se le hace comprender por superposición de dos ejemplares, que se trata de una mitad, pero sin pronunciar la palabra: Busca un cartón que pese exactamente igual. — (Escoge la misma longitud). — ¿Está bien — (Pesa y comprueba la desigualdad). — Busca otro que pese igual. — (Duda largo rato y coge de nuevo la misma longitud) — ¿Por qué? — *Porque es igual de grande, entonces es igual de pesado.* — (Se le enseña la relación exacta). Escoge ahora un hierro que vaya bien con este cartón. — (Correcto) —

¿Y para éste? — (El cuarto) — (Coge la misma longitud). *Los dos pesan igual.* — ¿Por qué? — *Porque son igual de grandes e igual de largos*».

La claridad de este ejemplo es singularmente significativa de la dificultad que experimenta todavía el niño de este nivel, a pesar de su proyecto inicial de disociar el peso de la cantidad aparente de materia. Los casos francos del segundo estadio (subestadio II B) consiguen llegar a una inversión inmediata de las relaciones de peso y de longitud en lo que concierne a las placas enteras iniciales, pero presentan, como en el párrafo 2, y este paralelismo es igualmente precioso, una dificultad sistemática para componer las mismas relaciones para la mitad y el cuarto.

Ros (7 años). Dice: «*El cartón pesa menos* y escoge una placa más larga para igualar el peso del metal. ¿Y para ésta? (1/2) — (Escoge una placa un poco más pequeña que para el todo). — ¿Por qué? — *Porque es un poco más grande que esto* (1/2 del metal). — ¿Y para esto? (1/4). — (La misma reacción). — ¿Podríamos coger la mitad? (para la 1/2 y el todo). — *No, hay que cortarlo más pequeño* (= sacar menos de la mitad). *Esto tiene que ser un poco mayor que esto* (que la 1/2 del metal)».

Zem (8 años). «Escoge una placa más larga *porque el hierro pesa más.* — ¿Y para esto? (1/2) — *Lo han cortado en dos* (pero escoge un cartón sin proporción). Igual para el cuarto».

Veamos por último un ejemplo del tercer estadio, con composición exacta de las relaciones de mitad y de cuarto:

Bali (9,11). «Coge una placa de cartón más larga para hacer el peso exacto *porque el hierro pesa más.* — ¿Y para esto? (1/2) — *Será necesario... ¡ah!, es la mitad, entonces tengo que coger la mitad del cartón.* — ¿Y para esto? (1/4) — *Es fácil, es la mitad de la mitad, y esto* (el 1/4 del metal), *es la mitad de la mitad del hierro. Es exacto*».

Vemos así que la evolución de estas relaciones entre el peso y la longitud es enteramente paralela a las conexiones establecidas entre el peso y el volumen. La dificultad de componer las relaciones en función de la mitad y del cuarto aparece, pues, como sistemática y ligada al problema de la cuantificación misma. Podemos, pues, reanudar el problema con alguna seguridad y plantearlo en términos generales en vistas al estudio que convien consagrarle en la cuarta parte de esta obra.

4. CONCLUSIONES.

De manera incesante hemos comprobado en los capítulos precedentes, que el problema de la conservación, el de la explicación corpuscular y el de la compresión o de la densidad, constituyen las tres cuestiones de composición operatoria y de cuantificación. Las cantidades que se conservan son invariantes de agrupamientos o de grupos que resultan de dos tipos de construcciones reversibles: las del todo y de las partes o del fraccionamiento, que permiten al niño descubrir que la suma de las partes es igual a la totalidad inicial y permanece constante, sean cuales fueren las reparticiones a las que se somete el objeto; y la de las relaciones o de los desplazamientos, que conducen al sujeto a comprender que en las alteraciones de la forma de conjunto, cada transformación es compensada por otra. Pero estos dos tipos de composiciones no explican solamente la génesis de los principios de conservación de la sustancia, del peso y del volumen a igual concentración de materia: los volvemos a encontrar de nuevo en los esquemas atomísticos puesto que éstos constituyen el simple prolongamiento de aquéllos a escala corpuscular. Son estos mismos, finalmente, los que permiten a nuestros sujetos explicar las dilataciones y contracciones de los cuerpos, así como sus diferencias de densidad, gracias a esta forma particular de desplazamientos que es la compresión o la descompresión: sin recurrir a aumentos o a pérdidas de sustancia ni de peso, el niño consigue así asegurar la permanencia de la cantidad de materia e incluso del volumen corpusculares distinguiéndolos de la cantidad y del volumen aparentes y explicando las variaciones de estos últimos por el simple desplazamiento centrífugo o centrípeto de los granos elementales.

Pero ¿cuál es la naturaleza de estas composiciones y cómo explicar las condiciones de su génesis o los desfases de su aplicación a la sustancia, al peso y al volumen? Siguiendo al niño en sus dificultades de interpretar la densidad, hemos llegado naturalmente a las preguntas planteadas durante el presente capítulo y que nos permiten justamente precisar la posición de estos problemas. El gran interés de las reacciones estudiadas poco antes, reside, en efecto, en el sorprendente paralelismo que existe entre el razonamiento propiamente lógico-aritmético y el razonamiento físico del niño: hemos encontrado, y es esto una especie de con-

firmación implícita de la idea directriz que ha presidido nuestras investigaciones, que estas cuestiones se han convertido forzosamente en problemas de lógica tanto como de representación física. Los errores cometidos en los dos primeros estadios se reducen a no saber incluir una parte en el todo o a no poder invertir una relación, tanto como a no comprender la medida del peso o sus relaciones con el volumen. La estructura de la lógica de las clases y de las relaciones o la de las operaciones aritméticas que resultan de su unión, es la que aquí se debate, más allá de la densidad y del esquema de la compresión, en el atomismo y la conservación misma.

El problema que se nos plantea ahora, pues, es el de diferenciar la relación que existe entre estos factores lógico-aritméticos y las nociones físicas, o con más precisión analizar el mecanismo de la cuantificación del peso y del volumen físico (la cuantificación de la materia en tanto que simple sustancia se confunde con la génesis de la cantidad y del número mismos, que hemos estudiado en otra parte). A esta tarea consagraremos la última parte de esta obra (capítulos décimo-duodécimo).

Desde el punto de vista psicológico, el problema se plantea de la siguiente forma: cuando un niño se confunde, durante un interrogatorio, puede ser debido a que, a pesar de saber razonar, no sepa de qué estamos hablando, es decir, no posea las nociones físicas necesarias para dar una respuesta correcta; o bien a que, a pesar de comprender de qué se trata en lo concreto de los objetos presentados y en la acción que ejerza sobre ellos, no sepa razonar formalmente; o incluso puede ser debido a las dos razones a la vez. Podría ser, pues, que las dificultades que hemos encontrado en los pequeños sean debidas al contenido del pensamiento, a la forma lógica o a la relación de la forma y el contenido; en otros términos, a las nociones mismas de peso, de volumen físico y de densidad, o bien a la deducción por inclusión de las partes en el todo, por coordinación de las relaciones y por composición numérica o aun a los dos a la vez. El problema es esencial para la psicología del razonamiento: en realidad, se trata de saber si la forma puede ser disociada de su contenido, y por consiguiente si la reversibildad de las operaciones lógico-aritméticas deriva de las de las operaciones físicas, o a la inversa o si hay conexión constante. Según las indicaciones recogidas hasta aquí, la forma y el contenido parecen menos disociables cuanto más se remonta a los niveles más elementales. Si el niño no puede repartir un peso en partes iguales, cuya reunión es igual al todo, ni cuantificarlos en unida-

des, mitades y cuartos, ni siquiera invertir ciertas relaciones dadas, no es porque sea incapaz de realizar tales operaciones en otros dominios con mayor o menor facilidad; estas estructuras dependen en parte del contenido a estructurar. Pero, inversamente, este contenido no viene dado tal cual de manera permanente y se transforma por el efecto de las estructuraciones mismas, quienes no derivan, pues, sin más, de él. Existe una indiferenciación relativa inicial entre la materia asimilada y los esquemas que intentan asimilarla, pero permanecen informes puesto que no están diferenciados. Dicho de otra manera, la materia a asimilar (la sustancia, el peso, el volumen, etc.) permanece irreversible mientras que la asimilación no está terminada, pero se convierte en reversible gracias al progreso de la asimilación: únicamente entonces se disocia una forma que consiste en mecanismos reversibles de asimilación y un contenido al cual la forma se acomoda más o menos perfectamente según los dominios.

Desde el punto de vista lógico, se plantea el mismo problema de la manera siguiente: hemos distinguido, a lo largo de esta obra, las operaciones lógico-aritméticas que consisten en agrupamientos de clases y de relaciones o en grupos de números que fusionan los dos precedentes, y las operaciones físicas, que se despliegan en el tiempo y en el espacio y transforman así las relaciones de clase en fraccionamientos, las relaciones asimétricas en desplazamientos y el número en medidas que permiten cuantificar a los dos primeros. El problema consiste, pues, en saber cuál es la relación que une las operaciones físicas con las operaciones del primer tipo. Para resolverlo será suficiente, ahora que conocemos las principales operaciones físicas relativas a la sustancia, al peso y al volumen, someter estas mismas nociones a operaciones propiamente lógico-aritméticas de seriación, de composiciones por equivalencias y de construcción numérica. Pedimos así al niño que serie pesos y que efectúe razonamientos del tipo $(A > B) + (B > C) = (A > C)$ y otros semejantes (el signo $>$ significa «más pesado»), (capítulo décimo), o que compruebe las equivalencias y que deduzca $(A = B) + (B = C) = (A = C)$ o $[(A = B) + (B = C) + (C = D)] = [(A + B) = (C + D)]$, etc., esto para el peso (capítulo undécimo) o el volumen (capítulo duodécimo), cada uno de estos razonamientos ha sido ya estudiado en otra parte, en lo que concierne a la cantidad de materia.[5] Si suponemos que la forma lógica es independiente del contenido físico, estas operaciones, pu-

5. PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.*, cap. X.

ramente formales, pero que conciernen al peso y al volumen, deben ser contemporáneas de los razonamientos correspondientes relativos a la cantidad en general (sustancia) y preceder, por consiguiente, las operaciones físicas, sin presentar relaciones con el orden de aparición de estas últimas. Si, por el contrario, el contenido constituye el verdadero principio del desarrollo, el orden de aparición será determinado por la experiencia solamente. Si, en fin, tal como creemos nosotros, la forma y el contenido son solidarios, el orden de aparición de las operaciones lógico-aritméticas estará ligado al de las operaciones físicas, y cada noción dará lugar a una lógica y a una física, según la ley de sucesión que hemos podido observar hasta aquí. Además, si las operaciones lógicas y las operaciones físicas, sin dejar de ser solidarias, se diferencian cada vez más unas de otras, asistiremos hacia el final de este desarrollo a la constitución de una lógica más general que al principio y que permitirá acelerar las etapas en el plano formal mientras que la generalización de las operaciones físicas sigue ligada a la verificación experimental: esta última cuestión nos proporcionará la ocasión, a fin de cuentas, de analizar la relación de las operaciones con la experiencia misma.

CUARTA PARTE

LAS COMPOSICIONES FORMALES

CAPÍTULO DÉCIMO

LA COMPOSICIÓN DE LAS RELACIONES ASIMÉTRICAS EN LAS DESIGUALDADES DE PESO

Toda representación racional del mundo físico supone, al menos, tres tipos de composiciones formales. En primer lugar, se puede componer las diferencias dadas entre los objetos, es decir, las desigualdades cualitativas: éste es el papel particular de la lógica de las relaciones asimétricas, que consiste en adicionar las diferencias en series o en coordinar (multiplicar) dos o más seriaciones. En segundo lugar, se pueden componer las equivalencias cualitativas: ésta es la obra de la lógica de las clases (adición y multiplicación de los conjuntos en términos equivalentes) si no se entrevé más que una variable proposicional, o de la lógica de las relaciones simétricas (de las igualdades) si se consideran dos variables a la vez (estas dos lógicas representan estructuras de «agrupamientos» totalmente análogas). Por último, se pueden componer simultáneamente las equivalencias y las diferencias, haciendo entonces abstracción de las cualidades: se consideraran los objetos individuales como si fueran a la vez, iguales entre sí y distintos, lo que equivale a hacer de ellos unidades, el número resulta así de una fusión operatoria de la clase y de la relación asimétrica.

Conviene, pues, al abordar esta última parte de nuestra obra, consagrada a la lógica y a la aritmética del peso y del volumen físico, analizar en primer lugar algunos problemas de lógica de las relaciones asimétricas que escogeremos en el campo de las desigualdades de pesos.

La técnica a seguir a este respecto es extremadamente simple: basta estudiar la seriación de los pesos, a condición, sin embargo, de evitar que éstos sean proporcionales a los volúmenes de los objetos utilizados, y que así la cuestión no concierna a una deducción a base de percepción de la pesadez, sino a la simple percepción visual inmediata. Esta precaución debe ser general; y nosotros distinguiremos diferentes problemas, que conviene plantearlos en un orden variable, para evitar que el resultado de uno influya en el de los demás de manera sistemática, pero que nosotros analizaremos en el siguiente orden.

PROBLEMA I. Se presentan al niño tres piedras cuyos pesos son diferentes, pero que no se pueden reconocer por la simple percepción del volumen. El niño dispone de una balanza para pesarlas y puede, también, evaluarlos con la mano, si lo desea. Pero se prescribe una regla (anunciando, para interesar al niño, que se va a hacer un juego en el cual hay reglas, como en los juegos de bolos): no se pueden tocar más de dos piedras a la vez. A este respecto, se colocan delante del sujeto dos cajas vacías sin tapa y del mismo peso, y dentro de estas cajas el niño tiene que pesar las piedras dos a dos, ya sea sobre la balanza, o bien con la mano. Se pide entonces simplemente que ordene las tres piedras, poniendo a un lado la más pesada, la menos pesada al otro y la intermedia en el centro. El interés del problema reside naturalmente en las operaciones que conducen a esta ordenación y no en el resultado bruto; es necesario apuntar cuidadosamente estas operaciones y variar las pruebas. Puede ser, por ejemplo, que después de establecer sin más las relaciones $A > B$ y $A > C$, el niño coloque las piedras por azar en el orden correcto $A > B > C$ (este orden tiene, en tal caso, 50 % de probabilidades de aparecer, contra 50 % para el orden $A > C > B$). Pero es evidente que, en este ejemplo, la conclusión no viene dada por las premisas y que tan sólo la deducción es interesante. Igualmente puede ocurrir que el niño, en principio, coja las piedras, pero fortuitamente, en el orden correcto $A > B$ y $B > C$, pero que con tres objetos nuevos se contente con pesar $B < A$ y $C < A$ concluyendo $A > C > B$. Es importante pues multiplicar las pruebas hasta el momento en que se puede determinar cuál es el sistema, correcto o falso seguido por el niño, o cuál es la parte de la casualidad en sus éxitos aparentes. De ahí la utilidad de completar este problema I por las dos cuestiones II a y II b.

PROBLEMA II. Para insistir en el problema precedente presentamos además dos juegos de arcilla. En la cuestión II a, son tres bolas que, vistas del exterior parecen de la misma materia (arcilla roja), pero que son de tamaños diferentes y con el peso invertido: en la más pequeña se ha puesto plomo, en la mediana una piedra y la más grande es simplemente de arcilla. Se dice sin más, al niño, que estas bolitas no tienen el peso que parece y que es necesario pesarlas dos a dos para poderlas ordenar.

En la cuestión II b se trata igualmente de tres bolitas de tamaños distintos, pero la más pesada es la de talla mediana, y la menos pesada la más grande. Las consignas dadas son las mismas.

PROBLEMA III. Se plantean las mismas cuestiones, pero (III a) con cuatro o seis piedras de pesos diferentes e imposibles de discernir a simple vista, o (III b) con cuatro a seis bolitas del mismo volumen, pero de pesos distintos.

PROBLEMA IV. Una vez estudiadas las tres cuestiones precedentes, es interesante comparar los resultados a los de un problema general de seriación. Damos pues, con esta finalidad, diez bolitas de arcilla del mismo volumen, pero de pesos distintos, pidiendo sin más que las ordene de la menos pesada a la más pesada, pero esta vez sin consigna dubitativa; el niño, pues, no tiene que pesarlas dos a dos, sino que puede hacerlo tal y como le parezca.

PROBLEMA V. Presentamos al niño tres cajas de cerillas exactamente iguales en apariencia (de la misma marca y sin ninguna mancha o signo distintivo en la tapa), pero se le anuncia que son de pesos distintos, la más pesada está llena de arena, la mediana de cerillas y la menos pesada está vacía. El niño las sopesa para hacerse una idea. Después de esto se mezclan las cajas y se colocan sobre la mesa en forma de triángulo sin que el sujeto pueda saber de antemano a qué ángulo corresponde cada caja. Después se le plantean las siguientes preguntas, designando simplemente las cajas sin abrirlas y sin dejarle que las toque:

V a: Esta caja (A) es más pesada que ésta (B) y ésta (B) es más pesada que ésta (C). ¿Cuál es la más pesada de las tres y cuál la más ligera?

V b: Esta caja (A) es más pesada que ésta (B) y ésta (C) es menos

pesada que ésta (B). ¿Cuál es la más pesada de las tres? ¿Cuál es la más ligera de las tres?

V c: Esta caja (B) es más ligera que ésta (A) y ésta es al mismo tiempo más pesada que ésta (C). ¿Cuál es la más pesada y cuál es la más ligera de las tres?

Los resultados obtenidos por medio de estos diversos problemas son muy instructivos. Durante un primer estadio, el niño no llega a resolver los problemas I y II porque solamente pesa dos objetos de tres o incluso los pesa uno a uno sin relacionarlos. Fracasa *a fortiori* en la pregunta de las cuatro piedras (III) o en los problemas semiverbales (V). Tampoco es capaz de seriación simple (IV) — Durante un segundo estadio, el niño fracasa igualmente al resolver los problemas I y II, pero esta vez porque establece las relaciones por parejas no coordinadas entre sí, como A > B y A > C. Igualmente para el problema III se conforma con pesadas del tipo A > B y C > B sin darse cuenta de que no puede concluir nada de ello en cuanto a las relaciones de A, B con C, D. En cuanto a la seriación simple (IV), la efectúa empíricamente y empieza también por parejas o pequeñas series de tres o cuatro términos, sin que estas parejas o estos pequeños conjuntos estén en principio coordinados entre sí. Las preguntas verbales (V) siguen sin ser resueltas. — Durante un tercer estadio, por último, el niño consigue establecer la serie A > B > C por coordinación de las relaciones en causa (I y II) y ordenar los pesos en una serie de conjunto correcta (IV). Por el contrario, al principio (subestadio III A) a pesar de combinar de diversas maneras las relaciones en juego en la pregunta III, no consigue sin más llegar a un sistema lógicamente necesario y si bien resuelve verbalmente las composiciones simples de relaciones (V a y b), fracasa al coordinar mentalmente las relaciones inversas (B < A) y (B > C) en la pregunta V c. De una manera general, el subestadio III a del tercer estadio marca pues el descubrimiento de la seriación operatoria, pero ésta sólo se acaba durante el subestadio III B, caracterizado por la solución completa de los problemas III y V.

1. EL PRIMER ESTADIO: AUSENCIA DE COMPOSICIÓN.

Cuando se presenta a los pequeños de cuatro a cinco años las tres piedras para comparar dos a dos (pregunta 1) es todavía frecuente, y esta

reacción caracteriza el nivel más bajo que hemos observado, que el niño no consiga resolver el problema, por la simple razón de que no considera útil pesar las tres piedras y se contenta con dos, a menudo, incluso, sin pesar juntas las piedras que compara y limitándose a juzgarlas aisladamente «pesadas» o «ligeras». Veamos unos ejemplos:

BUR (5,8). «Pone la piedra A sobre uno de los platillos de la balanza y C en el otro. Comprueba que C pesa menos y lo coloca a su derecha. Pone a la izquierda de C la piedra A como si fuera más pesada y, sin pesarla, coloca la piedra B encabezando la serie, como si fuera evidente que pesa más. Pero ésta (B), ¿la has pesado? — *Pesa más.* — ¿Por qué? — *Porque ésta* (C) *es ligera y ésta* (A) *un poco más pesada*».

SIN (5,10). «Pesa A y B con la balanza, pero comprende mal el uso de ésta. Permitimos que lo haga con la mano y coloca correctamente A←B.[1] Después coloca C a la derecha: ¿La has pesado? — *No* — ¿Dónde hay que ponerla? (la vuelve a coger y la sopesa, pero sola y dice): *Es ligera.* Con lo cual A←B←C, pero por casualidad. Después de otra experiencia (IV), se le dan de nuevo otras tres piedras. Pesa A y C con la mano y coloca A←C, después pone B antes que A sin haberla pesado: ¿Por qué la pones aquí? — *Ésta* (B) *es pesada.* Se le permite entonces que toque las piedras como quiera y las ordena correctamente, pero fracasa en la serie de más de tres o cuatro términos (pregunta IV).

Después de esto se le plantea la pregunta IIa: tres bolas para ordenar, de pesos inversos a sus volúmenes. Pesa A y B, pero considera B como más pesada, porque es más grande a pesar de que A contiene plomo y es notablemente más pesada. Después de esto pesa con la mano C y la coloca entre las otras dos. Así B←C←A. ¿Cómo sabes tú que (C) es más pesada que (A)? — *Porque es pesada*».

BED (5,11). «Pesa correctamente con la balanza las piedras de prueba. Después, ante los tres términos a ordenar, pesa B y C y coloca B←C. Después de esto coge A y lo coloca al final, con lo cual B←C←A: ¿Por qué? — *Es ligero*».

Problema IIb: «Pesa y coloca A←C, después pone B a continuación de C: «¿Por qué pones (B) aquí? — *Va aquí*».

Vemos que a este nivel no es posible ninguna coordinación por falta de juicios de relación. El niño es naturalmente capaz —e incluso, en este aspecto, a partir de la más tierna edad— de comparar dos pesos y de establecer así las relaciones perceptivas M→P o M←P. Dejando aparte las ilusiones que puede engendrar las preguntas II, puesto que sabemos que el peso y la cantidad aparente de materia no se disocian hasta el segundo estadio, no hay dificultad en la comparación perceptiva del peso de los

1. A←B significará A pesa más que B, y es equivalente a B→A.

elementos. Incluso es evidente que la relación de comparación es inherente a la percepción del peso como tal, y sabemos bien, después de que Köler lo ha demostrado para la percepción de un color más o menos oscuro con gallinas, que toda percepción, incluso elemental, se funda en las relaciones y no en cualidades absolutas. Hay, pues, desde el principio percepción de las cualidades y de sus relaciones: estas dos nociones son así indisociables, las relaciones constituyen desde su origen una cantidad bruta (por oposición a la cuantificación intensiva debida a la seriación de la cantidad extensiva fundada en la unidad numérica), mientras que la cualidad permanece en el estado de cualidad bruta mientras no hay agrupamientos lógicos posibles. Tan sólo estas relaciones perceptivas, precisamente porque todavía no son ni cuantificables (desde el punto de vista de la cuantificación intensiva o extensiva) ni siquiera seriables, son relaciones en el sentido lógico del término. La relación asimétrica no se inicia más que con el agrupamiento que le es propio, es decir, con la seriación o coordinación de las relaciones mismas.

En efecto, a pesar de declarar que A es más pesado que B, el niño de este nivel no llega todavía, de ninguna manera, a concebir la relatividad del peso y traduce la relación perceptiva entre los dos objetos diciendo simplemente que uno es «pesado» y el otro «ligero». Como lo dice Sin, por ejemplo, «éste es el pesado». Incluso cuando emplean expresiones relativas como «más pesado», «más ligero», etc., esto sólo significa una oposición perceptiva y no una relación operatoria. Lo prueban, de una parte, la suerte reservada a la tercera piedra, y por otra, la misma manera de pesar que presenta el niño. La reacción general de este primer estadio en relación con la tercera piedra es por sí sola reveladora: si el niño no la pesa, es en efecto porque no tiene todavía la menor idea de una coordinación entre dos relaciones, dicho de otro modo, de una serie de tres términos. Lo que intenta establecer, es un conjunto de relaciones binarias, es decir, algo intermediario entre la clasificación y la seriación: busca los «pesados» y los «ligeros» y cuando coloca la tercera piedra en cabeza o en cola, es simplemente porque quiere colocarlo en el lado pesado o en el lado ligero. Cuando Sin pone la bola C entre B y A, lo cual parece contrario a esta interpretación, justifica sin más este acto diciendo «es pesado». No ha experimentado la necesidad de pesar la tercera piedra en relación con otra, está, pues, evidentemente excluido que el niño busque una seriación: sólo desea atribuirle una de las dos cualidades de la relación binaria pesado-ligero. Esta interpretación es confirmada por una

segunda circunstancia, igualmente general en este nivel: la manera misma de pesar que tiene el niño. Cuando el sujeto empieza por no colocar la tercera piedra en su sitio, a menudo ocurre que la pesa con cuidado, pero sola, lo cual demuestra claramente que sólo intenta calificarla en pesada o ligera, pero también ocurre con frecuencia, que el niño empieza así con las tres piedras y es necesario animarlo a comparar las dos primeras. Además, cuando las pesa con la mano, no se tiene la impresión de que las está poniendo en relación, sino más bien de que las pesa alternativamente, y que únicamente las compara para diferenciar entre «la que es pesada» como dice Sin y «la ligera».

Es evidente, pues, que cuando estos niños se encuentran ante el problema III (las cuatro piedras), no lo resuelven mejor:

SIN (5,10). Toma A y B en sus manos, después coloca A a su derecha porque *es más pesada*, y B a su izquierda, bastante alejada de A. Toma a continuación C, que pesa sola y la coloca entre las dos, del lado de B. Coge finalmente D, que pesa también sola y la coloca entre A y C sin duda porque ha quedado un espacio vacío. Queda la serie B←C←D←A. No ha habido, pues, comparación entre C y A o C y B ni entre D y los tres restantes: la serie es fortuita y la intercalación sin significado serial. Se podrá decir que D está «del lado de lo pesado y C del lado de lo ligero», pero nada más.

NAR (5,11). Pesa A y C y coloca C←A. Después sopesa D solo, que pone delante de C, y B solo que coloca después de A, quedando D←C←A←B.

El problema V (cajas) no da lugar a mejores respuestas:

COL (5,10). «Ves estas cajas, etc. Ésta (A) pesa más que ésta (B) y ésta (B) pesa más que ésta (C). ¿Quieres explicarme lo que te he dicho? — *Ésta es más pesada que ésta y ésta es más pesada que ésta* (exacto: A←B←C). Entonces coloca la que pesa más de las tres aquí; la que pesa menos aquí y la tercera en medio — (coloca A←C←B). — ¿Estás seguro? — *No* (B←C←A), etcétera».

Estas reacciones son muy naturales después de lo que hemos visto en la solución de los problemas I-III. Por el contrario, en lo que concierne a la seriación simple (problema IV) estos sujetos presentan un comportamiento interesante y que coincide enteramente con lo que observamos con Szeminska en el dominio de las longitudes y de las cantidades de materia: no consigue ordenar detalladamente una decena de bolas y se limita a establecer una especie de hilera global, en la cual las pesadas están aproximadamente en un lado, las ligeras en el otro, pero sin gra-

duación regular. Únicamente que el fenómeno dura más tiempo con los pesos que con las cantidades simples (longitudes o grosores):

ALB (5,11). «Mira estas bolas (en desorden). Parece que tengan el mismo peso, pero todas son distintas. Pondrás la que pese más de todas aquí. (A la derecha), después la que pese un poquito menos al lado, después la que pesa todavía un poquito menos aquí, etc., y por fin, la que pesa menos de todas aquí (a la izquierda). Alb coge primero la bola 6 que está delante de él, la sopesa sola y la coloca, después la bola 8 que coloca a la derecha de 6; la bola 3, refiriéndose a la cual dice: *ligera* y la coloca en la otra extremidad; a la bola 9 dice *pesada* y la coloca a la izquierda de la 6; la bola 7, a la derecha de la 9; la 5, a la izquierda de 7; la 4, *ligera,* la sitúa a la izquierda de la 3; encuentra el 10 y exclama: *¡Ah, es pesada!* y la coloca entre 6 y 8; finalmente sopesa las dos últimas y dice *todas ligeras* y las coloca en cabeza, dando lugar a la serie: 2←1←4←3←5←7←9←6←10←8.

Insistimos: mira si está bien. La más pesada de todas tiene que estar aquí, la menos pesada de todas aquí, y en seguida un poco más pesada, un poco más pesada, etc. Alb las toca una a una, pero no reacciona. Colocamos entonces el diez en la cola y el uno en cabeza, pero tampoco reacciona».

Este ejemplo es suficientemente representativo como para que sea inútil citar otros.[2] Demuestra que, cuando la serie es suficientemente larga, el niño no se beneficia de una libertad completa de manipulación, no llega a ordenar los términos o a adicionar las relaciones. Cuando no se trata más que de tres o cuatro piedras, el sujeto, es cierto, consigue fácilmente ordenarlos si no se le impone la consigna restrictiva de tocarlos solamente de dos en dos. Por ejemplo, Sin, cuyas reacciones acabamos de ver cuando se trataba de seriar tres piedras pesándolas dos a dos, las ordena en seguida correctamente cuando puede tocarlas como quiere: no se trata, entonces, en efecto, de razonar, sino de una comparación perceptiva directa, ya sea que el niño coja dos piedras con una sola mano y la tercera con la otra, ya que las sopese inmediatamente una después de otra en un orden cualquiera, pero recuerda con bastante precisión los pesos que acaba de percibir para que estas gradaciones mnésicas casi contemporáneas unas de otras y de número muy limitado equivalgan casi a una percepción simultánea. Si filmáramos las pesadas del niño, en este último caso (y para tres o cuatro piedras, pero con libertad entera de manipulación) y pasáramos a continuación la película a cámara lenta, se vería sin duda que el niño ejecuta precisamente en la práctica las operaciones

2. Para el caso de longitudes y grosores véase el cap. V de *La genèse du nombre chez l'enfant* (seriación de muñecas, de bastones y de bolas).

de coordinación necesarias para la solución de los problemas I-II y III mientras que no consigue resolverlos por medio de la reflexión cuando está limtado por la consigna de no tocar los objetos más que de dos en dos. Pero la gran diferencia entre las preoperaciones directas e inconscientes que revelaría esta película y las operaciones indirectas, y realmente operatorias, que hay que efectuar para dominar los problemas I-III es que, en el primer caso, la memoria táctil o motriz inmediata suple el razonamiento, mientras que en el segundo caso se trata de coordinar gracias a una sucesión de juicios las relaciones percibidas y de reemplazar la memoria por un sistema de puntos de referencia, como es colocar el objeto más pesado a la derecha y el menos pesado a la izquierda, para poder saber siempre en qué orden conviene hacer las comparaciones siguientes. Si no se tuviera en cuenta esta distinción entre la pseudoseriación por memoria inconsciente o percepción inmediata y la verdadera seriación operatoria, se podría decir que las gallinas de Khöler resuelven ya el problema con el que tropiezan nuestros niños cuando después de haber escogido el más oscuro de dos colores A→B, picotean directamente sobre un color más oscuro todavía C, en la percepción que proporciona la relación B→C. Pero es evidente que estos simpáticos animales no construyen la serie A→B→C, sino que se fundan simplemente en la memoria perceptiva debida al aprendizaje que les ha enseñado a eliminar el más claro de dos colores. En resumen, la seriación real no empieza hasta que una coordinación intelectual es necesaria para unir las relaciones percibidas sucesivamente, es decir, cuando éstas han sido disociadas unas de otras gracias a la fragmentación de las conductas, mientras que, cuando éstas son bastante rápidas o guiadas por una memoria suficiente, la seriación no es más que aparente y consiste sin más en una lectura perceptiva o mnésica de los datos.

Pero cuando se presentan al sujeto diez elementos para ordenar, en lugar de tres o cuatro, con libertad completa de manipulación, el problema se complica de nuevo y, como acabamos de ver, presenta la misma dificultad que el de ordenar tres elementos dos a dos. Esto es así, sin duda, porque ya no es posible tocar a la vez diez piedras o diez bolas ni sopesarlas sucesivamente con una rapidez tal que las relaciones perceptivas se coordinen en la memoria sin recurrir a la reflexión, como es el caso con tres o cuatro objetos. Para seriar diez elementos es necesario establecer una ley de sucesión y comprender que cada término debe ser, a la vez, menos pesado que todos los precedentes y más pesado que todos

los términos restantes. Esta construcción de relaciones que supone así la seriación cuando el número de los términos a ordenar es bastante grande para salirse de los límites del campo de la percepción y de la memoria inmediata, se reduce, pues, al problema de la coordinación de (A←B) con (B←C) y por esta razón el problema IV no se resuelve mejor, en este nivel, que los problemas I y II. Hay que decir que es necesario reservar la posibilidad de diversos desajustes de detalle, puesto que se puede encontrar niños que sepan ordenar mejor diez elementos, por estar ejercitados a este tipo de actividad, que coordinar dos relaciones aisladas, y también se encuentra el caso contrario. Pero, en general, se pueden homologar estos dos comportamientos.

Si hemos insistido tanto sobre estas condiciones de la seriación verdadera por oposición a la pseudoseriación de orden puramente perceptivo, se debe a que el problema es esencial para la comparación de los métodos de cuantificación de la sustancia como tal (cantidad aparente de materia) del peso y del volumen. Es evidente, en efecto, que si la cuantificación extensiva resulta, tal como suponemos, de la reunión operatoria de la seriación y de los agrupamientos de equivalencias, será más fácil cuantificar las cualidades percibidas directamente por la vista que las otras, puesto que la seriación (y esto también es verdad para la comprobación de las equivalencias) de los datos visuales inmediatos dispone de un campo mucho más amplio de percepción simultánea. Por esta razón, la cuantificación, la seriación y la igualación de las cantidades aparentes de materia se constituyen en primer lugar, puesto que estas cantidades se presentan visualmente al niño, mientras que la constitución de las invariantes de peso y de volumen físico están ligadas a un campo perceptivo no visual, o bien a datos proporcionados por la vista pero que no tienen ya nada de inmediato y suponen una elaboración intelectual compleja. Vemos así la importancia que toma un análisis detallado de la seriación y de las demás operaciones cuantificantes si se quiere comprender la razón de los desajustes observados en la elaboración de las invariantes de sustancia, de peso y de volumen físico. Insistiremos en este problema en la conclusión del presente capítulo, pero considerábamos importante el señalarlo cuanto antes y desde el principio del estudio de la seriación, puesto que estas dificultades de orden psicológico hacen comprender por qué los mismos agrupamientos lógicos y las mismas operaciones de medida se constituyen a niveles intelectuales muy distintos: según el contenido perceptivo o experimental al que se aplican.

2. EL SEGUNDO ESTADIO: SERIACIÓN EMPÍRICA Y QUE PROCEDE POR PAREJAS INCOORDINADAS ENTRE SÍ

La aparición de este segundo estadio marca un notable progreso: el niño pesa cada uno de los términos a ordenar y los pesa siempre con relación a otro, estimando que la pesada de un término aislado no le aporta nada. Este progreso no asegura, por sí solo, la solución correcta de los problemas I a III, ya que faltaría cumplir una condición esencial: no es suficiente, en efecto, sopesar los términos dos a dos para poderlos seriar, es necesario, además, que estas relaciones estén coordinadas entre sí. De esta forma, las relaciones A←B y B←C pueden estar adicionadas la una a la otra, mientras que de A←B y de A←C no se puede sacar nada de cierto, de A←B y de C←D no se puede concluir absolutamente nada, si C no se compara por otra parte con el término B. Para poderlos seriar, es necesario, pues, que las parejas de términos relacionadas interfieran entre sí y esto con cierto orden. Pero nosotros, por el contrario, vemos que el niño de este nivel intenta resolver los problemas I y II pesando únicamente (A←B) y (A←C), y el problema III a base de constituir tan sólo parejas yuxtapuestas, sin interferencias.

Veamos primero algunos ejemplos relativos a los problemas I y II:

PER (6,10). Empieza, como en el estadio precedente, pesando A y C, después pone B en tercer lugar sin haberlo comparado a uno de los otros dos. Pero a la semana siguiente, con otro lote de tres piedras, pesa A←B, después A←C y concluye que A←C←B: ¿Cómo sabes tú que éste (B) pesa menos? — *Lo he visto con éste* (A).

Problema II a: Pesa A←B, después C→A y coloca B después de C, con lo cual A←B←C; ¿Cómo sabes tú que (C) pesa menos? — *¡Ah!, así* (A←C←B).

Problema II b: Pesa B→A y C→A y lo ordena A←B←C. ¿Éste (B) pesa más que aquél (C)? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque va delante* (después de hacerlo, toma su arreglo arbitrario por una demostración).

REY (7,8). Problema I: Pesa B→A, después C→A y pone C en medio con lo B→C→A. Cuál pesa menos, ¿éste (C) o éste? (B) — ... — ¿Por qué lo has puesto en medio? — *Porque pesa menos que esto* (A). — ¿Y éste? (B) — *También.* — Entonces, toma, aquí tienes tres piedras. Intenta hacerlo mejor — (pesa A←C después B←C y coloca B←A←C). — ¿Cuál pesa más? — *Éste* (B). — ¿Por qué? — *Pesa más que éste* (C). — ¿Y éste? (A) — ...».

Problema IIa: con las tres bolas de relaciones inversas. Pesa A←B des-

pués A←C y lo ordena A←B←C. ¿Cuál pesa menos? — *Ésta* (B). — ¿Por qué? (pesa B←C y lo ordena correctamente). Pero para el problema IIb vuelve a caer en su error habitual.

MOR (7,10). Problema I: Pesa B←C después B→A y ordena correctamente A←B←C, pero este éxito es fortuito como lo veremos a continuación. Problema IIa: Pesa A←B y A←C y coloca A←C←B. ¿Cuál pesa menos? — *Ésta* (B). — ¿Por qué? — *He visto que pesa menos que ésta* (A). — ¿Y ésta? (B) — *Pesa un poco más.*

La significación de estos hechos sólo es suficientemente clara a condición de compararlos a las reacciones de los mismos sujetos en el problema de las cuatro piedras. Examinemos, pues, algunos ejemplos de respuestas dadas a este problema III:

MOR (7,10). Sopesa las piedras C y D y coloca D→C, después coge A y B, los pesa y los coloca en el orden A←B, pero después de los dos primeros, con lo cual resulta la serie D←C←A←B: ¿Cuál pesa menos de los cuatro? — *Éste* (B). — ¿Cómo lo sabes? — *Pesa menos que éste* (A) — Y éste (A) y éste (C), ¿cuál pesa más? — *Éste* (C) — ¿Cómo lo sabes? — *Lo he pesado antes.* — ¿Cuál pesa más de los cuatro? — *Éste* (D). — ¿Estás seguro — (Vuelve a coger D y C y corrige su error de valoración, después coge A y verifica A←B.) — Ya está: C←D←A←B.

ORA (7,11). Pesa A←C, después B←D y coloca la serie A←C←B←D. — Cuál pesa más ¿ésta (C) o ésta? (B). — *Ésta* (C). — ¿Por qué? — *Así* (= es un hecho).

BER (7,11). Pesa C←D, después A←B y coloca la serie C←A←D←B. Pone, pues, las dos piedras más pesadas a la izquierda y las menos pesadas a la derecha lo cual representa un principio de coordinación, pero por tres relaciones: ¿Cuál pesa más de las cuatro? — *Ésta* (C). — ¿Cómo sabes tú que pesa más que ésta (A)? — *Porque está delante* (!).

Hay, pues, un principio de relación. El niño no se limita a repartir los elementos en pesados o ligeros, traduciendo así las relaciones percibidas en cualidades absolutas. No intenta ya en particular, medir el peso de un elemento aislado, y no concluye, del hecho de que A es más pesado que C, la idea de que B sólo puede ser ligero. Solamente esta relatividad naciente se para a mitad de camino, puesto que las relaciones establecidas son simplemente yuxtapuestas unas a otras, sin coordinación real. No hay, pues, todavía relación verdadera o relación entre tres términos, sino únicamente prerrelación si llamamos así a una relación que se convierte en reflexiva, pero que sigue siendo intermedia entre la cualidad absoluta y la relación propiamente dicha.

Este carácter de prerrelación se manifiesta sin cesar en la solución de

los problemas I y II. Primero existe el hecho de que si el azar no ha conducido al niño a pesar A←B y B←C sino A←B y A←C, se da por satisfecho y coloca entonces indiferentemente A C B o A B C, las dos relaciones A←B y A←C permanecen así yuxtapuestas, o por así decirlo, simplemente mezcladas. Pero sobre todo, la justificación que da el niño de su seriación arbitraria es significativa. Una primera posibilidad es que vuelve a caer simplemente en la cualificación por oposición a la relación: por ejemplo, cuando Per considera a B más ligero que C porque ha comprobado que es ligero «con este (A)», quiere decir que al ser B «más ligera» con A, tiene que serlo también con C (!). El término B no es más «ligero» en sí como en el primer estadio, sino que por así decirlo, es «más ligero» en sí, por caer la relación en el absoluto, lo que es justamente la definición de la prerrelación. Mor considera igualmente la bolita B como «menos pesada» en sí, porque B es menos pesada con relación a A. La segunda posibilidad, que en realidad resulta la misma, consiste en realizar el orden establecido por el sujeto como si hubiera adquirido sobre la marcha un valor de objetividad: B es más pesado que C «porque está antes», dice Per.

Las soluciones dadas al problema III confirman de la manera más precisa esta interpretación. Por otra parte, en los casos puros, la mezcla de las dos relaciones pasa a ser una estricta yuxtaposición puesto que tiene cuatro elementos: (C←D) ← (A←B) para Mor y (A←C) ← (B←D) para Ora. Por otra parte, cuando hay un intento de síntesis, como en el caso de Ber, ésta desemboca en la más típica de las prerrelaciones: al ser C «más pesado» que D y al ser A «más pesado» que B, C y A se reúnen en la cabeza de la serie como si fueran los «más pesados» en sí, mientras que D y B vienen después como si fueran «más ligeros» en sí; de ahí la serie C←A ← D←B extraída, así, por vía de deducción prerrelativa, podríamos decir, de C←D y de A←B. En cuanto a saber porqué C pesa más que A, Ber, igual que Per, declaran simplemente que es «porque está delante».

Es evidente que, en estas condiciones, todo razonamiento semiformal es todavía imposible, de ahí el fracaso a la cuestión V:

CUÉ (7,2). «Mira estas tres cajas, etc. A←B y B←C. ¿Cuál pesa más de las tres? — *Ésta* (A). — ¿Y la que pesa menos de las tres? — *Ésta* (B). — Y si yo cojo solamente estas dos (B y C).¿Cuál es la menos pesada? — *Ésta* (C). — Y si cojo las tres a la vez, cuál es la menos pesada?

En cuanto a la seriación misma (problema IV) se observa, en el momento en que deja de ser global y traspasa así el nivel del primer estadio para intentar medir con el detalle los diferentes términos a ordenar, que procede en general igualmente por parejas o por pequeñas series globales de tres o cuatro términos. En los casos inferiores de este estadio permanece aquí, mientras que en los casos superiores ajusta en seguida empíricamente los elementos próximos hasta que consigue convertir la serie en regular por este método de simple ensayo:

Mic (6 años). Ordena las bolas de la siguiente forma: 1←3; 2←4; 5←6; 7←8; 10←9. Excepto en la última relación en que el sentido está invertido, se comprueba que esta serie está formada por parejas incoordinadas, pero en las que cada una asocia un término más pesado a otro más ligero. Cuando se le pide que verifique el orden, coge los términos dos a dos con las dos manos simultáneamente y corrige así la interversión de 3←2 y de 10←9.

Bar (7 años). Igualmente, construye las parejas 1←2; 4←3; 5←7; 6←9; 8←10 y corrige a continuación el orden de sucesión de los términos 9 y 8.

Dal (7,5). Empieza por 1←3; 2←4 después coloca 6←7←8 y finalmente 9←10, después intercala el término 5 antes que el 6 y verifica el todo corrigiendo el principio.

Vemos que, en grandes líneas, el niño procede empezando por las bolas más pesadas hasta las más ligeras, pero empíricamente, es decir, sin sistema riguroso, de tal manera que cada bola sea escogida a la vez por ser más ligera que la precedente y más pesada que todas las restantes. En la medida en que hay un sistema, participa por otra parte todavía del método de las parejas sin coordinación precisa entre sí. Es conveniente notar que, a partir de este segundo estadio, la seriación simple aparece como un poco más fácil que la solución de los problemas I-III y marca así una ligera ventaja, incluso sobre las preguntas I-II. Parece, pues, que la libre manipulación que permite, como hemos visto al final del párrafo 1, una especie de seriación práctica inmediata por medio de pequeños conjuntos de tres o de cuatro términos, pueda en un momento dado constituir un método empírico susceptible de generalizarse por transposición a algunos elementos de más, mientras que el análisis reflexivo de las relaciones empieza por el método de las parejas: la seriación propia de este estadio constituiría así una mezcla de estos dos métodos en proporciones variadas.

3. EL TERCER ESTADIO: SERIACIÓN OPERATORIA

El tercer estadio marca la terminación de la seriación de pesos. No obstante, conviene distinguir dos subestadios, el subestadio III B definido por la solución correcta de los cinco problemas y el subestadio III A en el cual las adiciones seriales están limitadas a dos relaciones del mismo sentido (problemas I, II y V a y b) mientras que las composiciones más completas (problemas III y V c) presentan todavía alguna dificultad (la seriación libre del problema IV está adquirida igualmente desde el primer subestadio).

Veamos ejemplos del subestadio III A, empezando por dos casos de transición entre el segundo estadio y éste:

DUT (9 años). Problema I: pesa A←B y A←C y ordena A←C←B. — ¿Cómo sabes que C pesa más que B? — *Porque he pesado* (A←B). — ¿Qué has descubierto? — *¡Ah!, he olvidado pesar los otros.* (II pesa B←C y ordena correctamente A←B←C).

Problema III: pesa A←B, pone A a la izquierda y B a la derecha, después pesa C←D que intercala entre los precedentes, con lo que la serie es A←C←D←B.

SPA (10 años). Problema I: pesa A←B, después A←C, reflexiona y después pesa todavía B←C. Entonces coloca A←B←C.

Problema IIa: pesa A←C, después A←B, después D←C, pero coloca A←C←B «¿Estás seguro? — vuelve a pesar A←B, después B←C y coloca A←B←C.)

Problema III: pesa C←D, después A←B y coloca C←A←D←B. ¿Éste (D) pesa más que éste? (B) — (Prueba) *No* (coloca C←A←D←B) ¿Y los demás? — (Los sopesa dos a dos y se corrige haciendo A←C←B←D).

Problema IIIb (cuatro bolitas). Pesa A←B; B←C y B←D y llega a A←B←D←C.

POR (6,8). Avanzado. Problema I: pesa A← y B←C de donde A←B←C.

Problema IIa: Pesa A←B y A←C, coloca A←C←B, pero inmediatamente lo verifica y pone espontáneamente B←C de donde A←B←C.

Problema III: pesa A←B; B←C; C←D, pero coloca A← B←D←C. IIIb: pesa A←B; B←D; B←C y coloca de nuevo A←B←D←C.

JER (8,9). Problema I: Pesa A←B y A←C, pero en el momento de hacer la seriación todavía pesa B←C y coloca A←B←C.

Problema IIa: Pesa A←B y B←C, de donde A←B←C.

Problema III: pesa A←B después C←D, después A←C y por último B←D y coloca A←B←C←D. Pero esta conclusión es ilegítima aunque exacta de hecho puesto que falta B←C.

Problema IIIb: pesa A←B; A←C; C←D y B←D y coloca de nuevo A←B←C←D (falta igualmente B←C).

NEM (9,10). Problema I: pesa A←C y A←D, después verifica B←C y después de haber intentado colocarlas hace la seriación correcta.

Problema II: pesa B←C y A←B de donde A←B←C.

Problema III: pesa B←C; C←D; A←D; B←D y A←B y coloca A←B←D←C olvidando, por tanto, la relación C←D que estableció antes que las tres últimas.

En lo que respecta a los problemas I y II, vemos el progreso realizado desde el último estadio. Aparte de algunos residuos de reacciones anteriores (por ejemplo en Dut) el niño, a partir de este momento, es capaz, cuando ha empezado por A←B y A←C, de pesar igualmente B←C, es decir, que coordina las relaciones entre sí, entre los tres términos, y no se limita a yuxtaponerlas. En cuanto al problema III, asistimos igualmente a un progreso considerable en relación al estadio precedente: salvo los casos de transición que recuerdan el segundo estadio como Dut y Epa, el niño no se limita a hacer únicamente dos pesadas comparativas para los cuatro elementos y a yuxtaponerlos, sino que establece un mínimo de tres comparaciones dos a dos. Por hace tres pesadas espontáneas. Jer hace cuatro y Nem, cinco: estos niños comprenden, pues, perfectamente que para ordenar cuatro elementos no pueden limitarse a constituir dos parejas. No obstante, estos sujetos fracasan en su coordinación, aunque casi siempre por muy poco. Por ejemplo, Por, que tiene todos los datos en sus manos (A←B; B←C y C←D), fracasa dos veces consecutivas en la conclusión correcta por lo que podríamos llamar un error de cálculo. Jer alcanza el éxito por azar, pero no consigue la deducción de la necesidad por carecer de una relación que ha olvidado, en cambio estableció dos relaciones de más. Nem, que las ha construido todas, incluso dos de más, olvida la segunda y concluye, como Por, con un error de cálculo. Tanto si hay el olvido de una relación efectivamente construida, o bien el olvido de construir más, se llega por tanto al fracaso, y en los dos casos por un defecto de método: en lugar de proceder por orden, es decir, de dirigir la construcción eligiendo cada vez el más pesado (o el más ligero según la relación inicial de los que aún quedan) el niño procede todavía al azar y no llega después a unir las relaciones establecidas.

Por el contrario, la seriación con libre manipulación (problema IV) es construida correctamente en este nivel. No obstante, es necesario ser prudente al determinar en qué edad media se adquieren, puesto que exis-

ten naturalmente desajustes de algunos meses y según las diferencias entre los elementos que se deban ordenar. Sabemos que Binet y Simon [3] encontraron que para cinco cajas de 3, 6, 9, 12 y 15 gramos a ordenar en tres minutos, el 75 % de los éxitos se observa a los diez años. Para las diez bolas de 100 a 250 gramos ordenadas en progresión geométrica (ley de Weber) que hemos utilizado, sin límite de tiempo, la seriación operatoria se adquiere como media a los nueve años, es decir, desde el subestadio III A. Veamos un ejemplo:

PAT (8,11). Escoge entre diez bolitas la más pesada, después sosteniéndola en una mano, busca entre las que quedan la más pesada; después coloca la primera y sigue el mismo sistema con la segunda, etc.

Hay que hacer notar que este procedimiento es precisamente el que servirá a los sujetos del segundo subestadio III B para resolver el problema III: encontramos aquí un interesante desajuste a propósito del cual hablaremos luego.

Respecto a las preguntas semiverbales (problema V) veamos algunos ejemplos:

POR (6,8). Va: Esta caja, etc. (sea A←B y D←C). ¿Cuál es la que pesa más? — *Ésta* (C) — ¿Y la que pesa menos? — *Ésta* (A) — (exacto).

Vb: Esta caja (A) pesa más que ésta (B) y ésta (C) pesa menos que ésta (B). ¿Cuál pesa menos? — *Ésta* (C), *y la que pesa más, ésta* (A).

Vc: Esta caja (B) pesa más que ésta (C) y al mismo tiempo pesa menos que ésta (A). ¿Cuál pesa más? — *Ésta* (B) — ¿Por qué? — *Pesa más que ésta* (C).

JAC (8,10). Vb: Esta caja, etc., sea A←B y C→B. ¿Cuál pesa más? — *Ésta* (A) — ¿Cuál pesa menos? — *Ésta* (C).

Vc: Esta caja, etc., sea B←A y B←C. ¿Cuál pesa más? — (B) — ¿Por qué? — ... — Entre A y C ¿cuál es la que pesa menos? — (A).

En resumen, cuando se trata de dos relaciones orientadas en el mismo sentido A←B y B←C (problema IV a) o con una inversión de formas, como en A←B y C→B (problema V b) el niño de este nivel llega fácilmente a concluir, su esfuerzo no supera casi, en este caso, al de ordenar los tres guijarros. Pero cuando se trata de dos relaciones inversas

3. ALFRED BINET y CH. SIMON, *La mesure du développement de l'intelligence chez les jeunes enfants.* París, 1929 pp. 20-22.

como B→A y B←C la dificultad es mayor y este dispositivo hace reaparecer las prerrelaciones.[4]

Llegamos, por fin, a las reacciones del subestadio III B, es decir, a las respuestas correctas a todas las preguntas:

JUN (7,3). Problema I: pesa A←B, después B←C y coloca A←B←C, pero verifica A←C: ¿Por qué pesas éste? — Para ver el más pesado, yo no lo sabía. Problema IIa: pesa A←B y B←C, después, sin más, coloca A←B←C.

Problema III: pesa A←B; B←C y C←D, después pone D totalmente a la izquierda. Toma de nuevo B←C y A←C, después pone C al lado de D. Continúa con A←B, pone B y después A, de donde la serie A←B←C←D por eliminaciones sucesivas del más ligero de los que quedan. — Problema IIIb: pesa B←C y retiene B, después B←D y A←B y pone A. Toma de nuevo B←D y B←C y pone B después pesa C←D de donde A←B←C←D, esta vez, la serie ha estado construida buscando cada vez el más pesado.

Problema IVc: Ordenación inmediata.

Problema Vb: A←B y C←B; designa correctamente el más ligero y el más pesado. Problema Vc: respuestas igualmente exactas.

MEY (9,5). Problema I y II: Exacto, sin dudas.

Problema III: Pesa A←B; A←C y A←D y pone A a la derecha; después C→B y B←D y pone B a la izquierda de A; después C←D, de donde D→C→B→A. Problema IIIb: Prueba con el mínimo posible de pesadas. — *Sí, así* — A←B después B←C, después B←D. (Coloca A←B←D←C) — ¿estás seguro? — (Se corrige).

Problema IV: Ordenación inmediata.

Problema V a, b y c: Respuestas correctas.

MONT (10,3). Problema I: Pesa C←A y pone C a la izquierda, mientras que en una mano sostiene A y lo compara a B, de donde B→A; entonces coloca A a la derecha y toma de nuevo C de donde B←C; termina con A←B←C. Problema II: el mismo método.

Problema III. Pesa en primer lugar B←C; B←D y A←B: Luego continúa por A←C; A←D y pone A a la derecha. Pone de nuevo B y verifica B←C y B←D para poner B a la izquierda de A. Pesa C←D y coloca D→C→B→A.

Problema III *bis*: Está muy bien, pero ahora intenta encontrar el resultado justo con el mínimo de pesadas posibles. — (pesa A←B y C←D) aquí (A y C) están las más pesadas y aquí (A y D) las menos pesadas. — Bien. — (Pesa A←C y quiere colocar A←C←B←D, pero todavía verifica C←B, de donde A←B←C←D.).

Problema IV y V: correctos.

No volveremos a tratar de los problemas I y II por estar ya resueltos en el subestadio III A, nos limitaremos a transcribir la reacción de Jun,

4. Véase nuestro artículo sobre *Une forme verbale de la comparaison chez l'enfant.* Archives de Psychologie. Vol. XX (1921).

que es todavía inductiva, como en los niveles precedentes, antes de confiarse a la reducción pura.

En cuanto al problema III, es muy interesante verificar la analogía que existe entre las soluciones dadas durante el curso de este subestadio III B y aquellas por medio de las cuales el niño resuelve el problema IV (libre ordenación de diez elementos) durante el subestadio III A: en los dos casos, el sujeto busca sistemáticamente el más pesado (o el más ligero) de todos los elementos, después el más pesado de los que quedan, etcétera (o el más ligero si ha empezado por ahí). Nada hay de sorprendente en este parecido puesto que una seriación no es más que la generalización de las operaciones de coordinación (adición de relaciones asimétricas) que están en causa en los problemas I-III, pero verificamos, en los dos casos de la seriación con libertad de manipulación, algún avance con relación a las ordenaciones más cortas o con la consigna limitativa de pesar los objetos por parejas aisladas. Durante el primer estadio, la construcción de la serie libre es igualmente difícil con diez elementos, que la solución de los problemas I y II con tres elementos; en el segundo estadio la construcción libre marca un ligero avance sobre la solución de estos problemas y en el tercer estadio vemos que todavía con mayor razón avanza un subestadio a la solución del problema III, no obstante presentar con ella una analogía completa en cuanto a método operatorio. Esta situación en apariencia compleja, es simple de explicar.

A nivel del primer estadio, superando la seriación de diez elementos, los límites de la percepción y de la memoria inmediata y no estando ningún método inductivo ni operatorio todavía a disposición del niño, éste no consigue solucionar mejor el problema IV que las preguntas I-III. Durante el segundo estadio, el niño, sin llegar al nivel operatorio, sabe ya proceder por inducción intuitiva: y entonces le es posible ordenar libremente diez elementos por ensayo y error y coordinar empíricamente las relaciones establecidas por parejas de elementos, mientras que en los problemas I-III, en los cuales la coordinación de parejas exige un método deductivo y operatorio, fracasa. Al nivel del tercer estadio (subestadio III A), se hace capaz de coordinar operatoriamente las relaciones: le es, fácil, pues, cuando puede manipular los elementos según su necesidad, seriar diez eligiendo sucesivamente el más pesado (o el más ligero) de todos los que no están todavía colocados; le es igualmente fácil coordinar directamente las relaciones como en los problemas I y II, al contrario, cuando se trata de adicionar tres relaciones (problema III) el método del que se

sirve para la seriación libre de diez términos no se le ocurre, en absoluto, por el hecho de que éste supone un orden de sucesión impuesta con anterioridad a las pesadas, mientras que el sujeto emprende éstas sin más, con la idea de que podrá unir directamente las relaciones establecidas al azar: precisamente esta coordinación directa, que es fácil en el caso de dos relaciones (o tres términos) se hace demasiado difícil en el de tres relaciones (o cuatro términos); a este respecto, es suficiente ver el comportamiento de Por, Jer y Nem que durante la experiencia olvidan lo que han hecho o lo que deben hacer. A nivel del subestadio III B, por fin, l niño procede según este orden anticipador y utiliza de nuevo el método que le ha servido ya (subestadio III A) para la solución del problema IV. Por otra parte, cuando en este nivel III B pedimos al niño una coordinación directa con el mínimo de pesadas, algunos lo consiguen o les falta poco para ello (Mont, por ejemplo, mientras que Jun y Mey necesitan otro método).

En cuanto a los temas semiverbales (problema V) vemos igualmente cómo los sujetos del subestadio III B son capaces de solucionarlos en su generalidad, aunque el problema de las relaciones inversas (V c) dan lugar, durante mucho tiempo todavía a alguna dificultad (por ejemplo, en Jun).

4. CONCLUSIONES

Lo que sorprende en primer lugar, en el desarrollo de la seriación de pesos, es su convergencia completa con el de la seriación de longitudes, de alturas, de grosores, en resumen de los diferentes índices de la cantidad aparente de materia. Al estudiar preferentemente la génesis del número, fuimos conducidos, en efecto, a analizar con M. Szeminska la ordenación numérica y la propia seriación cualitativa: hicimos que el niño ordenase bastones de diferentes longitudes, muñecas y bastones, bolas de pasta de modelar de diferentes grosores (el peso era proporcional al volumen). Por otra parte, sin plantear los problemas I-III en la forma en que nos hemos servido actualmente (lo cual carecería de sentido con los datos simultáneamente percibidos por la visión), estudiamos las correspondencias serial y ordinal, es decir, la construcción de correspondencias

cualitativas o numéricas de dos series semejantes, y las construcciones o reconstrucciones de dichas «semejanzas» precisamente permiten analizar razonamientos del mismo tipo que nuestras preguntas actuales I-III. En este dominio encontramos exactamente las mismas tres etapas que las que acabamos de describir: una ordenación global sin seriación propiamente dicha, después la seriación empírica y por fin una seriación operatoria con coordinación de relaciones. Sólo que, y aquí estriba el interés de esta comparación, este desarrollo se termina hacia los siete años y marca así un indudable avance sobre la evolución de la seriación de pesos. En particular la seriación de diez bolas de arcilla de diferentes grosores y cuyos pesos son proporcionales a los volúmenes aparentes, es naturalmente más rápida que la de las bolas del mismo volumen, pero con pesos diferentes cuyo problema acabamos de abordar (problema IV).

No es temerario, pues, el admitir que la seriación de cantidades de materia precede a la de pesos, cuando éstos no son proporcionales a aquélla. Por otra parte, como los volúmenes difieren unos de otros de manera inmediatamente visible (las formas de los cuerpos que deben compararse siendo total o parcialmente smejantes), es obvio que su seriación formará parte de la primera categoría y se unirá a la de la cantidad aparente de materia. Pero si los volúmenes no pueden ser juzgados a simple vista y para evaluarlos es necesario emplear métodos indirectos como el desplazamiento del agua en el caso de inmersión, etc., es natural que su seriación sea más difícil todavía que la del peso, puesto que consistirá únicamente en combinar relaciones y que ninguna percepción directa como la visión o la pesada corresponderá al volumen como tal (sino solamente a sus índices intelectuales): por todo eso nos hemos permitido consagrar un capítulo especial a este tema y nos limitaremos, en cuanto a los volúmenes, al estudio de las composiciones de equivalencias (capítulo duodécimo) cuya evolución está necesariamente ligada a la de las seriaciones.

¿Por qué se produce este desajuste entre la ordenación de las cantidades simples de materia, la de pesos y la de volúmenes? La lógica de las relaciones asimétricas que constituye la ordenación es, en efecto, un mecanismo formal del que podríamos concebir que, una vez descubierto sobre un aspecto, se aplica a todos. ¿Por qué el sujeto capaz de seriar bastones o bolas de grosores diferentes no aplica inmediatamente su método a las simples relaciones de peso? El problema es interesante porque es muy general. Concierne a las operaciones físicas que conducen a los tres invariantes de sustancia, peso y volumen y cuyos desajustes han sido estable-

cidos durante los capítulos primero al sexto, y además a las otras operaciones formales o puramente lógico-aritméticas cuyo estudio proseguiremos durante los capítulos undécimo y duodécimo: comprobaremos, en efecto, que las relaciones más simples de equivalencia (A = A'; A' = A'' por tanto A = A'') o las composiciones aditivas elementales se aplican a las cantidades de materia antes que a los pesos, y a los pesos antes que a los volúmenes. Más aún, comprobaremos en el capítulo undécimo que la evolución de la composición de equivalencias de peso es exactamente paralela al desarrollo de la seriación de pesos desiguales: cuando el niño no sabe ordenar en serie, dos relaciones desiguales, no sabe tampoco obtener una equivalencia de otras dos, y en la medida en que consigue el nivel operatorio en uno de estos aspectos lo consigue también en el otro. El problema del desajuste entre la materia, el peso y el volumen se refiere, pues, a todas las operaciones formales o lógico-aritméticas y no tan sólo a las de la seriación. ¿Cómo solucionarlo?

Es necesario empezar por disociarlo en dos aspectos, solidarios en fin de cuentas, pero distintos: el de las condiciones de orden perceptivo que determinan el inicio de la seriación y el de las condiciones de orden intelectual que intervienen a nivel operatorio. El primero puede enunciarse del siguiente modo: ¿Por qué es más fácil comparar diferencias o equivalencias percibidas por el ojo que pesadas con la mano, y por qué éstas son de manejo más fácil que los índices perceptivos de volumen? El segundo aspecto, por el contrario, debe ser planteado de la siguiente manera: una vez descubiertas las operaciones del agrupamiento en lo que concierne la primera de estas tres clases de cualidades ¿por qué no se aplica en seguida a la segunda y a la tercera y por qué encontramos los mismos desajustes en su composición lógica que en su estructuración perceptiva?

En lo que concierne al primer aspecto, es fácil demostrar que la cantidad aparente de materia se presenta siempre en forma de longitudes, de alturas, de grosores, de colecciones numerables, etc., es decir, de datos que la percepción visual puede ordinariamente reunir en una totalidad simultánea que le facilita en todo caso notablemente la seriación y el establecimiento de equivalencias. En tanto que el peso de los objetos corresponda a sus dimensiones visibles, al sujeto le será igualmente fácil seriarlos intuitivamente, pero la experiencia le enseña pronto que el peso no es siempre proporcional a la cantidad de materia. Cuando una serie de objetos difieren de peso sin que esto aparezca a la vista —este es el caso

de la prueba estudiada aquí— el campo de percepción simultánea constituida por las manos que los sopesan es mucho más limitado que el campo visual: la seriación, la igualación y la medida de pesos supondrán, pues, un número mucho mayor de operaciones intelectuales para coordinar las relaciones perceptivas. En cuanto a los volúmenes, está claro que la visión directa permite de nuevo evaluarlos cuando tienen formas semejantes o difieren sensiblemente entre sí por sus dimensiones. Pero cuando sus diferencias o equivalencias no son reconocibles con la vista —y éste es justamente el caso de las deformaciones de las bolitas de arcilla o, de una manera general, siempre que los volúmenes tienen formas heterogéneas sin grandes diferencias de dímensiones— entonces ninguna percepción permite compararlos, incluso dos a dos, y son necesarios procedimientos indirectos de evaluación, como el desplazamiento del nivel del agua en el caso de la inmersión del objeto o el llenar, etc. Así, la misma noción de volumen es objeto de operaciones intelectuales y no de cualidades perceptivas, de donde procede el retraso de su tratamiento lógico y podríamos incluso decir el retraso de su descubrimiento o de su diferenciación con la materia y el peso.

Pero los factores perceptivos sólo solucionan el primero de los dos problemas recientemente planteados: implican simplemente los desajustes que existen entre los inicios de la seriación o del establecimiento de equivalencias de la materia del peso y del volumen. Pero, una vez el mecanismo operatorio construido en el primer dominio (cuando, por ejemplo, el niño ha descubierto que para seriar los bastones es necesario coger siempre el más grande de los que todavía no están colocados y que en caso de dificultad es suficiente con tener en una mano el último elegido y compararlo uno a uno con todos los que quedan) ¿por qué necesitará, a veces, uno o dos años para aplicarlo al peso, cuando justamente estaría indicado para remediar todas las insuficiencias de la percepción del peso por las manos? Y sobre todo, adquirido este mecanismo operatorio, ¿por qué no piensa en términos de pesadas con la balanza y de relaciones objetivas?: durante el capítulo siguiente veremos que la balanza no ayuda para nada al sujeto a establecer la diferencia $(A = A') + (A' = A'') = (A = A'')$ cuando no quiere creerlo (!) Es el desajuste de las mismas operaciones lo que es interesante para nosotros y no solamente los inicios o el establecimiento de relaciones perceptivas, aunque el segundo constituye el simple prolongamiento del primero. ¿Es necesario, por tanto, admitir sin más que el retraso debido a los factores perceptivos del peso y del

volumen no puede superarse y se marca por tanto hasta un nivel superior o debemos buscar una explicación más profunda?

¿Qué significa, en fin de cuentas, la dificultad de transformar una cualidad en relaciones asimétricas o en equivalencias, a seriarla, componerla de todas las maneras y cuantificarla? Lo hemos repetido constantemente desde el punto de vista de las operaciones físicas, pero esto es todavía más claro dentro de las operaciones formales o lógicas: el obstáculo al agrupamiento es el egocentrismo, es decir, la coordinación establecida según la única perspectiva propia. Lo contrario de la composición lógica, no es el caos, puesto que ningún pensamiento es posible sin un sistema de referencias o un principio de significación: si una relación no está «agrupada» con todas las otras relaciones posibles en una construcción que obtiene su coherencia únicamente de su modo de composición y de su reversibilidad, es que está «referida» a un absoluto exterior al agrupamiento. Este absoluto que, para el niño, está naturalmente en el objeto sólo podría comprenderse refiriéndose a su yo. Si una piedra no es «ligera», en el sentido preciso en que es, a la vez, más ligera que una serie bien ordenada de pesadas y más pesada que una serie bien ordenada de ligeras con relación a ella, entonces es que es «ligera» en sí misma: pero jamás hemos sabido lo qué significa «ligera» en sí, sino ligero con relación al que habla. Esta es la significacón del egocentrismo intelectual, y si quermeos emplear este término en el sentido en que lo tomamos, es evidente que el egocentrismo es lo contrario del «agrupamiento». Este fenómeno (cuya existencia acabamos de observar durante los dos primeros estadios descritos en este capítulo: cuando el niño reparte simplemente las bolas en pesadas o ligeras, cuando reúne A y C como siendo «las más pesadas» sin preocuparse en saber si A lo es con relación a B y C en relación con D; en resumen, cuando él califica en lugar de seriar) pone en evidencia que su sistema de referencias no es todavía la composición reversible, si no la atribución a las cosas de cualidades procedentes de la propia acción.

Pero si el egocentrismo es así la antítesis del agrupamiento, explicar la ausencia de uno por la presencia del otro ¿no es una tautología? Sólo es posible determinar la intensidad de factores en presencia. En efecto, precisamente por las condiciones de orden perceptivo que acabamos de describir, es fácil dmostrar por qué razón las cualidades de peso permanecerán egocéntricas mucho más tiempo que las que constituyen las dimensiones visibles de la cantidad de materia. La visión y particularmente el

espacio visual, ponen al sujeto en presencia de un universo de datos simultáneos respecto a los cuales empieza también ciertamente por un egocentrismo radical, pero que objetiva desde los dos primeros años, «agrupando» los desplazamientos percibidos y construyendo el «objeto» invariable. Así, salvo el caso de relaciones que dependen en un elevado grado de la posición del propio cuerpo, como la izquierda o la derecha, y la perspectiva en general, el niño comprenderá rápidamente que lo grande y lo pequeño, lo ancho o lo estrecho, etc., no existen en sí y someterá estos datos visuales a las operaciones de agrupamientos lógico-aritméticos. Por el hecho de que, por el contrario, lo pesado y lo ligero son más difíciles de estructurar perceptivamente, se deriva un retraso, más aún, y sobre todo, una fijación de hábitos egocéntricos, si podemos decir, que hacen estas cualidades más rebeldes a la relatividad, al establecimiento de equivalencias y a la medida. En cuanto al volumen físico, cuya naturaleza es una relación, es evidente que se compondrá lógicamente todavía mucho más tarde.

Estas son las dos razones que explican los desajustes de la composición formal de las relaciones de cantidad de materia de peso o de volumen. Pero hay más. Sólo razonamos lógicamente sobre invariables de pensamiento. ¿Estas invariables lógicas pueden constituirse cuando las invariables físicas correspondientes no lo están? ¿Qué relación existe entre ellos? El problema de las operaciones formales, de las operaciones físicas, se plantea, así, para cuyo estudio nos servirá especialmente el próximo capítulo.

CAPÍTULO UNDÉCIMO

LAS COMPOSICIONES SIMPLES Y ADITIVAS DE LAS EQUIVALENCIAS DE PESO [1]

Después de haber analizado en el capítulo precedente la composición de desigualdades de peso que procede de la lógica de relaciones asimétricas, debemos estudiar ahora las coordinaciones simples y aditivas de equivalencias, que corresponde a la lógica de las relaciones simétricas y de clases, si estas equivalencias permanecen cualitativas, o al cálculo numérico y a la cantidad métrica si éstas son iterativas.

Encontramos de nuevo, aquí, un problema que se ha revelado central en el transcurso de toda esta obra. En la primera parte de nuestros análisis (capítulos primero-tercero) hemos encontrado constantemente la misma dificultad del niño por comprender que un todo permanece igual a la suma de sus elementos, sea cual fuere la distribución de éstos. El problema de la composición atomística, estudiado en la segunda parte, nos ha traído la misma dificultad, pero en el plano corpuscular. Las relaciones entre el peso, el volumen y la cantidad de materia, por fin, analizadas durante la tercera parte, nos han vuelto con insistencia a este problema hasta el momento en que las composiciones por mitades y por cuartos descritas en el capítulo noveno nos han demostrado que este modo de construcción por adición de partes en un todo, no es evidente para el niño cuando éste se aplica al peso o al volumen físico.

1. Con la colaboración de INGOLD-FAVROZ-COUNE.

Hay aquí, pues, un punto que debe ahora examinarse con rigor. Cuando, para extraer la estructura formal (las operaciones lógico-aritméticas) del razonamiento y reducir al *minimum* las dificultades de orden físico, limitamos los elementos de un todo a un número lo más restringido posible, y las diferencias cualitativas, que debe reducir la composición por equivalencias, a las distinciones más elementales, ¿será el niño capaz de concluir A = C si ha comprobado que A = B y B = C? ¿Y sabrá deducir (A+B) = (C+D) si él mismo ha establecido que A = B = C = D? Estas son las dos preguntas, una lógica y otra métrica, que debemos analizar en este capítulo, colocándonos bajo el punto de vista de la medida y del peso.

Sea pues un sistema de barras de latón de igual longitud y espesor, pero cuyas anchuras puedan componerse por simples yuxtaposiciones y superposiciones de la siguiente manera. Cuatro barras estrechas y de igual anchura que llamaremos Ia; Ib; Ic e Id equivalen a una ancha placa que llamaremos IV. Por otra parte, tres barras del orden I equivalen a una placa menos ancha III. Tenemos pues igualmente III+ I = IV. Disponemos además de dos placas todavía menos anchas IIa y IIb tales que IIa+ IIb = IV, o IIa+Ia+IB = IV, o IIa+Ia = III, cada II valen dos barras del orden I. De manera general tenemos, pues, en toda circunstancia Ia = Ib = Ic = Id. Por último, disponemos, además, de objetos como un trozo de plomo, una barra de carbón (de diferentes dimensiones que las de latón), un trozo de cera seca, un trozo de hierro y una bolita de pasta para modelar (eventualmente construida por el propio niño), todos de pesos equivalentes y cada peso igual al de una barra de latón de orden I. Las barras y las placas de latón pueden ser presentadas de tal modo que todas tengan el mismo color, el propio de este metal, pero nosotros hemos utilizado igualmente, para las barras de orden I, un juego de barras Ia, Ib, Ic, Id e Ie recubiertas de barniz respectivamente blanco, negro, azul, rojo y naranja.

En primer lugar, presentamos a los niños las barras de orden I haciendo verificar, en la balanza ya sea la igualdad de peso Ia = Ib, o bien la igualdad entre una de éstas y cada uno de los objetos de plomo, carbón, etc. Entonces se procede a dos tipos de composición, según que los pesos a componer sean sólo de los objetos de latón (en este caso hablaremos de composiciones homogéneas) o que se haga intervenir las materias de otras densidades (hablaremos entonces de composiciones heterogéneas). Las composiciones del primer tipo se llamarán simples si se limitan a

cooordinar equivalencias,[2] por ejemplo (Ia = Ib) + (Ib = Ic) = (Ia = Ic), o aditivas si proceden por adición (lógica o numérica, según los casos) de las partes en un todo, por ejemplo (Ia+Ib = IIa) o (III+ Ic = IV), etcétera. En este último caso hacemos depositar los objetos sobre los dos platillos de una balanza; estos platillos están preparados sobre la mesa y en seguida pueden ser colocados sobre la balanza para la comprobación experimental. En cuanto a las composiciones heterogéneas, también pueden ser simples o aditivas. He aquí un ejemplo del primer tipo: si Ia tiene un peso igual que el trozo de plomo (lo pesamos para verificarlo) y si Ia = IB (lo pesamos igualmente) ¿Ib pesará igual que el trozo de plomo? Y un ejemplo del segundo tipo: colocamos sobre un platillo (Ia+Ib) y sobre el otro. (Ic+ el plomo) y preguntamos si el peso de los dos platillos será o no equivalente.

Los resultados que se obtienen planteando estas diversas preguntas son los siguientes. Durante un primer estadio, el niño se revela incapaz de efectuar ninguna composición simple o aditiva, incluso entre objetos homogéneos. La única excepción aparente es la equivalencia Ia = Ib = Ic, etcétera, cuando las barras de latón de orden I no están barnizadas y permanecen así indiscernibles a la percepción, pero es evidente que no se trata, en este caso, de composición lógica y es suficiente colorearlas para que el niño se niegue a admitir Ia = Ic, cuando no obstante ha establecido que Ia = Ib e Ib = Ic. Durante un segundo estadio, el niño resuelve positivamente las composiciones simples y aditivas entre objetos simples y homogéneos, pero fracasa al efectuar (o no lo consigue más que después de numerosos ensayos) las composiciones simples entre dos objetos homogéneos y uno heterogéneo; no alcanza ninguna composición aditiva heterogénea. Por fin, durante un tercer estadio, el niño descubre todas las composiciones heterogéneas, simples o aditivas que constituyen pues las verdaderas composiciones de peso, por oposición a las composiciones homogéneas que se refieren más a la cantidad (aparente) de materia que al peso. Pero conviene distinguir dos subestadios, uno (III A) intermedio y otro (III B) característico del tercer nivel: durante el subestadio III A, hay un inicio de deducción correcta para las composiciones heterogéneas simples y éxito con ensayos de composiciones heterogéneas aditivas y durante el subestadio III B el conjunto de composiciones son efectuadas por un método estrictamente deductivo. En cuanto a la cuantificación

2. Por adición de relaciones como tales, pero no de sus términos.

extensiva o métrica, en fin, está claro que sólo se aplica al peso a nivel del tercer estadio, y ello por la unión de composiciones de equivalencias con la seriación; en el curso del segundo estadio, por el contrario, sólo la cantidad de materia puede estar sometida a esta composición numérica o métrica y a nivel del primer estadio ninguna composición cuantitativa (ni de orden extensivo ni de orden intensivo) es todavía posible.

1. EL PRIMER ESTADIO: AUSENCIA TOTAL DE COMPOSICIÓN

En este nivel más bajo, que dura hasta cerca de los seis o siete años, el niño fracasa pues en toda composición, incluso en las que no apelan ninguna equivalencia entre objetos heterogéneos. A veces, el niño da la respuesta justa, cuando por ejemplo, identifica Ia; Ib y Ic sin colorear y paralelas, o cuando identifica tres barras a la placa III porque éstas están exactamente superpuestas a la placa: pero incluso en este caso es suficiente con que las barras no estén colocadas paralelamente, o estén separadas de la placa III para que estas equivalencias desaparezcan: no hay, pues, ninguna equivalencia lógica en este estadio si no únicamente asimilación perceptiva o sensorio-motriz lo que es muy diferente.

Veamos ejemplos:

GAI (5,4). No consigue componer los pesos incluso ni por simple adición de mitades. Colocado en presencia de dos tapones semejantes, uno de los cuales lo cortamos en dos después de que reconociera la identidad, dijo: *el tapón entero pesará más* (que las dos mitades). — ¿Por qué? — *Porque es más grande.*

Presentamos a Gai, por una parte, la placa de latón III y por la otra las barras IIa + Ia: ¿Pesarán igual o no? — *Esto* (IIa + Ia) *pesará más.* — ¿Por qué? — *Porque hay dos.* — Y si ponemos esto (IIa + Ia) sobre esto (III) ¿es igual de grande o no? — *Es igual de grande* (lo hace). — ¿Y entonces sobre la balanza? — *Pesará más.* — ¿Por qué? — *Porque es más grande.* — ¿Pero cómo hemos hecho esto y esto (IIa y Ia)? — *Hemos cogido una cosa como ésta* (III) *y hemos cortado.* — ¿Entonces pesan igual? — *No, esto* (III) *pesará más, porque es más grande.*

Enseñamos además a Gai dos barras Ia y Ib que prevé tendrán el mismo peso: ¿Y sobre la balanza? — *Pesan igual.* — ¿Y esto? (Ia y Pb)[3] — *No deben pesar igual.* — Prueba. — (Pesa). *Pesa igual.* — ¿Entonces esto? (Ib y

3. Abreviaciones empleadas: Pb = trozo de plomo de igual peso que I; C = trozo de carbón de igual peso; Ar = Bola de arcilla de igual peso.

Pb) — *Esto* (Pb) *pesa más, porque es más grande* (lo sopesa con la mano). — ¿Sobre la balanza? — *Pesa más.* — Prueba. — (pesa). *Pesa igual.*

Convencido ya, por una serie de pesadas, de la identidad del peso de Pb y de cada una de las barras Ia, Ib e Ic, le presentamos por una parte (Ia + Ib) y por otra (Ic + Pb): — *Esto* (Ia + Ib) *pesará más.* — ¿Pero cómo era esto (Ia) y esto (Pb) sobre la balanza? — *Pesaba igual.* — ¿Entonces esto (Ia + Ib) y esto? (Ic + Pb) — *Pesa más, porque el plomo es más grande.*

Después de la verificación ponemos, por fin, por una parte la placa III y por la otra IIa + Pb: ¿Pesará igual? — *No, esto* (III) *pesará más porque es más grande. No, es esto* (IIa + Pb) *lo que pesará más, porque tiene dos cosas.*

Col (5,10). Compara III sobre un platillo con Ia + Ib + Ic sobre el otro: ¿Pesan igual? — *No, esto* (III) *pesa más: es más grande.* — Vamos a ver (ponemos los tres I sobre III y Col verifica con sus dedos la superposición exacta, después los colocamos de nuevo sobre los platillos). ¿Entonces? — *El más gordo* (III) *pesará más.*

Le enseñamos, por otra parte, Ia y Pb: ¿Pesan igual? — *No, esto* (Pb) *pesa más porque es más grande.* — Prueba. — (Pesa). *Es igual.* — ¿Por qué? — *Porque el plomo no es grande.* — ¿Y esto y esto? — Ia = Ib) — *Sí, los dos son así* (gesto de alargar). — ¿Y esto y esto? (Ia y Pb) — *Sí, lo hemos visto, es siempre igual.* — ¿Y esto (Ib) y esto? (Pb) — *No, esto pesa más* (Ib), *y el cuadrado* (Pb) *pesa menos.*

A continuación ponemos a un lado Ia + Ib y en el otro Ic + Pb. ¿Pesarán igual los dos lados de la balanza? — *No.* — ¿Por qué? — *Esto* (Ia y Ib) *pesa más porque tiene dos cosas lo mismo y éste no* (Ic + Pb). — ¿Pero te acuerdas de esto? (Pb y Ia) — *Sí, es igual.* — ¿Entonces esto y esto? (Ia + Ib y Ic + Pb) — *El primero* (Ia + Ib) *pesa más porque tiene dos largos.* — (Pesamos entonces Pb con Ia, después con Ib, después con Ic). ¿Es igual todo esto? (dos a dos). — *Es igual.* — ¿Entonces esto? (Ia + Ib y Ic + Pb) — *El segundo pesa menos.* — ¿Qué ves? — *Si los contáramos hay uno aquí* (Ic) *y por el contrario* (Ia + Ib) *tiene dos iguales.* — ¿Y esto? (Pb) — *No es igual.*

Vir (6,1). Barras sin barnizar: Esto (Ia) y esto (Ib) ¿pesan igual? — *Sí.* — ¿Y esto (Ib) y esto? (Ic). — *Sí* (los coloca uno contra el otro). — ¿Qué haces? — *Lo miro. Es igual.* — ¿Y esto? (Ia y Ic) — *Sí.* — (Volvemos a espezar). ¿Esto? (Ia y Ib) — *Sí.* — ¿Y esto? (Ib y Ic) — *Es igual.* — ¿Y esto (Ia) y esto (Ic que esta vez hemos colocado perpendicularmente a Ia)? — *No.* — ¿Por qué? — *Pesa más* (Ia). Para III y Ia + Ib + Ic, Vir aprieta las tres barras y las pone sobre III diciendo: *si las cogemos las tres a la vez pesa igual.* — ¿Y esto? (separadas) — *Esto* (III) *pesa más que esto* (Ia Ib Ic) — ¿Por qué? — *Porque es más grande.*

Las mismas pruebas, con la bola de plomo dan naturalmente los mismos resultados negativos y para (Ia + Ib) y (Ic + Pb) Vir dice: *Esto* (Ia + Ib) *pesa más: tiene dos, y aquí* (Ic + Pb) *hay el trozo.*

Pas (6,3). Barras barnizadas: ¿Pesan igual, la roja (Ia) y la azul? (Ib) — *Hay que verlo con las manos* (sopesa) *Sí.* — ¿Y la naranja (Ic) y la azul? (Ib) — (pesa). *Sí.* — ¿Y la naranja (Ic) y la roja? (Ia) — (quiere pesar) — No, adivínalo, ¿Qué crees? — ... El mismo resultado con Pb: comprueba la igualdad

de peso Pb = Ia y recuerda la igualdad Ia = Ib: ¿Y el plomo y la barra azul? (Ib) — *No, el plomo pesa más.*

Boug (6,10). Pesa la barra roja y la barra naranja y comprueba que los platillos están en un mismo nivel. — ¿Y si pongo la azul en el lugar de la roja? — (lo prueba) *Es igual.* — Bien (las quitamos) ¿Y si pongo la roja y la azul? — *La azul pesará más.*

Después de haber comprobado la igualdad de los tres, preguntamos: ¿El plomo y la azul? — *Pesará más, porque es más grande.* (Pesa). *No, es igual.* — ¿Y con la roja? — *El plomo pesará más.* — Prueba — (Pesa) *No, es igual.* — ¿Y con la naranja? — *El plomo pesará más.* — Míralo — (pesa) *¡Ah no!, es de nuevo igual.*

En fin (Ia + Pz) y (Ib + Ic): *El rojo y el plomo pesarán más.* — ¿Por qué? — *Porque el plomo pesa más.*

Estas son las reacciones típicas de este primer estadio, que está pues perfectamente caracterizado por la ausencia completa de toda composición de peso, incluso por simple equivalencia y simple adición de partes homogéneas.

En primer lugar podemos comprobar, en efecto, que incluso cuando por la superposición espacial de objetos homogéneos estos sujetos han verificado la identidad de dimensiones, por ejemplo de Ia+Ib+Ic y de III, o de III = IIa+Ia, no concluye la equivalencia de sus pesos (empezamos por estos casos puesto que nos permiten verificar en seguida lo que ya ha sido entrevisto durante los capítulos segundo al noveno). Así, Gai, después, no obstante, de haber afirmado que IIa+Ia es «igual de grande» que III, declara, cuando las placas no están ya superpuestas, que III pesa más «porque es más grande». Vir llega incluso a apretar espontáneame Ia+Ib+Ic para colocarlos sobre la placa III diciendo: «Si los cogemos los tres juntos pesan igual», para decir en seguida que si están disociados, III pesa más porque «es más grande».

Por otra parte, estos mismos sujetos no son capaces de operar en el caso de las barras de orden I, la composición fundamental de toda lógica: si A = B, y B = C, entonces A = C, que podemos escribir bajo la forma de una coordinación de equivalencias: (A = B) + (B = C) = (A = C). Es suficiente, en efecto, que las barras estén barnizadas, o incluso que no estén colocadas paralelamente para que la relación de equivalencia de peso que las une, dos a dos, no sea transitiva. Seguramente si presentamos al niño las barras Ia y Ib sin pintar y paralelas para que reconozca la igualdad de su peso, después las barras Ib e Ic y, en fin, preguntamos si Ia = Ic, siendo las dos barras paralelas y del mismo

color, todos responderán afirmativamente (véase el caso de Vir al principio). Pero aquí no hay ninguna razón: los tres juicios, Ia = Ib; Ib = Ic e Ia = Ic tienen exactamente el mismo valor de simple lectura perceptiva y no están ligados entre sí. Por el contrario, es suficiente, después de haber hecho comprobar las equivalencias Ia = Ib e Ib = Ic presentar Ia e Ic sin pintar y colocadas de forma no paralela, para que el niño se niegue a concluir Ia = Ic. Vir, por ejemplo, inmediatamente después de haber declarado que Ia = Ib = Ic cuando están paralelas, repite que Ia = Ib e Ib = Ic, pero desde que colocamos Ic perpendicular a Ia, ¡contesta que tienen el mismo peso! En cuanto a Par y a Bourg, ilustran la reacción propia, a este nivel, en el caso de tres barras pintadas: es suficiente que estas tres barras de orden I (y que tienen exactamente las mismas dimensiones) estén pintadas de tres colores diferentes, para que de Ia = Ib e Ib = Ic el niño se niegue a deducir Ia = Ic.

En cuanto a la comparación entre el trozo de plomo y estas tres mismas barras, el niño alcanza naturalmente todavía menos el esquema A = B; B = C, luego A = C. Boug llega incluso a repetir a propósito de cada barra sucesivamente (después de haber verificado la total igualdad de peso) que «el plomo pesará más» y ello pese a los sucesivos resultados contrarios de la balanza. Por otra parte, hacemos ver a Col y a Gai que Ia = Ib, cosa que, por otra parte, prevén en seguida; después les hacemos descubrir que Ia tiene el mismo peso que el plomo, lo que no esperaban y les sorprende: Es suficiente entonces con pedirles si el plomo tendrá también el mismo peso que Ib para que olviden todo lo precedente o mejor para que manifiesten su incapacidad de composición negando esta conclusión necesaria.

Por último, cuando esta identidad de peso entre el plomo y cada barra está establecida experimentalmente en cada caso, y que el niño no tiene a este respecto ninguna duda, es suficiente insertarlo en el sistema más complejo (Ia+Ib) y (Ic+Pb) para que el niño deje de considerarlo. A este respecto, las reacciones del primer estadio, naturalmente negativas, sorprenden por su carácter primitivo. Por ejemplo, Col declara que (Ia+Ib) pesarán más «porque hay dos cosas la misma cosa» o «dos iguales» como si el parecido cualitativo de estas dos barras permitiera transformarlas en dos unidades, mientras que la heterogeneidad cualitativa del plomo y de la tercera barra impidiera asimilarla a dos unidades equivalentes en peso: el plomo «no es igual». Vir dice también que Ia+Ib

pesan más porque «hay dos, y aquí (Ic+Pb) hay el trozo». Gai, por el contrario, piensa que IIa+Pb pesan más que III «porque tiene dos cosas», lo que es coherente con su idea inicial de que un tapón cortado en dos mitades pesa más que un tapón entero, pero que demuestra, al mismo tiempo, que los términos «uno» y «dos» no son para él números reales, sino unidades intuitivas sin relación ni composición numérica entre ellas.

Estas reacciones de Col, de Vir y de Gai conducen naturalmente a plantear el problema de la cuantificación métrica o de la composición numérica, en relación con los aspectos negativos que acabamos de comprobar en cuanto a la composición de las equivalencias lógicas, simples o aditivas. Un número, en efecto, es un sistema de unidades, equivalentes entre sí desde el punto de vista considerado, y no obstante distintas de este mismo punto de vista; la palabra «distinta» significará entonces nada más que se pueden seriar con un orden cualquiera, pero que todas estas series posibles serán «semejantes» entre sí (orden «vicariante»). Una cantidad continua (como el peso), constituye por otra parte un sistema análogo de unidades, pero aplicadas a las variaciones de una cualidad dada; o, lo que es igual, un sistema de relaciones asimétricas seriadas en a+a'=b; b+b'=c; c+c'=d; etc. (a, b, c... son las relaciones de diferencias crecientes entre el primer término y cada término siguiente, y *a' b' c'*... son las relaciones de diferencias entre el segundo término y el tercero, entre el tercero y el cuarto; etc., pero tales que a' sea equivalente a a; b' equivalente a a'; c' a b; etc. El número o la cantidad métrica suponen, pues, uno y otro 1.°, un agrupamiento posible de las equivalencias; 2.°, una seriación posible de los términos o de las relaciones; 3.°, la reunión operatoria de estos dos agrupamientos en un solo, que constituye precisamente la composición numérica o métrica. ¿Estas tres condiciones se ven cumplidas en el presente nivel del desarrollo?

En cuanto al agrupamiento de las equivalencias A = B; B = C luego A = C acabamos de ver que no. A este primer estado de la reconstrucción de equivalencias le corresponde el primer estadio de la evolución de la seriación y hemos verificado, precisamente en el capítulo precedente, que la composición de relaciones asimétricas es tan imposible, en este estadio, como la de las equivalencias. En efecto, igual que los niños que acabamos de ver no pueden adicionar las relaciones de equivalencia (A = B) y (B = C) en una relación única (A = C) que las coordine, y esto porque juzgan cada relación aislada, desde un ángulo puramente

perceptivo y todavía no lógico, igualmente el niño de este mismo nivel, no puede seriar A, B y C porque después de haber comprobado A←B y juzgado inútil relacionar C con A o con B, se limita a atribuirle una cualidad perceptiva no relativa: en los dos casos la relación, sea simétrica o de equivalencia sea asimétrica o de diferencia, es pues intransitiva e incomponible. Es natural, entonces, que la reunión operatoria de equivalencia y de relación asimétrica permanezca imposible, puesto que ninguna de estas dos relaciones es todavía susceptible de agrupamiento: por ello no puede haber a este nivel composición numérica del peso ni cuantificación extensiva de esta cualidad. El peso no es todavía un *quantum,* es una simple cualidad subjetiva cuya verdadera evaluación continúa siendo la pesada en la mano y que no da lugar más que a relaciones perceptivas de cantidad bruta (por oposición a las cantidades intensivas de la seriación y a las cantidades extensivas de la medida en unidades).

Notemos por otra parte, que esta situación no es especial al peso y que durante este primer estadio la cantidad de materia no es tampoco cuantificable en unidades extensivas. Es lo que hemos podido demostrar, en otra parte, sometiendo al niño a pruebas exactamente paralelas relativas a la medida de cantidades de líquidos: si una cantidad que ocupa el recipiente A la vertimos en B después de B en C, el niño no está seguro, incluso si admite que A = B y B = C de la igualdad A = C y tampoco cree que B+C = 2 A, etc.[4] Pero, incluso sin invocar otros hechos que aquellos de que disponemos aquí, es evidente que las composiciones designadas antes como «homogéneas» entre únicamente las barras y placas de latón se refieren a la cantidad de materia tanto como al mismo peso, puesto que la densidad de todos estos objetos es la misma y que, por tanto, el peso es proporcional a la sustancia.

Vemos, pues, que es imposible no relacionar estas reacciones elementales con las del primero de los estadios que hemos distinguido en el curso de toda la obra presente, es decir, del estadio durante el cual el niño no cuantifica ni el peso ni el volumen, e incluso no llega a comprender la idea simple de la conservación de la sustancia o de la cantidad de materia: nada hay de sorprendente en ello si el nivel lógico del niño de la misma edad se caracteriza por la incapacidad de comprender que un todo es igual a la suma de sus partes, que dos cantidades iguales a una

4. PIAGET y SZEMINSKA, *op. cit.*, cap. X. Debemos solamente destacar que el primer estadio considerado aquí, corresponde a los estadios I y II de la *Genèse du nombre.*

tercera son iguales entre sí, o que tres términos no equivalentes pueden ser seriados si conocemos las diferencias entre el primero y el segundo, y entre el segundo y el tercero.

2. EL SEGUNDO ESTADIO: COMPOSICIONES HOMOGÉNEAS CORRECTAS, PERO COMPOSICIONES HETEROGÉNEAS, SIMPLES O ADITIVAS, IMPOSIBLES DE EFECTUAR DEDUCTIVAMENTE

Los niños de este segundo nivel se manifiestan capaces de componer series simples de equivalencias (A = B) + (B = C) = (A = C) o equivalencias aditivas (Ia+Ib+Ic = III, etc.) si se trata de objetos cualitativamente homogéneos (barras y placas de latón), pero fracasan al efectuar las mismas composiciones cuando interviene un objeto de distinta densidad (composiciones heterogéneas). En otras palabras, saben cuantificar la materia (y por consiguiente el peso si es proporcional a la cantidad aparente de materia), pero son todavía incapaces de componer lógicamente y de cuantificar las relaciones de peso, cuando éstas no son proporcionales a la cantidad aparente de materia, sino que califican cuerpos de densidades diferentes. Veamos ejemplos empezando por un caso intermedio:

MAN (5,4). Prevé en principio, que Ia = Ib = Ic =Id, pero, cuando coloca sobre un platillo Ia e Ib paralelamente uno del otro y sobre el segundo platillo Ic e Id perpendicularmente duda: *aquí* (Ia + Ib) *pesa más.* Después prevé que *pesan igual.* A continuación, después de los ensayos que explicaremos, le preguntamos esto (III) y esto (Ia + Ib + Ic) ¿pesan igual o no? *Igual.*

Por el contrario, cuando después de haber declarado que Ia y el plomo loca sobre un platillo Ia e Ib paralelamente uno del otro y sobre el segundo peso, pero niega que Ib = Pb. ¿Por qué no? — *Porque éste* (Ib) *es de hierro, pesa mucho.* Después para (Ia + Ib) y (Ic + Pb), Man dice: *El primero pesa más* (Ia + Ib): *tiene dos cosas largas que pesan más, y en el otro pesa menos, porque tiene uno largo y uno pequeño.* Pero un momento después cree (Ic + Pb) más pesados *por el cuadrado* (trozo de plomo).

CLA (6,6). Comprueba la igualdad entre las barras azul y negra, después entre la negra y la roja: *Es igual.* — ¿Qué falta por pesar? — *La roja y la azul pesarán igual.* — ¿Por qué? — *Porque una está aquí* (la azul a la izquierda) *y la otra allí* (la roja a la derecha) *y porque...* (desplaza la negra, una a una, marcando con este gesto que si A = B y B = C ¡entonces la negra B asegura la igualdad de A y de C!)

Pero, pese a esta convicción en la deducción, Cla no llega a aplicar el mismo esquema operatorio a la composición de equivalencias de peso entre objetos heterogéneos: ¿Pesan igual este trozo de plomo y esta barra negra? — *La barra pesará más, es más larga.* (Pesa). *No, igual.* — ¿Y la barra negra y la roja? — *Igual.* — ¿Y el plomo y la roja? — *La barra es más larga, pesará más.*

Después de haber verificado que Pb es igual que cada barra de orden I, colocados (Ia + Ib) y (Ic + Pb): ¿Pesarán igual todavía? — *No, esto* (Ic + Pb) *pesa más, tiene una cosa grande y una larga.*

Gri (6,10). Las barras de orden I: ¿La roja y la azul pesan igual? — *Sí.* — ¿Por qué? — *Es el mismo tamaño.* — ¿Y la azul y la negra? — *Sí.* — ¿Y la roja y la negra (colocadas perpendicularmente)? — *Es igual.*

Y el plomo y esta barra roja? — *El plomo pesa más, porque aquí* (grosor) *es un poco grande.* — Pesa — *¡Ah no!, es igual.* — ¿Y esto? (barra azul y la roja? — *Igual.* — ¿Y el plomo y la azul? — *No, esto* (barra) *pesa menos.* — ¿Por qué? — *Porque el plomo pesa más.*

Bol (7 años). Consigue igualmente identificar las barras dos a dos (Ia = Ib) + (Ib = Ic) = (Ia = Ic), pero sin solucionar positivamente la prueba ni con el trozo de plomo, ni con la piedra.

Cuando sobre un platillo se encuentra la piedra y sobre el otro una barra, Bol pesa y dice: *¡Oh! es igual.* — Mira, ahora voy a añadir una barra a cada lado (las sostenemos en las manos). ¿Pesará todavía igual? — *Es igual, las dos barras, lo he visto antes: son igual de gordas. Y estos dos también* (la piedra y la barra ya colocada), *pero la piedra es más grande.* — ¿Entonces qué? — *Pesará más este lado* (piedra + una barra) *porque tiene una barra, y esto* (piedra) *es pesado.*

Después de haber comprobado que el plomo es igual a cada una de las barras, colocamos sobre un platillo Ia y sobre el otro Pb: ¿Entonces la barra y el plomo pesan igual? — *Sí.* — Mira, ahora, ves, añado una barra a cada lado (Ib y Ic) [por lo que (Ia + Ib) y (Ic + Pb)]. ¿Cómo será ahora? — *Aquí, donde está el plomo, pesará más.*

Rod (8 años): ¿La barra roja y la azul? — (Pesa) *Es igual.* — ¿Y la roja y la negra? — *También.* — ¿Entonces qué? — *Las tres son iguales.*

¿Y el plomo y la barra azul? — *El plomo pesa más, porque no es de hierro.* — Pesa. — *Es igual.* — ¿Y el plomo y la roja? — *El plomo pesa más.* — ¿Por qué? — *Es distinto que el hierro.* — ¿Y la azul y la roja? — *Es igual.* — ¿Y cuando has pesado el plomo y la azul? — *Igual.* — ¿Entonces el plomo y la roja? — *El plomo pesa más.* — Prueba, pésalo — *¡Ah!, es igual.* — ¿Y el plomo y la negra? — *Es igual... No, el plomo pesa más que el hierro.* — Prueba — (Pesa). *¡Ah! Pesan otra vez igual.* — ¿Y (Pb + roja) y (negra + azul)? — *Aquí* (Pb + Roja) *pesa más, porque el plomo pesa más que el hierro.*

Estas son las reacciones de este segundo estadio. En primer lugar vemos el progreso que marca sobre el precedente: mientras que los sujetos del primer estadio son incapaces de toda composición deductiva, éstos consiguen de entrada obtener (A = C) de (A = B) y de (B = C) en el

caso de barras homogéneas, incluso cuando éstas están pintadas o dispuestas de manera diferente y efectuar las adiciones Ia+Ib = IIa, etc.

Acerca del primer punto, Cla y Rond son particularmente claros y nos dan por vez primera la imagen de una deducción. Incluso antes de comparar la barra roja y la azul, Cla que acaba de ver que las dos igualan a la negra, dice que faltan «la roja y la azul: será igual», y para probarlo, indica con un gesto que la negra constituye su medida común. En cuanto a Rod, en seguida formula, después de haber visto A = B y B = C que «entonces las tres son iguales». Pero por interesante que sea este paso de la asimilación perceptiva a la deducción, es necesario remarcar que únicamente el color y la posición diferencian las tres barras: estamos, pues, todavía muy cerca del dominio perceptivo, puesto que la composición puede fundarse sobre la forma y las dimensiones abstraídas así de las otras cualidades, y no se refiere, pues, de hecho, más que a la cantidad de materia y del peso que le es proporcional.

En cuanto a las primeras composiciones por adición, vemos, por ejemplo, que Man identifica III a Ia+Ib+Ic, etc., mientras que los sujetos del primer estadio fracasaban al establecer equivalencias aditivas tan evidentes. Pero de nuevo, si el progreso es notorio, no podemos exagerar su valor, puesto que es esencialmente relativo a las dimensiones y por tanto, a la cantidad de materia.

¿Qué ocurrirá, en efecto, cuando el peso cese de ser proporcional a la cantidad de materia y cuando se trate de establecer equivalencias, simples o aditivas, entre pesos, es decir, entre los pesos de objetos de densidades diferentes? Esta composición entre objetos cualitativamente heterogéneos se manifiesta todavía imposible, y ello incluso aunque el niño verifique sin cesar, él mismo, la equivalencia de pesos.

En efecto, si sustituimos una de las tres barras por el plomo, la piedra, o cualquier otro objeto de igual peso, pero ajeno al sistema del material de latón, el niño de este estadio, es incapaz de aplicar a este objeto el razonamiento que acaba no obstante de hacer sobre las mismas barras. Los casos de Cla y de Rod son, de nuevo aquí, particularmente interesantes, puesto que después de haber formulado el esquema operatorio (A = B) + (B = C) = (A = C), estos mismos niños son absolutamente impotentes para generalizarla a esta nueva situación. Incluso en seguida de la comprobación con la balanza de que el plomo pesa exactamente igual que una de las barras, repiten obstinadamente, cada vez que les pedimos la comparación con una nueva barra, que el peso será dife-

rente. Man y Cri reaccionan de la misma manera, pero Cri pone en evidencia la causa de esta oposición entre las composiciones heterogéneas y las composiciones que se refieren únicamente a las barras: en el caso de las barras, en efecto, si A = C cuando A = B y B = C, es, dice Cri porque «es el mismo tamaño», mientras que en el caso del plomo, las dimensiones no son comparables: «Aquí (grosor) es un poco grande». Vemos de forma suficiente hasta qué punto las composiciones entre el peso de las barras constituyen en realidad composiciones de cantidad de materia, mientras que las que le proponemos entre objetos heterogéneos son en verdad las únicas composiciones de peso. Podríamos, es verdad, para explicar el fracaso de estas últimas, invocar una falta de memoria por parte del niño que espera que el plomo pese siempre más y que olvidaría así la verificación contraria que acaba de hacer: pero el caso de Rod demuestra suficientemente, cuando dice por ejemplo «es igual... No, el plomo pesa más que el hierro» que no se trata de un lapsus de memoria, sino de un conflicto entre la lógica y el sentido íntimo. ¡Y el conflicto acaba simplemente con el triunfo de la cualidad subjetiva sobre la composición lógica cuantificante!

En cuanto a la experiencia de la composición aditiva de objetos heterogéneos, es evidente que el niño de este estadio fracasa con ella *a fortiori*. Incluso después de haber verificado la equivalencia del plomo y de cada barra, es suficiente con que el sujeto vea de nuevo este plomo en un sistema nuevo, de cuatro unidades, para que se persuada una vez más de que el plomo pesa más (o menos) y de que por tanto el platillo sobre el que está colocado será en su totalidad más pesado. En algunos casos hemos simplificado la presentación de la prueba y, en el momento en que el niño acaba de controlar sobre la balanza la igualdad del peso del plomo y de una barra, nos limitamos a añadir una barra a cada lado: incluso así, Bol se niega a admitir la equivalencia total. En el caso de la piedra (A) y de una barra (B) en equilibrio con otras dos (C y D), Bol llega incluso a decir explícitamente A = C y B = D, pero (A+B) ← (C+D): *las dos barras son iguales, y estas dos también..., entonces pesará más este lado.* ¡No sabríamos llevar más lejos el desprecio de la composición lógico-aritmética!

En resumen, en el curso de este segundo estadio comprobamos que existe una diferencia fundamental entre las composiciones de objetos homogéneos (de igual densidad), que se resuelven positivamente, bajo su doble forma de coordinación de equivalencias simples y de adición de tér-

minos equivalentes, y las composiciones entre objetos heterogéneos (de densidades diferentes), que fracasan en estas dos formas. La razón de ello es, tal como hemos visto, que en realidad las primeras consisten en composiciones de cantidades de materia, los pesos, en este caso, son simplemente proporcionales a estas cantidades, mientras que las composiciones del segundo tipo son las únicas que podemos considerar como composiciones del propio peso. Estos hechos confirman así, de modo sorprendente, los que habíamos podido observar en el curso de las pruebas descritas en el capítulo noveno: cuando intenta confeccionar una bolita de arcilla de igual peso que un tapón grande, el niño de este segundo estadio llega a hacerla más pequeña, porque sabe disociar el peso de la cantidad de materia, pero cuando se trata de encontrar el peso de medio tapón, o de un cuarto, no consigue cortar su bolita en dos o en cuatro, por carecer de composición o de cuantificación del peso.

La consecuencia de esta oposición entre los dos tipos de composición es, en efecto, fundamental en lo que concierne a la cuantificación: podemos decir, en una palabra, que a nivel de este segundo estadio, la materia es ya cuantificable, mientras que el peso no lo es más que en el nivel precedente. Si la cuantificación métrica se debe, como lo admitimos después de nuestras investigaciones precedentes sobre la génesis del número, a una síntesis operatoria de la seriación y de la equivalencia (o, si se prefiere, de la relación asimétrica y de la clase), es fácil explicar este desfase. En cuanto a la cantidad de materia, el niño de este nivel sabe ya ordenar tamaños o grosores, y cuando le presentamos, para estudiar las equivalencias correspondientes, un sistema de recipientes y de líquidos a transvasar, soluciona con éxito todas las pruebas análogas a las que acabamos de analizar en nuestras composiciones de barras y de placas de latón: [5] por la síntesis de estas ordenaciones y de estas igualdades alcanza pues el número, y la medida de la cantidad en general, es decir, de la sustancia. Por el contrario, al igual que fracasa al establecer equivalencias entre pesos (composiciones heterogéneas) tal como acabamos de ver fracasa también todavía a nivel de este segundo estadio, al seriar pesos desiguales (capítulo décimo) y ello por las mismas razones: en los dos casos, consigue establecer relaciones perceptivas tales que A = B; B = C; C = D, etc., o A←B; A←C; C→D, etc., pero no consigue coordinarlas operatoriamente en (A+B) = (C+D) ni en A←B C←D porque razona por parejas

5. PIAGET y SZEMINSKA, *loc. cit.* Cap. X.

yuxtapuestas o mezcladas y no llega tampoco a obtener (A = C) de (A = B) y (B = C) ni a seriar dos relaciones en el orden A←B y B←C y no A←B y A←C. Si, en el curso de este estadio, los pesos no pueden ser ni seriados operatoriamente ni relacionados en equivalencias componibles transitivamente, es evidente que no pueden ser cuantificados métricamente y que permanecen en el estado de cualidades egocéntricas y fenomenistas. Así, el niño consigue en las composiciones heterogéneas considerar cada objeto como una unidad de peso. Por ejemplo, Cla que, en el caso de tres barras solas las considera como unidades intercambiables, se niega a comparar (Ia+Ib) a (Ic+Pb), porque, en este caso «hay una cosa grande y una larga», es decir, que el plomo y la barra Ic no pueden ser consideradas como dos unidades y no son comparables.

Es imposibilidad de cuantificar el peso, junto a la composición terminada de la noción de cantidad de materia, que caracterizan este estadio convergen también con todo lo que vimos del mismo nivel, tanto a propósito de la conservación simple (capítulos primero y segundo) y corpuscular (capítulos cuarto y séptimo) como a propósito de las relaciones entre el peso y la materia en el caso de densidades diferentes (capítulos octavo y noveno).

3. EL TERCER ESTADIO: ÉXITO EN LAS COMPOSICIONES HETEROGÉNEAS Y CUANTIFICACIÓN INTENSIVA Y MÉTRICA DEL PESO

El tercer estadio, por último, marca la aplicación al peso de los esquemas operatorios de equivalencia simple y aditiva. Pero este descubrimiento no se hace en bloque y, para señalar las etapas, es conveniente distinguir dos subestadios III A y III B. Durante el primero, el sujeto llega a la solución correcta por un método todavía semiintuitivo y semioperatorio, reconocible por la existencia de frecuentes vacilaciones. Cuando en la composición simple (A = B) + (B = C) = (A = C) dos de estos términos son homogéneos, y hay ya deducción inmediata, pero se ve facilitada por la equivalencia intuitiva de estos dos términos. Por el contrario, cuando los dos términos de la composición simple son heterogéneos entre ellos, o cuando la composición aditiva se refiere a dos términos de los que uno al menos es heterogéneo a los otros, hay todavía vacilaciones. Durante el

segundo subestadio III B, por el contrario, todas las composiciones son inmediatamente deductivas.

Veamos ejemplos del subestadio III A empezando con un caso de transición entre el estadio precedente y éste:

CHA (6,10). Empieza por identificar las barras después de haber apretado dos, una contra otra: *¡Es así* (superposición), *mire!* — ¿Y esto? (Pb y Ia) — *El plomo pesa más.* (Pesa) *No, es igual.* — ¿Y esto? (Ic y Pb) — *La barra pesa más* (Pesa). *No sé por qué, es igual.* — ¿Y esto? (Ic y Pb) — *¡Ah!, es igual, porque esta barra y esta barra son iguales, mire.* — ¿Y esto? (Pb y Id) — (duda) *Es igual, escuche, lo he visto porque esto* (Id) *es igual que esto* (Ib y Ic).

¿Y si yo pongo en este lado (Pb + Id) y en el otro (Ia + Ib)? — *Esto* (Pb + Ic) *pesa más porque el plomo es más pesado.* — Le enseñamos Pb y una barra, presentándolo sencillamente aparte. — *Es igual.* — (Colocamos de nuevo los cuatro objetos) — *Esto* (las dos barras) *pesa más, porque son dos y esto uno.*

MUR (6,11). ¿(Pb y Ia)? — *No lo sé.* — Prueba. — *Es igual.* — ¿Y con (Ib)? — *Es igual con todas, puesto que son todas iguales.* — ¿Y (Pb + Ia) y (Ib + Ic)? — *Esto* (Pb + Ia) *pesa más, porque el plomo es más gordo* (después admite que es *igual*).

BOD (7 años). La barra roja y la azul ¿pesan igual? — (Prueba). *Sí.* — ¿La roja y la negra? — *Sí.* — ¿Qué falta todavía? — *La negra y la azul: son iguales, porque lo hemos visto con la negra y la roja.*

¿La azul y el plomo? — *El plomo pesa más porque es casi igual que el hierro.* — Pesa. — *Pesa igual.* — ¿Y el plomo con la roja? — *Igual.* — ¿Por qué? Yo no estoy seguro — *Porque hemos visto en la balanza que el azul y el plomo son igual y antes habíamos visto que el rojo, el azul y el negro eran igual.*

Y ahora pondremos de este lado el azul y el rojo y del otro lado el plomo y el negro — *El plomo y el negro pesarán más porque el plomo pesa más. El plomo y el bastón negro no tienen el mismo peso. ¡Ah!, sí, pesan igual, es verdad. Pero esto pesará menos, el rojo y el azul: los dos bastones pesan menos.* — ¿Y el plomo con una de estas barras? (azul) — *Pesa igual.* — ¿Y si pongo el plomo y la azul a un lado y el negro y la roja al otro? — *Si hiciéramos una bola, sería igual: es más gordo el plomo, no puede tener la misma longitud.* (Bod se esfuerza, pues, espontáneamente en disociar el peso del volumen). — ¿Entonces (Pb + Ib) y (Ia + Ic)? — *Es igual.*

¿Y esta bola de arcilla y el plomo? — *Es fácil, el plomo pesará más.* (pesa) *¡He, es igual!* — ¿Y la arcilla y la barra azul? — *Será igual. No, la pasta pesa menos, lo hemos visto con el plomo. ¡Ah!, no, es igual.* — ¿Y (arcilla + plomo) o con (rojo + azul)? — *Es igual. Si fuera un poco más delgado* (= menos denso), *el plomo haría* (longitud) *el bastón, es lo que he dicho antes.* — Y (el rojo + azul) con (arcilla + plomo)? — *Es igual. Lo hemos visto antes* (igualdad término a término). — (Y (arcilla + azul) con (blanco y rojo)? — *Siempre igual.*

FRED (7 1/2). Admite para las barras que A = C si A = B y B = C. ¿Y

la azul y el plomo? — *La barra pesará más porque es más larga.* (Pesa) *¡Ah, es igual!* — ¿Y la negra y el plomo? — *Es también igual, porque la negra y la azul juntas es la misma longitud.* — ¿Y con la roja? — *Con todas igual.*

¿Esto (la roja + plomo) y esto (la azul + la negra)? — *Es igual. No, con la azul y la negra pesa más.* — ¿Por qué?— *Porque hay dos cosas.* — ¿Te acuerdas de la roja y el plomo? — *Sí, tienen el mismo peso.* — ¿Y (la roja + plomo) con (la negra + la azul)? — *No tienen el mismo peso. ¡Ah sí!, las barras es igual que el plomo.*

¿Y esta arcilla y la barra azul? — *La arcilla pesará más* (pesa). *Es igual.* — ¿Y esto (la azul + la negra) y (la roja + la arcilla)? — *Es igual, porque la roja y la arcilla tienen el mismo peso y la roja es igual que las otras barras.* — ¿Y (el plomo + la arcilla) con (la negra + la azul)? — *Hay dos barras y el plomo y la arcilla. Si pongo las dos barras en mis manos* (¡con el pensamiento!) *la negra es como el plomo y la arcilla como la azul. Pienso, entonces veo que es igual.*

TEL (7 1/2). ¿La azul y la roja? — (Pesa) *Es igual.* — ¿La roja y la negra? — *También.* — ¿La azul y la negra? — *La negra da la impresión de ser más grande, no es igual, porque pesan todas igual.* — ¿Y este plomo con la azul? — *Pesa más porque es más gordo* (Pesa) *No, es igual, porque esto* (la barra) *es largo y esto* (el plomo) *es gordo.* — ¿Y esto (rojo, etc.)? — *Es igual porque el azul y el plomo pesan igual, y la negra y la roja pesan igual.*

¿Y esto (la roja + la azul) con esto (el plomo + la negra)? — *¡Oh! También es igual, porque las barras tienen la misma longitud. No, me he equivocado, las barras pesan más.* — ¿Y (la azul + el plomo) con (la roja + la negra)? — *No es igual. El plomo es gordo y esto* (la azul) *es largo y al otro lado hay dos largos. Las barras pesan más.* — ¿Pero te acuerdas de cuando has pesado el plomo y la azul? — *¡Ah sí!, todo es lo mismo.* Con la arcilla y las barras Tel está seguro de las equivalencias aditivas.

CAS (7,11). ¿El plomo y la azul? — *El plomo pesa más* (pesa). *No, igual.* — ¿Y con la roja? — *Igual, con todas, porque las tres son iguales* — (Lo verificamos con la balanza) — ¿Y (el plomo + la negra) con (la roja + la azul) — *El lado del plomo pesa más, ¡segurísimo! Con el plomo es más pesado que con la barra!* — Pero cuando tú lo has pesado, ¿cómo qué era el plomo? — *Una barra. No, pesa más, es seguro* (pesa de nuevo el plomo y una barra, perplejo se calla rascándose los cabellos). *Sí, pesa igual.* — ¿Entonces todo esto (los cuatro objetos dos a dos)? — *Es igual. Habíamos visto antes con la barra y el plomo: tiene el mismo peso. Entonces, puesto que hemos colocado una barra con el plomo, debe tener el mismo peso.* — ¿Por qué? — *Porque el plomo vale una barra. Entonces dos barras con una barra y el plomo, deben tener el mismo peso.*

A continuación, Cas comprueba la igualdad del plomo con la bola de arcilla. Ponemos (plomo + arcilla) y (dos barras): ¿Pesan igual? — *Deberían de ser los dos iguales.* Después verifica la igualdad de la placa de carbón y del plomo: *Tienen el mismo peso, porque el carbón pesa poco y es grande y el plomo es pequeño y pesa más.* Pero cuando colocamos a un lado tres barras y al otro el carbón, la arcilla + el plomo, Cas niega el principio de la equivalencia: ¿Pesan igual? — *No, el carbón es el que pesa menos, menos que la arcilla y que*

el plomo, pero no menos que una de las barras. — ¿Entonces? — *Esto* (los tres objetos heterogéneos) *pesan menos porque la barra pesa más que el carbón, ¡ah!, no, pesan igual, es fácil de comprender.*

Quis (8,4). ¿La barra roja y la negra? — *Son iguales.* — ¿La azul y la negra? — *También.* — ¿Y la roja y la azul? — *Pesan igual porque la roja y la negra eran iguales y la azul y la negra también.* — ¿La azul y la arcilla? — *La arcilla pesa más* (pesa y se ríe). *Me he equivocado.* — ¿La roja y la arcilla? — *Igual, puesto que la roja es igual que la azul.* — ¿La negra y la arcilla? — *También.*

¿Y esto (Ia + Ib) con (Ic + arcilla)? — *Las dos barras pesan más.* — ¿Por qué? — *Aquí hay únicamente la arcilla y un trozo de hierro y aquí dos trozos.*

¿El plomo y esta barra? (Ia) — (Pesa). *Pesan igual.* — ¿Y esto? (Pb + Ia) con Ib y Ic)? — *Las dos barras pesan más.* — ¿Por qué? — *Igual que antes: aquí hay dos barras y aquí solamente una barra y un plomo.* — (Quitamos una barra de cada lado) ¿Y ahora? — *Pesa igual. Es como con la barra azul y el plomo ya lo hemos visto.* — (Colocamos de nuevo las barras) ¿Y así? — *¡Ah! es igual.*

¿Y esto (arcilla + plomo) con (dos barras)? — *Aquí* (dos barras) *pesa más.* — ¿Qué es lo que pesa como el plomo? — *Una barra.* — ¿Y cómo la arcilla? — *También una barra.* — ¿Entonces? — *¡Ah!, los dos platillos pesan igual.*

Estos casos de descubrimiento progresivo de la composición y de la cuantificación del peso nos parecen de un cierto interés no sólo para el objeto de esta obra, sino para la psicología de la cantidad en general.

Recordemos que los sujetos del estadio precedente no eran capaces de concluir de A = B y de B = C a A = C, cuando la composición se refería a objetos de densidades heterogéneas, es decir, sobre el mismo peso, mientras que el mismo razonamiento les era fácil cuando se trataba de objetos de igual densidad y la composición se refería, así, a cantidades de materia y a las mismas dimensiones de los cuerpos que debían ser comparados. Ahora bien, encontramos que, desde los inicios de este tercer estadio, el mismo esquema se aplica sin ninguna dificultad a dos barras homogéneas y a un objeto de densidad diferente (plomo, arcilla, carbón, etc.). Por ejemplo, después de reconocer que el trozo de plomo pesa igual que la barra azul, Mur concluye inmediatamente: «es igual con todas, puesto que todas son iguales». Bob comprende en seguida igualmente que la igualdad con el plomo se extenderá a todas las barras. Fred, Tel, Cas, y Quis son igualmente claros. Sólo Cha se equivoca una vez y tiene necesidad de verificar la igualdad con dos barras sucesivas antes de genera-

lizarla, por lo que su caso es todavía intermedio entre el segundo y el tercer estadio.

¿Cómo explicar este cambio relativamente brusco de actitud entre estos dos estadios y esta liberación de la deducción en relación a sus límites anteriores? Si comparamos estos datos a los que hemos establecido durante los capítulos primero a sexto, la situación es clara y puede formularse como sigue: en el nivel en que la cantidad de materia es la única que se conserva, mientras que el peso no es todavía una invariable (segundo estadio), el razonamiento formal por simple coordinación de equivalencias se aplica únicamente a la cantidad de materia (composiciones homogéneas) y no al peso como tal (composiciones heterogéneas), mientras que en la medida en que el mismo peso se ha convertido en invariable (tercer estadio III A y III B) da lugar, por primera vez, al razonamiento lógico de forma $(A = B) + (B = C) = (A = C)$. En otras palabras, mientras que el peso permanece una cualidad subjetiva, no se presta ni a las deducciones más elementales. Mientras no consiste más que en impresiones egocéntricas y fenomenistas, en efecto, no sirve de nada pesar los objetos sobre una balanza: no podríamos encerrar en la precisión de equivalencias objetivamente componibles una cualidad dependiente de factores tan fluctuantes como la fuerza de la mano que sopesa, o como la fuerza activa atribuida a los cuerpos que pesan. Por más que el niño vea, en la balanza, que el plomo equilibra la barra roja, y que la roja equilibra la azul, no quiere decidirse a admitir que el plomo equilibrará también la azul y prefiere pensar que si bien el plomo no ha pesado más que la barra roja, como podía esperar ¡éste se desquitará con la azul, si podemos hablar así! Al contrario, en la medida en que el peso es pensado bajo las especies de un invariable físico, no hay ninguna razón para no concluir que si el plomo equivale en peso a una de las tres barras iguales entre sí, equivaldrá a todas. La operación lógica que permite la coordinación de equivalencias aparece pues como estrechamente paralela a la operación física que construye los invariables y se tratará precisamente de analizar esta solidaridad.

A este respecto, las dificultades en la composición por adición son tan instructivas como el éxito de la coordinación de equivalencias simples, puesto que podemos así, seguir, paso a paso, el camino del agrupamiento lógico y de la cuantificación.

Notemos, en primer lugar, que el éxito final de la prueba de cuatro objetos repartidos en dos conjuntos no es igual en todos los niños de

este subestadio intermedio III A: el caso intermedio Cha fracasa completamente mientras que los otros alcanzan más o menos rápidamente el éxito. Pero, durante este subestadio todos los sujetos presentan una resistencia inicial a la composición aditiva (A + B) = (C + D) y esta resistencia no cede de golpe, vencida por una comprensión inmediata y definitiva, sino a través de diversas vacilaciones. Son éstas precisamente las que nos interesan para nuestro propósito.

Hay, en primer lugar, los sujetos que se manifiestan incapaces de pasar de la composición simple de equivalencias heterogéneas a la composición aditiva, pese a que comprenden perfectamente ésta en el caso de objetos homogéneos, es decir, de la cantidad de materia. Para ellos, en consecuencia, el peso del plomo es equivalente al de cada barra cuando las compara en una serie de relaciones de igualdad, pero deja de serlo cuando añadimos a cada miembro de una ecuación o a cada platillo de la balanza, una barra igual. Por ejemplo, Cha reconoce que el plomo «es igual» que cada una de las barras, pero cuando reunimos el plomo y una de ellas para compararlo a otras dos, la igualdad cesa «porque el plomo pesa más». Y al hacerle destacar su contradicción, responde que en un lado las barras «son dos y aquí una» como si el plomo no entrara en el cálculo. Igualmente Mur (quien dice del plomo «Todas las barras son lo mismo, puesto que son todas iguales»), empieza admitiendo que este plomo, añadido a una barra, rompe la igualdad con las otras dos «porque el plomo es más gordo».

A continuación tenemos el caso de los que vacilan largamente para alcanzar, a fin de cuentas, la solución justa. Bod es interesante para ilustrar la construcción de la unidad. Admite sin dificultad que si el plomo iguala a una de las barras, equivale a cada una de las otras, pero, una vez reunido con la barra negra «pesará más porque el plomo pesa más». A continuación recuerda la equivalencia término a término, pero no obstante se niega a abstraer las cualidades habituales del plomo: «Pesará menos que las dos barras». Por último ante la comprobación de la igualdad entre el plomo y una barra, se decide a hacer del primero una unidad como las otras, pero gracias a un razonamiento que le permite anular las cualidades diferenciables de este metal: si fuera menos denso, dice Bod, haría una barra de igual longitud («si fuera un poco más delgado, el plomo, haría el bastón»). Tranquilizado de este modo concluye que «es siempre igual». Fred, después de haber dicho que el plomo y las barras «es con todas igual» piensa primero que dos barras pesarán más

que una barra con el plomo «porque tiene dos cosas», es por tanto la primacía de la cualidad sobre la unidad numérica. Pero, y después de recordadas las equivalencias, alcanza la calificación numérica e incluso da un hermoso ejemplo, para el plomo, la arcilla y las dos barras de una sustitución generalizada: «si cojo las dos barras con mis manos, la negra es como el plomo y la arcilla como la azul..., entonces veo que es igual». Quis, después de las mismas dudas «aquí hay solamente la arcilla y un trozo (una barra) y aquí hay dos trozos (barras)», llega al mismo razonamiento por correspondencia, pero con nuestra ayuda.

Por último hay los sujetos que, como Cas llegan después de algunas fluctuaciones, a una solución definitiva proporcionando buenas razones a este éxito final. Cas, después de admitir que el plomo es equivalente a una barra «cualquiera, porque las tres son iguales», se niega no obstante al principio a creer que el plomo y la negra igualen a la roja y a la azul. Da para ello un motivo que formula de modo muy curioso y que demuestra claramente las dificultades propias al principio de este estadio para construir conjuntos: el plomo es equivalente a una barra en estado aislado, pero «el plomo con pesa más que una barra». Nada podría marcar mejor que esta oposición entre el plomo solo y «el plomo con» la resistencia de la cualidad intuitiva a la composición operatoria. Pero después de haber rehecho la medida de la equivalencia, Cas cambia sus posturas y expresa del modo más claro el principio de la cuantificación: «El plomo vale una barra, entonces dos barras con una barra y el plomo debe tener el mismo peso». Con seis objetos duda de nuevo, pero vuelve a la composición: «Pesa igual, es fácil de comprender».

Éstas son, en resumen, las reacciones propias a este subestadio intermediario III A. Vemos, así, que el niño se encuentra constantemente dividido entre dos actitudes. Por una parte, la evaluación subjetiva y egocéntrica de pesos, heredada de los estadios precedentes y según la cual el peso es relativo a nuestros sentidos: el trozo de plomo parece a la mano, y pese a todas las medidas, como más pesado que la barra de latón, o parece al ojo menos pesado puesto que es más pequeño, etc. Por otra parte, está la actitud lógico-aritmética que consiste en descomponer los pesos en equivalencias o en diferencias para recomponerlos según las dos lógicas de clase o de relación, o cuantificarlo reuniendo estas dos lógicas en una sola. Cuando la composición no supera el nivel de equivalencias término a término $(A = A') + (A' = A'') = (A = A'')$ o de diferencias término a término $(A \leftarrow B) + (B \leftarrow C) = (A \leftarrow C)$, la segunda actitud

tiende a triunfar sobre la primera. Pero si la composición supera estos límites elementales y exige un nuevo esfuerzo de coordinación, entonces inmediatamente reaparece la actitud más simple, que hace fracasar la segunda. Por esto, un mismo niño puede afirmar simultáneamente que el plomo equivale a una barra cuando están solos uno frente al otro, pero que «el plomo con» esta misma barra comparados con otras dos se convierte entonces en más o menos pesado. Hay pues todavía un conflicto latente entre la falsa lógica de la experiencia inmediata o del egocentrismo y la construcción reversible y operatoria y sólo después de una serie de vacilaciones se termina con la victoria de ésta.

Los dos problemas que se plantean a propósito de este subestadio III A son por tanto el saber por qué ciertas composiciones de equivalencias simples son más fáciles que otras o que las composiciones aditivas y como éstas se constituyen bajo su doble aspecto lógico y numérico.

El primero de estos dos problemas es fácil de resolver, puesto que reproduce exactamente lo que hemos ya encontrado a propósito del subestadio III A de composiciones desiguales (capítulo décimo). En efecto, durante este mismo subestadio el niño sabe también coordinar A←B y B←C en A←C, pero el método empírico y vacilante le es todavía necesario para ordenar dos a dos los cuatro términos A←B←C←D. La razón, hemos visto, está sin duda (puesto que se trata de las mismas operaciones para tres o cuatro términos), en que la seriación de tres términos ofrece una mayor facilidad intuitiva, dicho de otro modo, en que al nivel III A no es todavía totalmente operatorio, sino que presenta aún los aspectos de una intuición, rápida y articulada sin duda, pero no generalizable inmediatamente. La situación es la misma en el caso presente. Para admitir que si Pb = Ia y si Ia = Ib = Ic etc., entonces Pb = Ib = Ic, etc., es necesario ciertamente que el sujeto supere la actitud fenomenista y construya un sistema operatorio, tal como hemos visto anteriormente. Pero es evidente que el libre ejercicio de esta operación se ve facilitado por la equivalencia intuitiva de las barras. Es ya suficiente plantear el mismo problema con el plomo, la arcilla y el carbón, es decir, con tres objetos heterogéneos y ya no con dos objetos homogéneos de tres, para que las cosas se compliquen un poco. En el caso de las composiciones aditivas tan fáciles como (Ia + Pb) = (Ib + Ic) se añade, y en esto estriba el gran interés de la experiencia, que los términos reconocidos como equivalentes cuando los comparamos uno a uno, constituyen, a partir de ahora, conjuntos o totalidades que se trata de comparar pareja por pareja. Con-

secuentemente, el factor intuitivo que facilitaba la sustitución de Ib o Ic, etc., por Ia en equivalencia Ia = Pb, tiene, esta vez, un sentido contrario, ya que opone una totalidad homogénea (Ib + Ic) a una totalidad heterogénea (Pb + Ia) y, estos dos pares, al no ser juzgados equivalentes por estas razones intuitivas, nos dan la prueba de que las ambivalencias simples no eran pues totalmente operatorias, sino todavía en partes intuitivas. En otras palabras, el niño que admitía que el peso de un trozo de plomo puede ser equivalente al de una barra de latón, abstrayendo momentáneamente este peso de las otras cualidades en cuestión, alcanzaba entonces a reconocer también que será equivalente a todas las otras barras intuitivamente semejantes, pero el plomo, una vez incluido en un conjunto nuevo intuitivo, hace desaparecer las equivalencias y las cualidades ordinarias toman de nuevo su función anterior a la abstracción momentánea que las ha excluido: el plomo se convierte de nuevo entonces en «más pesado».

Esta actitud semiintuitiva y semioperatoria de los sujetos del subestadio III A permite seguir cómo se constituye la composición aditiva desde su doble aspecto lógico y numérico y cómo implica, pues, una cuantificación a la vez intensiva y extensiva.

La adición lógica, al principio, no es más que la reunión de elementos (por ejemplo Pb = A_1 y Ia = A'_1) en una clase $A_1 + A'_1 = B_1$ (o Ib = A_2 y Ic = A'_2 de donde $A_2 + A'_2 = B_2$) o de dos clases en una clase total, por ejemplo $B_1 + B_2 = D$. Esta reunión que se presenta naturalmente al principio con una forma intuitiva, se transforma en operatoria a partir del momento en que los elementos permanecen idénticos a ellos mismos sean cuales fueren sus distribuciones o, dicho de otro modo, a partir del momento en que la composición es reversible y en el que se da, en consecuencia la conservación del todo y de las partes. A este respecto, recordamos las razones de la no conservación del peso (capítulos segundo y quinto), que consisten precisamente en una no observación de estas condiciones de composición. Cuando los niños que acabamos de citar consideran que el peso del plomo, sea A, es diferente según que lo comparemos sólo a una barra o que esté incorporado en el conjunto B o D, razonan exactamente igual. ¿Cómo alcanzan la composición aditiva? Una vez más se trata smplemente de una coordinación progresiva de la operación directa $A_1 + A'_1 = B_1$ con la inversa $B_1 - A'_1 = A_1$ y con la idéntica $A_1 + O = A_1$, es decir, por una construcción reversible que permite pasar de una distribución a la otra sin contradecir las comproba-

ciones anteriores: «Es igual», como dicen Cas y Quis cuando han comprendido, porque «los he visto antes» o «es como antes». Encontramos aquí, sin más, el método 1 descrito al final del capítulo primero.

Pero ¿cómo pasa el niño de esta adición de partes a la composición numérica y por tanto a la cantidad métrica? Hay, en primer lugar, generalización de sustituciones posibles y, por tanto, de equivalencias, pero al interior de las clases B_1 y B_2 o D: «porque el plomo vale una barra —dice Cas—, entonces dos baras con una barra y el plomo deben tener el mismo peso». Pues, si hacemos abstracción de las cualidades de A_1 y A'_1 o de A_2 y A'_2 tenemos $A_1 = A'_1 = A_2 = A'_2$ de donde $A_1 + A'_1 = A_2 + A'_2$, es decir, $B_1 = B_2$.

Pero esta generalización de la sustitución que engendra así la unidad, recubre en realidad una organización nueva del agrupamiento operatorio de clases y de relaciones. Si $A_1 = A'_1 = A_2 = A'_2$ podemos compotener una clase B tanto de $A_1 + A_2$ como de $A_1 + A'_1$ o $A'_1 + A'_2$, etc., y cesa por esto mismo de ser una clase cualificada. Esto es precisamente lo que el niño se niega a hacer al principio: para él, las dos barras $A_2 + A'_2$ «son dos», como dice Cha, «y aquí ($A_1 + A'_1$) uno», es decir, que el plomo A_1 no es una unidad como las otras. Por el contrario, el número aparece desde que el niño admite que cualquier pareja es equivalente a cualquier otra, cualquier trio a cualquier trio, etc. Mas para llegar a eso, es necesario entonces que la sustitucón o «cualquier correspondencia» entre el 1 A y 1 A, 1 pareja B y otra pareja B, etc., que resultan de ello se acompañe de una seriación igualmente generalizada: si $\overset{a}{\rightarrow}$ marca el primer rango (= la diferencia de rango entre el primer A y O); si $\overset{a^2}{\rightarrow}$ es la diferencia de rango entre el A siguiente y 1 A; $\overset{b^2}{\rightarrow}$ la diferencia entre el siguiente y 2 A, etc., tenemos entonces $b = 2a$; $c = 3a$; etc. Estos rangos permanecen los mismos si invertimos los términos. Si el número y la medida constituyen, así, un sistema de unidades por sustitución generalizada, es, pues, por la fusión en un solo todo operatorio de la adición de equivalencias, propio al agrupamiento de clases y de la seriación de diferencias de rango propio al agrupamiento de relaciones asimétricas transitivas, las equivalencias o las diferencias siendo dos generalizaciones gracias a las sustituciones posibles entre los términos.

Examinemos ahora la terminación de esta construcción, a la vez ló-

gica y numérica en el curso del segundo de los subestadios del presente período o subestadio III B: todas las composiciones estudiadas aquí se efectúan en él sin vacilaciones ni repeticiones, incluso las que se refieren al peso de los objetos de diferentes densidades (composiciones heterogéneas).

Veamos ejemplos de este subestadio III B, empezando por un curioso caso de transición, en el cual observamos dudas para las deducciones elementales, después un brusco surgimiento del mecanismo deductivo que se aplica entonces inmediatamente a todo:

DEP (7,10). Comprueba que la barra roja equivale a la azul y ésta a la negra: ¿La negra tendrá el mismo peso que la roja? — *Parece que sea un poco más gruesa. Pesa más.* — ¿Que qué? — *Que la roja.* — ¿Pero la roja es como qué? — *La azul.* — ¿Y la negra es como qué? — *La azul.* — ¿Entonces? — (Pesa la negra y la roja). *Son iguales, ahora lo he visto.* — ¿Y la azul y la roja? — *¡Oh!, entonces deben ser igual: la roja es como la negra: después la azul igual a la negra, es igual que la roja.*

¿La roja y este plomo? — *El plomo pesa más* (pesa). *No, me he equivocado.* — ¿Encima de la mesa hay además otra cosa que pesará como el plomo? — *Sí, la negra, puesto que es como la roja; la azul también puesto que pesa como la negra y la roja.* — Mira: (roja y negra) y (azul + plomo). — (Reflexiona). *No sé cuánto será esto. Igual no, puesto que hay dos barras. ¡Ah sí!, me acuerdo de que el plomo es igual a la roja, y porque el plomo con la azul hace dos, entonces dos y dos es igual.* — ¿Y (negra + plomo) con (azul + rojo)? — *¿Usted cambia? No merece la pena, es siempre el mismo peso.*

¿Y esto (arcilla) con la azul? — (Pesa). *¡Es igual con la roja y la negra!* — ¿Y la arcilla y el plomo? — *Es igual, puesto que el plomo es como el rojo y la arcilla es como la azul, cuando lo hemos probado. Y puesto que la azul es igual a la roja, la arcilla es igual que el plomo.*

¿Y esto (arcilla y plomo) con (negra y azul)? — *Sí, esto* (arcilla y plomo) *es como dos barras.* — ¿Y si el carbón es como el plomo, entonces el carbón y el plomo juntos qué hacen? — *Como dos barras, como la azul y la negra.* — ¿Estás seguro? — *Sí, creo que sí, estoy seguro. No hemos probado el carbón y la negra, pero el carbón va con el plomo y el plomo con las barras cuando lo hemos probado.*

¿Puedes arreglar algo que pese como las tres barras? — (Pone la arcilla + el plomo + el carbón). *La arcilla la hemos probado con la negra y pesaba igual. El plomo igual a la azul; y el carbón puesto que es como el plomo, es igual a la roja. Entonces estas tres barras y las tres cosas juntas tienen el mismo peso.*

GER (9,6). ¿Esta barra azul pesa como la blanca? — (Pesa). *Sí.* — ¿Y la roja como la azul? — (Pesa). *Sí.* — ¿Y la roja y la blanca? — *Deben pesar igual puesto que juntas pesan lo mismo.* — ¿Y la blanca y el plomo? — *El plomo pesará más.* (Pesa). *¡Ah!, no.* — ¿Y la roja y el plomo? — *Será igual, puesto que la roja y la azul son iguales.*

¿Esto (blanca + roja) y (azul + plomo)? — *Es igual puesto que la blanca*

es como la azul y la roja y el plomo también. — ¿Y esta pasta con el plomo? — *Pesa menos.* (Pesa). *No, es igual.* — ¿Y esto (arcilla + plomo) con (azul + rojo)? — *No es igual. ¡Ah!, sí, igual. No, dos barras hacia dos cosas como esto* (ha cogido la arcilla en su mano). *Espere* (coloca la pasta en el lugar de una barra y pone, así, el plomo y una barra por un lado y la arcilla y la barra por el otro). *Así será lo mismo.* (Lo volvemos a colocar como antes). *Sí, es igual.* — ¿Cómo sabes que la barra pesa igual que la arcilla? — *Hemos pesado la arcilla y el plomo y el plomo pesa como una barra.*

¿Este carbón y la arcilla? — *Igual.* — Tomo tres barras sobre este platillo. Prepara en el otro algo que tenga el mismo peso. — (Pone la arcilla + el carbón y el plomo) ¿Podemos ponerlas de otra manera? — (Hace todas las sustituciones). *Es siempre igual.*

TIT (9,6). Después de haber solucionado positivamente todas las equivalencias simples: ¿Esto (azul + blanca) y esto (plomo + rojo)? — *Pesará igual. El plomo y la azul pesan igual y la roja y la blanca también. Por lo tanto será exacto.* — ¿Y si cambiamos (plomo contra blanca)? — *Es igual.* — Mira si la pasta iguala al plomo. — (Pesa). *Sí.* — ¿Por qué? — *Porque hay más pasta que plomo: pesa igual.* — ¿Y esto (dos barras) con (pasta + plomo)? — *Pesa igual porque la pasta pesa igual que el plomo y las barras.* — ¿Y si cambiamos de lugar? — *Es igual: el trozo de hierro vale el otro trozo de hierro y el plomo vale la pasta.* — ¿Y el carbón? — (Pesa). *Como el plomo.* — ¿Y esto (arcilla + dos barras) con (una barra + plomo + carbón)? — *Está bien. El plomo vale la cosa blanca, el rojo vale el azul y el carbón la pasta.* — ¿Puedes arreglarlo de otra manera? — (Hace todas las sustituciones). *Es siempre igual.*

LAR (10 años). Admite también todas las combinaciones, diciendo que *cada una* (cada objeto heterogéneo) *reemplaza una barra.*

Éstas son las reacciones finales de este desarrollo. Encontramos en Dep, al principio, un último caso de conflictos propios al subestadio III A entre la actitud de relación subjetiva y la actitud de composición subjetiva: Dep, en efecto, empieza negando la transitividad de la equivalencia, pero, desde que se persuade de ello («¡Oh! entonces deben ser igual»), elimina de golpe los elementos intuitivos, y aplica, a todo su esquema operatorio: empieza por generalizar la composición aditiva de cuatro e incluso de seis objetos para llegar a considerar cada uno como una verdadera unidad numérica: «el plomo con la azul hace dos entonces dos y dos es igual».

¿Cómo pues explicar esta victoria total de la composición deductiva, victoria que, durante el período intermedio III A no aparece en el sujeto más que después de una serie de ensayos previos, y que se afirma en principio en los sujetos del período III B, es decir, en los casos francos del tercer estadio? La primera hipótesis que nos viene al pensamiento es la de una especie de estructuración brusca sobre el modelo de la «Gestalt»

cuando los sujetos, al final del subestadio III A, afirman después de todas sus dudas «no, pesa igual, es fácil de comprender», o cuando, en el período precedente el niño dice: «deben pesar igual puesto que juntas pesan igual» (Ger) o «será exacto» (Tit) tenemos la impresión de una cristalización espontánea como en los cambios inmediatos de estructura perceptiva. Únicamente que si la asimilación propia a la deducción sustituye tal como lo ha demostrado Wertheimer a propósito del silogismo, un proceso que recuerda esta ejecución de «forma», es evidente, en el dominio que estudiamos aquí, que esta estructuración es el resultado de operaciones propiamente dichas, es decir, de reuniones (adiciones y sustracciones lógicas aritméticas), y de sustituciones, sean simples, o bien se den en el seno de conjuntos formados por adiciones. ¿Cómo, en efecto el niño descubre que A = A" si A = A' y si A' = A"? Precisamente sustituyendo con el pensamiento A" a A' en la igualdad A = A'. Pero esta sustitución, fundamento de la equivalencia, es una operación propiamente dicha, que el niño efectúa mentalmente o incluso en acciones: así, Ger, sorprendido por la comparación de las dos barras con el plomo y la pasta reunidos, suspende su razonamiento y permuta la pasta con una de las barras para facilitar su cálculo. Igualmente Tit y Lar se convencen, gracias a una serie de sustituciones reales que completan sus sustituciones mentales: «Cada uno sustituye a una barra», dice Lar, lo cual es exactamente la fuente de la equivalencia. Contrariamente a la reestructuración perceptiva que es el descubrimiento de «la buena forma» definitiva, la estructuración lógica es «formal» en un sentido muy distinto, que es el de la movilidad: la «buena forma» lógico aritmética es la del agrupamiento o la del grupo cuyas operaciones son todas a la vez reversibles, componibles entre sí y asociativas.

En las reacciones que acabamos de citar intervienen tres agrupamientos acabados; el agrupamiento preliminar de las equivalencias (o sustituciones), (A = A') + (A' = A") = (A = A"); el agrupamiento aditivo de las clases permite construir cualquier clase por reunión (+) o exclusión (—) tales que $A_1 + A'_1 = B_1$ o $A_2 + A'_2 = B_2$ etc., y por último el grupo de los números enteros, que permite considerar cada elemento equivalente como igual a todos los demás y, sin embargo, distinto. Pero ¿cómo estos sujetos pasan del agrupamiento aditivo de clase al grupo de los números? Se realiza, una vez más, generalizando la sustitución o introduciendo una equivalencia «cualquiera», por abstracción de todas las cualidades distintas del peso: como dice Ger después de esta sustitución

generalizada: «es siempre distinto», las unidades equivalentes son ya distintas únicamente en cuanto al orden de su correspondencia o de su enumeración.

4. CONCLUSIONES: OPERACIONES FÍSICAS Y OPERACIONES LÓGICO-ARITMÉTICAS.

Hemos terminado así, en lo que se refiere al peso, el estudio de los agrupamientos de operaciones seriales y de equivalencias, y conocemos ya, en lo que concierne a la cantidad de materia, estas composiciones lógicas, así como la cuantificación posible que resulta de su síntesis operatoria. Ha llegado, pues, el momento de analizar las relaciones que existen entre estas operaciones lógico-aritméticas y las «operaciones físicas» que hemos visto actuar en la elaboración de las invariantes reales de sustancia, de peso y de volumen.

Recordemos en primer lugar las definiciones. Las operaciones lógico-aritméticas son las de las clases (o reuniones de términos equivalentes) de relaciones asimétricas (o series) y de números, mientras que las operaciones físicas consisten en fraccionamientos, desplazamientos y en medidas por congruencia. Pero es evidente que las tres nociones que intervienen en cada uno de estos dos conjuntos de operaciones se corresponden término a término, las tres primeras hacen simplemente abstracción del espacio y del tiempo para reemplazarlos por la exterioridad y la sucesión deductivas, mientras que los tres segundos operan sobre la realidad espacio-temporal. Hay que hacer notar que esta distinción no equivale, en absoluto, a decir que las primeras operaciones se efectúen mentalmente y las segundas materialmente: se puede engendrar una clase construyendo un «montón» y una serie alineando los objetos en «hilera», haciendo al mismo tiempo abstracción en estos dos casos del espacio ocupado y del orden temporal de las operaciones ejecutadas sucesivamente; a la inversa, se puede fraccionar con el pensamiento un trozo de azúcar en «granos» y situarlos mentalmente en el espacio de un vaso de agua recordando que este estado de disolución es necesariamente ulterior, en el tiempo, al estado sólido inicial. El carácter común de estos dos tipos de operación es el de que ambas son acciones reversibles, y ésta es la definición misma de una operación, pero el que esta reversibilidad se traduzca o no en ges-

tos materiales y en transformaciones exteriores, no tiene nada que ver con la oposición establecida entre los dos tipos de composición operatoria: que sean o no de naturaleza espacio temporal. Dicho esto, queda entonces bien claro que estos dos conjuntos se corresponden término a término. ¿Qué es una clase lógica, y qué su repartición en subclases o en elementos componentes? Es un sistema de reuniones (aditivas o multiplicativas) y de separaciones (sustracciones o divisiones lógicas). Las operaciones físicas de fraccionamiento o de reconstitución del todo inicial no son otra cosa, pero transponiendo las composiciones en el campo espacio-temporal. ¿Qué son, por otra parte, la seriación y las relaciones asimétricas si no una yuxtaposición de diferencias, cada una de las cuales constituye así un segmento de la serie total? Y éste es, físicamente hablando, el equivalente exacto del sistema de emplazamientos y de desplazamientos. Por último, es evidente que los números corresponden a las unidades escogidas para medir y que su composición corresponde físicamente a las sustituciones hechas posibles gracias a las congruencias espaciotemporales. Los fraccionamientos y desplazamientos pueden considerarse de esta manera en su aspecto simplemente cualitativo y lógico (un cuerpo es entonces un conjunto de trozos que se pueden reconocer cualitativamente) o cuantificados gracias a la medida, la cual constituye a su vez una síntesis operatoria de los fraccionamientos y los desplazamientos, de la misma manera que el número es la fusión de la clase y de la relación asimétrica.

Pero, siendo esto así, las operaciones lógico-aritméticas no pueden tampoco considrarse como una «forma» en relación a las operaciones físicas que constituirían su «contenido» puesto que, por ejemplo, para fraccionar una bolita de arcilla en trozos y, sin embargo, comprender que el todo sigue siendo invariante (esta comprensión es precisamente lo que caracteriza el fraccionamiento en tanto que «operación», por oposición a una acción cualquiera de cortar o de romper), es sin duda necesario ser capaz de manejar la lógica de las clases o la de los números. Es así, al menos, como se representa a menudo la lógica formal, la cual construiría no solamente las formas más generales de composición, sino también las que se «aplican» a todas las demás, como un vestido se aplica al cuerpo humano. Notemos además que las nociones de la forma y del contenido del pensamiento son relativas, puesto que las operaciones físicas mismas, que según esta hipótesis serían el contenido de las formas lógicas, podrían ser concebidas ellas mismas como formas, en relación de su contenido ex-

perimental como tal: el fraccionamiento es una forma cuyo contenido es la bolita de arcilla que se presenta a la percepción; y el invariante de peso de todo fraccionamiento es otra forma cuyo contenido es el resultado de las verificaciones experimentales, es decir, de las pesadas hechas con la mano o con la balanza.

Nos encontramos así en presencia de dos tipos de problemas de relaciones de forma a contenido: el de las relaciones entre las operaciones lógico aritméticas y las operaciones físicas y el de las relaciones entre éstas (o según la solución adoptada para la primera cuestión) entre ambas y la experiencia. Estudiaremos el segundo de estos dos problemas en el capítulo próximo. Pero para poderlo analizar fructíferamente, hay que estar en posesión de una solución respecto del primero: precisamente de esto vamos a ocuparnos ahora.

Como se ha visto al final del capítulo noveno, se puede dudar, en lo que se refiere a la relación de las operaciones lógico aritméticas y de las operaciones físicas, entre tres soluciones. Según la primera, la construcción de la forma precedería y determinaría la del contenido, es decir, que las operaciones lógico-aritméticas se elaborarían antes que las operaciones físicas, y éstas deberían concebirse entonces como el resultado de una aplicación de la lógica a la realidad. A propósito de esta primera solución, y únicamente a propósito de ésta, se podría hablar con derecho de forma y de contenido, en el sentido clásico que los lógicos han atribuido a estos términos. O bien, por el contrario, la construcción del contenido determina la de la forma, y entonces, no solamente las operaciones físicas precederían a las operaciones lógico-aritméticas, sino que además la inducción experimental o más precisamente la experiencia inductiva sería la que constituiría su fuente común. Y finalmente, según la tercera solución, se podría admitir que ninguno de los tipos de operaciones precede ni determina al otro, sino que se construye paralela y sincrónicamente, debiéndose entonces concebir la inducción experimental como la composición física misma (o lógico-aritmética cuando se trata de inducciones o analogías relativas a clases, series o números), pero en vías de construcción y todavía sin terminar.

La primera hipótesis parece, a primera vista, la más verosímil. Se concibe mal *a priori,* porque la mente no es capaz de aplicar la lógica formal a las nociones de peso y de volumen antes de descubrir, por medio de las operaciones físicas, que el peso de una bolita se conserva si se alarga o se aplasta y que el nivel del agua se conserva elevado una

vez que el azúcar se ha disuelto. Parece, por el contrario, que se debe empezar por saber seriar pesos o concluir que el peso A es igual al peso A", si A = A' y A' = A", para poder en seguida construir las invariantes de peso de la bolita transformada en rulo o del azúcar disuelto dentro del agua clara. Pero la experiencia psicológica acaba de demostrarnos a lo largo de los capítulos décimo y undécimo que no es precisamente así, y que ni la lógica de las clases de Aristóteles, ni siquiera la de las relaciones de Russell, no podrían pretender impunemente preceder el trabajo de Galileo o de Lavoisier, puesto que no es posible constituir una lógica, ni una aritmética del peso antes de poseer su física.

¿Cuál es, en efecto, el significado de las investigaciones descritas en estos capítulos décimo y undécimo? Nos muestran, en primer lugar, y de manera general, que las mismas composiciones formales y propiamente lógico-aritméticas no se aplican a la vez a la materia, al peso y al volumen, de la misma manera que las operaciones físicas estudiadas en los capítulos primero-noveno tampoco lo hacen, pero se observa en los dos casos un desajuste sistemático entre la sustancia y el peso, después (como veremos en el capítulo duodécimo) entre el peso y el volumen. Evidentemente, las construcciones lógico-aritméticas y las construcciones físicas son, pues, paralelas y se van sincronizando entre sí a medida que se van generalizando a estos tres tipos de objetos, sin que las primeras precedan a las segundas. En segundo lugar, el análisis de la seriación (capítulo décimo) ha contribuido a aclararnos el por qué de estos desajustes: la materia, el peso y el volumen afectan diferentemente al sujeto tanto por sus modos de aprensión perceptiva como por las acciones que le son relativas, de tal manera que la noción del peso permanece durante más tiempo egocéntrica y fenomenista que la de la cantidad de materia y la del volumen físico todavía más que la del peso, de ahí el retraso de las composiciones operatorias, a la vez lógico-aritméticas y físicas, que hacen referencia a ello. En tercer lugar, y esto es todavía más sorprendente, el estudio de las composiciones de equivalencias de peso acaba de enseñarnos, durante el capítulo undécimo, que la ausencia de invariantes físicos corresponde a la ausencia de invariantes operatorios de orden lógico, en el sentido en el que Arnold Reymond ha podido definir el concepto como un «invariante funcional»:[6] en efecto, en tanto que el niño no considere el peso de un objeto como un invariante físico, no consigue componer

6. A. REYMOND, *Les principes de la logique et la critique contemporaine*, París, Boivin.

ni lógica ni aritméticamente las equivalencias de peso; no consigue ni siquiera reunir en conjuntos de dos o de tres los términos equivalentes y conservar así estas equivalencias a modo, no ya de constantes físicas, sino —y esto es lo más sorprendente—, de simples constantes lógicas, es decir, ¡de datos que siguen siendo idénticos a sí mismos o de premisas admitidas por el razonamiento! Así, A = A', pero si A' = A" entonces A no es igual a A", o sobre todo A = A', pero si A se une a A_2 y A' a A'_2 ¡entonces A no es ya igual a A'! Y en el capítulo siguiente comprobaremos lo mismo con el volumen, todavía con un desfase de un estadio con relación al peso, de la misma manera que estas composiciones de peso presentan el desfase de un estadio con relación a las de las simples cantidades de materia.

Podemos, pues, concluir: la hipótesis n.º 1, según la cual una elaboración de las composiciones lógico-aritméticas precede la de las operaciones físicas correspondientes y las determina como una forma determina su contenido, hay que rechazarla porque las primeras composiciones suponen las segundas tanto como la inversa. Razonar sobre los pesos implica la existencia de invariantes lógicas constituidas por nociones o relaciones de peso exentos de contradicción, de la misma manera que componer físicamente pesos implica la existencia de invariantes físicos de peso: pero estos dos tipos de invariante se dan conjuntamente y no pueden construirse independientemente una de otra, puesto que, para decirlo así, una representa el conocimiento axiomático y otra el conocimiento real y es difícil, antes de que los mecanismos formales hayan alcanzado un alto grado de generalidad, construir una axiomática antes que la ciencia a la que le corresponde.[7]

En cuanto a la segunda solución, que reduciría las construcciones lógico-aritméticas a las construcciones físicas y ambas a la experiencia, veremos durante el capítulo duodécimo cómo es imposible de aceptar, puesto que no sólo la inducción experimental constituye composiciones, sino que también las constituyen la lectura misma de la experiencia, siendo la verdadera experiencia, en efecto, una construcción que constituye lo contrario de la experiencia inmediata, de la misma manera que el «agrupamiento» es lo contrario del egocentrismo.

Sólo nos queda una interpretación adecuada, que es la tercera, según la cual las operaciones lógico-aritméticas y las operaciones físicas son soli-

7. Véase GONSETH, *Les Fondements des Mathématiques.* París (Blanchard), 1926.

darias, en un desarrollo común. Pero ¿cómo explicar este sincronismo? Y ¿hay que concebirlo como debido a relaciones de interacción o de paralelismo?

En cuanto al primer punto, nos permitimos recordar de qué manera, al concluir el capítulo precedente, consagrado a la cuestión de la seriación de los pesos, nos hemos visto conducidos a considerar el agrupamiento progresivo de las relaciones asimétricas o seriales de peso como una victoria gradual sobre el egocentrismo lógico inicial, para el cual el peso no es relativo, puesto que no es componible, sino que consiste en cualidades absolutas que dependen, en realidad, de la actividad propia o del yo. De una manera general, el agrupamiento lógico de un sistema de nociones o de relaciones tales que las de la materia, de peso o de sustancia, es pues una conquista sobre una forma correspondiente de egocentrismo y, por esta razón, pueden existir desajustes del uno al otro de estos sistemas según las relaciones que presente con el modo de percepción o de acción inmediata del que depende. Es fácil de explicar, pues, por qué todas las composiciones lógicas posibles no son contemporáneas y por qué su estadio final varía de un caso a otro. Pero ¿por qué estos desfases están sincronizados con los que se observan en el desarrollo de las operaciones físicas y de sus propias composiciones, como son la construcción de invariantes, el atomismo o los esquemas de compresión y de descompresión que explican las diferencias de densidad? La explicación es bien simple, y basta para comprenderla hacer referencia a los razonamientos que hacen los niños interrogados durante los capítulos primero-noveno, cuando intentan motivar sus creencias en la no conservación, ya sea de la sustancia, ya sea del peso o del volumen. Se ve, entonces, que el obstáculo permanente para la composición física y para la constitución de los invariantes es la apariencia de las cosas, es la experiencia inmediata perceptiva, en una palabra es el fenomenismo: es pues la realidad cualitativa tal como aparece antes de ser corregida por la razón, es decir, antes de ser completada por una construcción que «salva las apariencias (Σῶζειν τὰ φαινόμενα !), pero insertándolas en un universo del que ellas derivan, sin que la recíproca sea cierta. De la misma manera, por consiguiente, que el punto de vista del yo no desaparece en la composición lógica, pero una vez corregido se inserta a título de relación entre las demás posibles y esto gracias precisamente a la decentración de la acción propia bajo forma de agrupamiento; igualmente las relaciones aparentes no desaparecen en la composición física sino que, se insertan a título de

relaciones entre las otras, gracias a la corrección del fenomenismo y a su sumisión a las reglas de la experiencia racional. Pero hay más aún; el fenomenismo que ha servido de obstáculo para las composiciones físicas y el egocentrismo que retrasa la composición lógica, son, tal como hemos visto sin cesar, los dos aspectos de una misma ilusión: la apariencia o la superficie de las cosss sólo es una realidad para aquel que no sale de su propio punto de vista perceptivo y el egocentrismo no consiste más que en tomar por una realidad absoluta la que aparece a la propia percepción. La luna parece que nos sigue: ésta es una relación que se convierte en objetiva si se inserta dentro del grupo de los desplazamientos de las perspectivas; pero «la luna nos sigue realmente», es una creencia fenomenista que no podría formarse en el niño pequeño sin egocentrismo, o, también una creencia egocéntrica que no podría existir sin el fenomenismo. De la misma manera, cree que una bolita de arcilla pierde su peso al alargarse «porque la hemos deshecho», «porque ya no es larga», «porque es más delgada», etc. A la vez, es necesariamente, un egocentrismo lógico y un fenomenismo físico. No hay, pues, nada de sorprendente en el hecho de que el desarrollo de las operaciones físicas esté sincronizado con el de las operaciones lógico-aritméticas, con las mismas etapas y los mismos desajustes.

Pero ¿cuál es la relación que existe entre estos dos tipos de operaciones? ¿Son simplemente paralelas o hay una interacción? ¿Es necesario llegar a un invariante físico para razonar correctamente sobre la noción correspondiente o constituir invariantes lógicos para poder construir los sistemas físicos que les corresponden? El problema planteado de esta forma sería muy artificial, porque es evidente que existen relaciones lógico-aritméticas, es decir, extemporáneas, en toda construcción física, y relaciones espaciotemporales, luego físicas, en toda construcción lógica (reuniones, seriaciones, etc.), pero de las que se puede hacer legítimamente abstracción. El verdadero problema, es decir, el que hemos encontrado sin cesar, y en particular en el capítulo noveno, se plantea de la siguiente forma.

Una operación es una acción reversible. En el caso de las operaciones lógico-aritméticas, está claro, por ejemplo, que si se pueden reunir dos objetos en un solo conjunto $A + A' = B$, se podrá también volver a encontrar uno de los dos por medio de una sustracción $B - A' = A$ si, por otra parte, los fraccionamientos y desplazamientos constituyen operaciones físicas por oposición a transformaciones cualquiera, precisamente

porque permiten una reversibildad rigurosa, a pesar de legarse en un campo espacio temporal: se puede anular un fraccionamiento reemplazando (de hecho o con el pensamiento) los trozos en el todo inicial, o anular un desplazamiento volviendo al sitio de partida. Tal como hemos visto sin cesar a lo largo de esta obra, cuando el niño descubre la reversibilidad de estas transformaciones comprende su carácter operatorio y es capaz de composiciones explicativas: Por esta razón, por ejemplo, explica el proceso irreversible de la disolución del azúcar cuando concibe el trozo total como fraccionado en granos, que se desplazan en el agua conservando su sustancia, su peso y su volumen, pero pudiendo ser colocados de nuevo, como antes, por medio de una compresión en un nuevo trozo total, suma de estas partes, pesos y volúmenes elementales y que igualarían así al trozo inicial por medio de una reversibilidad operatoria.

Pero esta reversibilidad de las operaciones supone invariantes elementales y a la vez conduce a ellas. Desde el punto de vista físico, para que una bolita no pierda su peso total, una vez fraccionada en trozos, es necesario que éstos igualen su peso, sean cuales fueren sus combinaciones o sus desplazamientos. O bien, desde el punto de vista lógico, para que sea posible componer el peso de una barra A con el de un objeto A' y un todo B tal que la construcción sea reversible, es necesario que A asociado a A' guarde las mismas características que cuando A estaba solo. Hemos visto que el niño duda precisamente de la existencia de estos invariantes elementales, tanto como de la invariante total y esto por dos razones, una de las cuales proviene de sus ideas sobre la realidad (obstáculos de orden real, debidos al fenomenismo) y la otra de su dificultad de concebir la reversibilidad o de manejar las operaciones en tanto que reversibles (obstáculos de orden formal debidos al egocentrismo). En el campo de las operaciones físicas (véase por ejemplo el capítulo undécimo) le cuesta admitir que una fracción (mitad o cuarta parte) de una materia pese la mitad o el cuarto de toda, porque puede cambiar de propiedades con el fraccionamiento y el desplazamiento (obstáculo real); y por otra parte no está suficientemente habituado a la composición reversible para que su mecanismo operatorio triunfe en estas dudas (obstáculo formal). En el dominio de las operaciones lógicas, igualmente, acabamos de ver, a propósito de la composición de las barras, que a pesar de que el niño comprueba que $A_1 = A_2$ no está seguro de que $A_1 + X = A_2 + X$ (por ejemplo, el plomo iguala una barra, pero si se le añade una barra por cada lado esta equivalencia se rompe) y esto por una parte, porque

un cuerpo reunido a otro no aparece ya bajo el mismo aspecto intuitivo (obstáculo real) y por otra parte porque el sujeto no está en posesión de un mecanismo operatorio suficiente para considerar esto como un ilogismo (obstáculo formal).

¿De qué manera estos dos tipos de obstáculos —que se encuentran en el campo de las operaciones lógicas tanto como en el de las operaciones físicas— van a ser superados? ¿Será el mecanismo formal el que primará sobre las ideas falsas del niño relativas a lo real, o será la corrección de estas ideas la que permitirá a la composición formal realizarse? Éste es el verdadero problema de la relación entre las operaciones lógicas y físicas, tal como hemos visto ya en la conclusión del capítulo noveno. Pero no existe más que una respuesta posible a esta pregunta precisa: estos dos obstáculos se superan simultáneamente. No es la constitución de las invariantes lo que permite la reversibilidad de las operaciones ni a la inversa: las dos nociones surgen a la vez, la reversibilidad se constituye en función de invariantes hipotéticos y el éxito mismo de la composición demuestra en seguida su realidad. Por esta razón, la lógica formal no aventaja a la composición material, sino que ambas avanzan necesariamente paralelas una a la otra.

Pero entonces, las operaciones lógico-aritméticas y las operaciones físicas aparecen así como si fueran, en un principio, idénticas entre sí, con la única diferencia de que las primeras constituyen una regulación del mecanismo operatorio mismo y las segundas una regulación de sus resultados materiales o exteriores. A medida que avanza su desarrollo, se disocian y se diferencian, unas en la dirección de una lógica general de pensamiento, y las otras comprometiéndose en la construcción de un universo. Pero, en sus estadios elementales, todas las operaciones son a la vez lógicas y físicas. Antes de los seis o siete años, el niño sólo se representa los números como figuras, y los seres lógicos como si fueran objetos complejos cuya clase es el aspecto colectivo y la relación la estructura interior. Únicamente en el momento en que sobrepasa este nivel intuitivo para concebir las operaciones reversibles, el sujeto empiza a distinguir las opraciones físicas de las operaciones lógico-aritméticas: ambas constituyen en su mecanismo formal, exactamente las mismas transformaciones, pero las primeras se aplican al objeto como tal y a sus partes o a sus relaciones espaciotemporales internas, y las segundas, a las colecciones de objetos (clases), a las relaciones entre objetos concebidos como elementos de clases o entre clases (relaciones) o a ambos a la vez (número). Esta es

la única diferencia entre los dos tipos de operaciones y no sorprende que sus agrupamientos cualitativos o intensivos y las cuantificaciones numéricas o métricas sean siempre sincrónicas para las mismas realidades (sustancia, peso o volumen).

Pero si es así, se nos plantea todavía un último problema. Estas operaciones físicas constituyen, pues, una composición del mundo exterior. ¿Pero la realidad se presta a ella sin más? Pueden haber composiciones incompletas o de resultados alcanzados empíricamente antes de ser componibles. ¿Cuál es la relación que existe entre la composición física y lo que se llama corrientemente inducción experimental? Este problema de las operaciones y de las experiencias es el que nos falta examinar en el capítulo duodécimo.

CAPÍTULO DUODÉCIMO

LA COMPOSICIÓN SIMPLE Y ADITIVA DE LAS EQUIVALENCIAS ENTRE VOLÚMENES Y EL DESCUBRIMIENTO DE LA LEY DEL DESPLAZAMIENTO DEL VOLUMEN DE AGUA

El objeto de este capítulo final es doble: terminar el estudio de las composiciones lógico-aritméticas y analizar, en el caso de la ley del desplazamiento del volumen de agua, las relaciones entre la composición racional y la experiencia.

En lo que concierne a las composiciones lógico-aritméticas, para comprender la naturaleza de las «operaciones físicas», hemos intentado colocar éstas en paralelismo con las operaciones lógico-aritméticas que se refieren a la cantidad de materia, al peso y al volumen físico. En cuanto a la cantidad de materia poseíamos ya investigaciones anteriores relativas a la seriación y a las composiciones de equivalencias de cantidades continuas y discontinuas en general. Por otra parte, acabamos de estudiar en el curso de los capítulos décimo y undécimo la seriación y las equivalencias simples y aditivas de pesos. Falta analizar, pues, desde el mismo punto de vista, el volumen físico y éste es el primer objeto de este capítulo: a los volúmenes inmersos en el agua vamos a aplicarles exactamente las mismas composiciones que acabamos de utilizar para el peso, economizando así un capítulo sobre la seriación de estos volúmenes puesto que las dificultades que experimenta el niño en discernir y en componer sus equivalencias demuestran suficientemente cómo procede en vistas a sus di-

ferencias. Este primer aspecto del presente capítulo nos permitirá, así, controlar lo que acabamos de decir en lo que concierne a la relación de las operaciones físicas con las operaciones formales o lógico-aritméticas.

Pero un segundo aspecto de la cuestión de los volúmenes físicos se puede también evidenciar e insistiremos principalmente sobre este segundo punto, ya que nos conducirá a buscar la solución del problema que hemos dejado en suspenso en las conclusiones del capítulo precedente: el de las relaciones entre las operaciones racionales —físicas o lógicas— y la experiencia misma, es decir, de manera más general, el de las relaciones de la composición deductiva con la inducción experimental y el descubrimiento de una ley.

El mismo método del que nos hemos servido hasta el presente para permitir al niño la evaluación de los volúmenes físicos o el enunciado del principio de su conservación a igual concentración de materia, nos puede servir ahora de objeto de estudio para analizar simultáneamente las composiciones lógicas y la inducción de una ley. Este método, recordémoslo, ha consistido simplemente en sumergir los sólidos, cuyo volumen se trataba de determinar, en el agua de un vaso lleno en sus tres cuartas partes y en medir el volumen por medio de la diferencia de los niveles de esta agua antes de la inmersión y después de ella. Pero, desde el punto de vista de las nociones del niño, el fenómeno que hemos utilizado es de un gran interés en sí mismo. Su comprensión no supone únicamente, en efecto, la idea de la conservación del volumen del sólido sumergido, sean cuales fueren sus cambios de posición, etc., sino también y por igual, la conservación del volumen del agua desplazada por esta inmersión. Recordaremos que, para los pequeños no es el volumen del sólido sumergido el causante de la elevación del nivel del agua, sino el peso de este sólido, y esto durante los estadios en los cuales la cantidad de materia, el peso y el volumen están relativamente indiferenciados. Cuando sólo intentábamos estudiar la conservación del volumen de los sólidos sumergidos (de la bolita deformada, en el capítulo tercero o del azúcar disuelto en el capítulo sexto) hemos remediado lo que constituía entonces un obstáculo para nosotros, precisando que el agua sube a causa del «sitio» ocupado por el sólido y no a causa del peso de este último, y nos hemos limitado a preguntar si la bolita cortada en trocitos o deformada de diversas maneras ocuparía el mismo sitio. Por el contrario, ahora que se trata de estudiar la composición de las relaciones de volumen en sus relaciones con la inducción experimental, conviene examinar conjun-

tamente todos los datos del problema. Por consiguiente, si se considera simultáneamente el volumen del agua desplazada y el volumen del sólido sumergido —recordando que para los pequeños y durante nuestros tres primeros estadios la no conservación del volumen físico resulta de una inconsistencia de la materia, es decir, de una especie de pseudo elasticidad o de cambio de textura en el momento de cada deformación, la idea de que el nivel del agua se eleva en función del peso del sólido debe interpretarse como sigue: significa que el volumen del agua y el del sólido sumergido son el resultado de una especie de lucha, en la cual las fuerzas presentes son los pesos mismos. El agua intenta, por decirlo así, aplastar la piedra o la bolita, mientras que éstos tienden a empujar el agua. Por esta razón, la posición vertical o tendida del rulo colocado en el agua cobra una gran importancia: en uno de los casos tendrá más o menos fuerza que en el otro, y su volumen mismo se resentirá por consiguiente de ello, según que prime sobre el agua o lo contrario. El descubrimiento de la ley por la que el nivel del agua depende de los volúmenes de los cuerpos sumergidos y no de su peso, supone pues, un conjunto de condiciones muy complejas: la disociación de los pesos y de los volúmenes, la conservación del volumen del sólido y la del volumen de agua, y la composición a la vez física y lógico-aritmética precisa de todos los volúmenes en juego, sucesiva o simultáneamente, se comprende así porque hemos reservado el estudio de conjunto de este fenómenos para este capítulo final, durante el cual podremos estudiar, a la vez, el esfuerzo de composición de los volúmenes y el descubrimiento inductivo de la ley que traduce la subida del nivel por una relación entre el volumen sumergido y el volumen de agua desplazada: esta ley es precisamente el fruto de la victoria de las composiciones racionales sobre las preuniones egocéntricas y las ilusiones fenomenistas de la experiencia inmediata.[1]

El método a seguir, pues, sigue siendo paralelo al de las experiencias precedentes: estudio de las equivalencias simples y de las adiciones de términos equivalentes, y esto entre objetos homogéneos o heterogéneos desde el punto de vista de su forma o de su densidad. Para permitir al

1. Estudiamos, además, ya esta ley en *La causalité physique chez l'enfant,* pero desde un punto de vista distinto: el de la relación entra la previsión y la explicación. Aquí, por el contrario, seguiremos las etapas de la construcción de esta ley colocándonos sólo en el punto de vista de las operaciones lógicas y de su composición progresiva (y podremos así desarrollar lo que avanzamos con alguna temeridad en *Le Jugement et le Raisonnement chez l'enfant* pp. 240-243, siempre a propósito de esta misma ley).

niño verificar estas igualdades, después de que las haya previsto correctamente o no, nos servimos de dos recipientes alargados, exactamente iguales y que contengan la misma cantidad de agua (aproximadamente hasta los tres cuartos de la altura): estos dos recipientes constituyen el equivalente de lo que eran, en el capítulo precedente, los dos platillos de la balanza. El detalle de las composiciones que pedimos es el siguiente: 1) Equivalencias de volumen entre objetos de la misma forma y el mismo peso: tres cilindros de aluminio que se diferencian únicamente por su color rojo, anaranjado y negro (los designaremos, a partir de ahora, con las letras R, A y N). Es esencial, en particular, preguntar al niño si estas equivalencias de volumen siguen siendo independientes de las posiciones: ¿el cilindro tendido ocupará igual de sitio que vertical, etc.? 2) Equivalencias entre objetos de la misma forma y del mismo volumen, pero de pesos distintos: hacer comparar por ejemplo uno de los cilindros de aluminio con un cilindro parecido de latón o de plomo. 3) Equivalencias de volumen entre objetos, de pesos y de forma distinta: un rulo de pasta de modelar, una bola de cera blanca, etc. 4) Composiciones aditivas, lógicas o numéricas, entre unidades homogéneas: dos cilindros de aluminio se pondrán en equivalencia con un cilindro de doble altura, o tres clindros de orden I con un solo cilindro de orden III (de altura triple). 5) Composiciones aditivas, lógicas o numéricas, entre objetos heterogéneos comparados, de dos en dos, o de tres en tres.

Las respuestas dadas a estas preguntas permiten caracterizar cuatro estadios que corresponden a los cuatro estadios distinguidos en el curso de esta obra, y cuyos tres primeros corresponden a los tres estadios descritos en el capítulo precedente en lo que concierne a las composiciones de peso. Durante un primer estadio no hay composición ni simple ni aditiva y el niño sigue siendo incapaz de comprender la ley que rige la elevación del nivel del agua. Durante un segundo estadio, el sujeto consigue efectuar ciertas composiciones por equivalencias simples, sin que haya gran diferencia entre los objetos de pesos homogéneos y heterogéneos, pero estas composiciones no se aplican a los objetos de forma heterogénea y no proceden más que por analogía y no con necesidad lógica. Por el contrario, todavía existe una gran resistencia a las composiciones aditivas incluso ante objetos homogéneos. Además, en este nivel se observa un principio de disociación entre el factor peso y el factor volumen, es decir, un principio de elaboración de la ley del nivel del agua, pero sin formulación completa ni siquiera por inducción. Durante el tercer estadio se

desencadena el mecanismo formal: las composiciones por equivalencias simples se vuelven rigurosas, y dejan de ser solamente analógicas; se aplican a partir de ahora también a los objetos de formas heterogéneas y las composiciones aditivas se hacen posibles en los casos elementales, pero esta capacidad deductiva sigue esencialmente ligada, al principio de los interrogatorios, al factor peso (estas composiciones son así paralelas a las del tercer estadio del capítulo precedente); el peso y el factor volumen no se disocian más que a lo largo de las comprobaciones experimentales, de tal manera que la ley que rige la subida del nivel del agua sólo se descubre progresivamente durante el interrogatorio, permaneciendo la construcción de esta ley, pues, todavía inductiva. Durante el cuarto estadio, por el contrario, el factor volumen es inmediatamente disociado del factor peso, todas las composiciones pedidas se efectúan en términos de volumen y la ley se elabora deductivamente.

1. EL PRIMER ESTADIO: AUSENCIA DE COMPOSICIÓN Y AUSENCIA DE LEGALIDAD.

Los sujetos del primer estadio fracasan en todas las pruebas de composición, incluso en aquellas que conciernen únicamente los tres cilindros de colores distintos:

HAE (6,2). ¿Qué piensas tú que va a ocurrir si yo pongo esto (el cilindro A en el agua)? — *Llegará hasta aquí* (señala un nivel superior de agua) — (Se hace la experiencia en el recipiente I) — ¿Y si pongo éste (N) aquí? (recipiente II) — *Lo mismo.* — ¿Por qué? — *Porque lo que desciende hace subir el agua.* — ¿Por qué? — *Porque el peso va al fondo del agua y esto hace subir el agua.* — ¿Si pongo el negro en este recipiente y el rojo en el otro? — *El agua del rojo va a subir más arriba porque pesa más.* — ¿No pesan igual? (lo pesa) — *¡Ah sí!, subirá igual.* — ¿Y el rojo y el anaranjado? — *El agua sube menos para el anaranjado.* — ¿Por qué? — *¡Ah sí!, porque son igual de pesados.*

¿Pongo éste así (R tendido) y éste así (A vertical)? — *El agua sube mucho más para el rojo: ocupa más sitio.* — ¿Por qué? — *Es más grande.*

¿Y esto (el plomo)? — *¡Huy!, pesa más que los tres.* — ¿El agua subirá igual para el plomo y para el rojo? — *Más para el plomo.* — ¿Por qué? *Porque pesa más.* — Mira (experiencia) — *¡Oh!, es lo mismo.* — ¿Y si pongo el plomo y la negra? — *El agua subirá más para el plomo.* — ¿Por qué? *No, quizás lo mismo... no sube más arriba.* — ¿Pero no decías lo mismo?

No, más alto, porque yo sé que el plomo pesa más — (experiencia). — ¿Por qué es lo mismo? — ...

¿Y si pongo esto (A + R) en un vaso y esto (N + Pb) en el otro? — *Esto* (A + R) *sube muy alto, y esto* (N + Pb) *hace subir el agua más arriba.* — ¿Por qué? — *Hay dos y el plomo pesa más.* — ¿Y éste (A + R)? — *Hay también dos.* — ¿Hemos visto que (Pb = N)? — *Sí.* — ¿Entonces (Pb + N) y (R + C)? — *Esto* (Pb + N) *hace subir más el agua.* — ¿Por qué? — *Pesa más.* — Mira (experiencia). ¿Por qué es lo mismo? — ...

¿Esto (rulo de arcilla = Ar) y la roja? — *La roja hará subir más porque es de hierro.* — Mira (experiencia) — *Igual.* — ¿Y esto (Ar y N)? — *También lo mismo, no es éste* (N) *el que hará subir más, porque es más pesado.* (experiencia).

¿Y (Ar) y (Pb)? — *Es el plomo.* — ¿Hemos visto que la pasta es igual que qué? — *Que la negra.* — ¿Y el plomo? — *También lo mismo que la negra.* — ¿Entonces (Ar y Pb)? — *El plomo lo hará subir más porque pesa más.*

Ey (6,5). ¿Si se pone (A) dentro del agua? — *Subirá.* — ¿Y ésta (N)? — *Igual.* — ¿Y éste (el rojo que acaba de ver colocado al lado del anaranjado y comprobado que son iguales)? — *Subirá más alto.* — ¿Por qué? — ... — ¿Cuáles hemos visto? — *El rojo y el anaranjado.* — ¿Y antes? — *El negro y el anaranjado.* — Mira, pongo éste (N de pie) y éste así (A tendido) — *Éste no subirá lo mismo.* — ¿Por qué? — *Porque el que está en pie es más grande.* — Mira (experiencia) — *¡Ah! son los dos igual.*

Coge esto (cilindro de plomo). — *Es más grande* (grande = peso indiferenciado) — ¿Si probamos esto (Pb y R)? — *El agua subirá más para éste* (Pb) *porque pesa más.* — Mira (experiencia) — *Los dos son lo mismo.* — ¿Y esto (Pb y N)? — *Será como he dicho antes.* — ¿Por qué? — *Porque éste* (N) *es ligero y éste* (Pb) *más pesado.* — ¿Y el agua llegará hasta dónde? — (señala dos niveles diferentes). — (se hace la experiencia) ¿Y esto? (Pb y A) — *Uno hará subir el agua más y el otro menos.* — ¿Por qué? — *Porque éste* (Pb) *pesa más.* — ¿Qué hemos visto para (Pb y R)? — *Hemos visto que es igual* (se acuerda pues bien). — ¿Y esto? (R y A) — *Lo mismo.* — ¿Y esto? (Pb y A) — *Esto más* (Pb). — Míralo (experiencia) — *¡Ah sí!, es lo mismo.*

Se le hace todavía comprobar a Ey que el plomo desplaza el agua al mismo nivel que cada uno de los cilindros A N y R: Entonces mira, esto (Pb + N) en este recipiente y esto (R + A) en el otro. ¿Será lo mismo? — *El vaso se llenará con éste* (Pb + N). — ¿Por qué? — *El agua sube muy arriba para esto* (Pb + N) *porque es más pesado.*

Mira esto (Ar = rulo de arcilla). ¿Será lo mismo que el negro? — *No. La salchicha es más grande.* — Probémoslo (experiencia). — *Es lo mismo para los dos.* — Es curioso, ¿no lo hubieras dicho? — *No.* — Entonces mira, ¿la salchicha y la roja es lo mismo que la salchicha y la negra? — *Sí, lo mismo... no, más con la salchicha.* — ¿Por qué? — *Es más grande.* — ¿Y la roja y la negra, es lo mismo? — *Sí.* — ¿Y la salchicha con la roja? — *No, el agua sube más con la salchicha.* — Mira (experiencia).

¿Y si pongo esto (Ar) de un lado, y esto (R + A) del otro? — *El agua subirá más con la salchicha.* — ¿Por qué? — *Es más grande* (más largo que los dos cilindros).

¿Y éste (cilindro de orden III) subirá hasta dónde? — *El vaso quedará lleno* (experiencia). — Pon una goma (marcar el nivel). — ¿Y éste (el rojo) en el otro vaso? — *Hasta aquí* (pone un nivel muy bajo). — ¿Y esto? (R + A)? — (Señala un poco más arriba, pero sin ninguna proporción). — ¿Y esto (R + A + N)? — *Aquí* (más alto, pero muy por debajo del nivel del grande).

BRA (6,8). Comprueba primero la igualdad de niveles con los tres cilindros de orden I: ¿Por qué es lo mismo en todos? — *El agua sube igual porque* (acerca N y A) *son igual de grandes, mire.* — Bien. ¿Y si pongo el negro así (vertical) y el anaranjado así (tendido)? — *Cuando está de pie, hace subir más* — ¿Por qué? — ...

Se ponen los tres cilindros sucesivamente uno sobre otro. Para el primero señala el nivel que ha observado hace un momento, para dos señala demasiado bajo, después corrige su error en la experiencia, después para tres señala mucho más alto. Mira ahora (el cilindro III que se pone sobre la mesa de pie al lado de los tres pequeños superpuestos verticalmente). ¿Ves? — *Sí.* — ¿Hasta dónde va a subir el agua si pongo el grande dentro del recipiente y los tres pequeños en el otro? (Señala mucho más abajo para el grande). *Aquí* (los tres) *es más, porque hay tres, esto es más, y allí uno.* — (Experiencia) — *¡Ah!, es lo mismo, porque es igual de grande, el mismo peso.* — Y ahora (se sacan para cambiar los vasos), ves, yo voy a poner el grande aquí y los tres pequeños juntos (siempre superpuestos). ¿Cómo será? — *Será quizás el largo el que hará subir más, porque es largo.*

¿Y el rojo y esto (plomo)? — *El plomo es el que hará subir más, porque es pesado.* — (Experiencia). — *¡Ah no!, es igual.* — ¿Te acuerdas del rojo con el negro? — *Sí, igual, porque es igual de grande.* — ¿Entonces esto (Pb y N)? — *No es igual: esto subirá más alto aquí* (Pb), *porque pesa más* (experiencia). Entonces, si es igual, voy a poner de un lado esto (R + A) y del otro esto (Pb + N). — *No es igual, esto subirá más* (Pb + N) *porque de los dos hay uno que pesa más.* — (Experiencia). ¿Cómo lo explicarás? — *¿Es quizás el mismo peso?* — Toma (Pb y N) — *No.* — ¿Entonces? — ...

MAG (6,10). Reacciona igualmente. Notemos tan sólo sus reacciones a las composiciones aditivas: (R + A + N) superpuestos por un lado y éste (III) por el otro — *El agua subirá más con éste, porque es más largo.* — Mira (experiencia). — *Hacen subir igual, porque son iguales* (¡lo había visto pues antes!). — ¿Y así? (los tres pequeños colocados en montón horizontalmente) — *El agua subirá más con el grande.* — ¿Y así? (los tres pequeños superpuestos) — *Lo mismo, lo hemos visto.* — ¿Y así? (dos pequeños superpuestos verticalmente y el último colocado horizontalmente encima) — *No, no será lo mismo.*

Estos hechos son extremadamente sugestivos. Sin embargo, conviene antes de discutirlos, prevenir una posible objeción. El niño parte de dos ideas anteriores a la experiencia que se le presenta. Una es que el peso, el volumen y la cantidad de materia son prácticamente proporcionales unos a otros; la otra es que la elevación del nivel del agua es debida esencialmente al factor peso, los cuerpos más «grandes» (como dice Ey

para designar, ya el volumen, ya el peso, porque cree que estas propiedades son solidarias) son los más fuertes para empujar el agua hacia arriba. Sin corregirle ni explicarle nada (contrariamente a lo que hacíamos en el capítulo tercero para facilitar la evaluación de los volúmenes sumergidos), se presenta al sujeto una serie de hechos que ponen en relación únicamente los volúmenes unos con otros. La tendencia del niño ¿no será entonces, en lugar de encontrar la nueva ley que se le pide, justificar simplemente su idea, y el ilogismo continuo que observamos en esta respuesta no será debido sobre todo al deseo, propio a toda «lógica afectiva» de tener razón a pesar de todo? Nosotros no lo creemos porque tenemos mucho cuidado, al principio del interrogatorio, de no hacer formular al niño una hipótesis suya que tendría en seguida que defender o rechazar: sus presupuestos permanecen implícitos, constituyen simplemente un obstáculo de orden intelectual para el descubrimiento de la ley, y, como nunca se razona más que en función de una dificultad (sin lo cual la percepción directa o la memoria suplen al razonamiento) la situación que vamos a analizar ahora es enteramente normal.

Conviene, en esta discusión distinguir dos puntos: la cuestión de la composición lógico-aritmética como tal, y la de las reacciones a la experiencia o a la ley de la relación entre el nivel y los volúmenes.

En cuanto al primer punto, vemos que las composiciones más elementales son, inexistentes. En primer lugar, las equivalencias simples entre objetos homogéneos. Hae, después de comprobar que el cilindro anaranjado y el negro son equivalentes no está seguro para el negro y el rojo, después de haber comprobado sin embargo su igualdad de dimensiones; después, habiendo verificado la equivalencia negro igual a rojo, no concluye que rojo sea igual a anaranjado. Ey admite que el rojo y el negro tendrán el mismo resultado, y después de ver el rojo al lado del anaranjado, duda de que hagan subir el agua al mismo nivel. Seguramente si los tres cilindros no fueran de colores, en principio serían juzgados idénticos (como en el capítulo precedente las barras de latón no barnizadas), pero no en virtud de la composición $(A = A') + (A' = A'') = (A = A'')$: sino simplemente porque éstos no serían ya diferentes ni siquiera discernibles a la percepción.

A continuación, advertimos que basta cambiar la posición de dos elementos parecidos para que dejen de ser considerados como equivalentes desde el punto de vista de su acción en la subida del agua. Así, Hae, para un cilindro tendido y el otro vertical, dice: «el agua sube mucho

más para» (el que está enderezado) y en seguida da la explicación: «ocupa más sitio, es más grande». Ey cree igualmente que el vertical actúa más, «porque el que está de pie es más grande», y Bra: «cuando está de pie hace subir más». Hemos observado ya, en el mismo estadio (capítulo undécimo) que consideran que una barra de latón cambia de peso según esté situada paralela o perpendicularmente a otra. Pero la ilusión es mucho más fuerte en el presente caso, dura mucho más tiempo puesto que se encuentra hasta el curso del tercer estadio. Este hecho es fácil de explicar: no solamente el sujeto tiene que admitir que el peso del cilindro se transforma según la posición, dado que lo admite para las barras,[2] sino que se añade a esto, desde el punto de vista que nos ocupa aquí, que efectivamente nada permite a la percepción inmediata afirmar la constancia del volumen, cuando al enderezarse el objeto parece agrandarse, si no hay composición geométrica exacta del continente y del contenido como tales. Incluso si en general el niño admite la permanencia de la forma y de las dimensiones del objeto (lo cual no es seguro en estos casos excepcionales en los que el objeto está sumergido); sin embargo, el volumen mismo es una abstracción de orden muy superior. En tercer lugar, no sólo interviene el volumen del cilindro, sino también el del agua desplazada, la cual puede ser concebida como presionada con más o menos fuerza según la posición del cilindro que contiene. La reunión de estos tres factores es suficiente para explicar por qué la ilusión es mucho más tenaz en el caso presente que el de las barras.

En las equivalencias entre objetos homogéneos y un objeto heterogéneo, se observa la misma ausencia de coherencia que en las equivalencias simples, y esto en el plano puramente lógico. Por ejemplo Hae ve, contrariamente a lo que había previsto, que el plomo hace subir el agua al mismo nivel que el cilindro rojo: concluye en seguida, en lo que se refiere al negro, que el plomo hará subir el agua... todavía más. Sin embargo, él se acuerda perfectamente de la igualdad negro-rojo puesto que añade «quizás es lo mismo... no esto sube más arriba... porque yo sé que el plomo pesa más». Del mismo modo exactamente, Ey anuncia que el plomo primará sobre el rojo, puesto que comprueba la equivalencia, pero, en presencia del negro cree de nuevo que el plomo elevará el agua más y lleva su inconsciencia hasta justificar esta segunda afirmación diciendo: «Será como yo he dicho antes». Desengañado otra vez por los hechos, empieza

2. Por otra parte, una galleta erguida cambia de peso en el segundo estadio todavía (cap. II) de la evolución de las relaciones de peso.

de nuevo, por tercera vez, con el cilindro anaranjado. O es incapaz de lógica, o bien espera que la experiencia carezca de regularidad: pero está claro que estas dos posibilidades se reducen a lo mismo, siendo ambas lo que llamaremos la ausencia de composición. Bra, en efecto, comprueba que R = Pb y se acuerda bien que R = N «porque es igual de grande», pero a pesar de este lenguaje en términos de volumen, rechaza enérgicamente concluir que Pb = N, porque «no es igual: subirá más arriba aquí (Pb) porque pesa más».

En cuanto a las composiciones entre el rulo de arcilla y los cilindros, dan lugar a los mismos resultados, excepto que la ilusión contra la cual debe luchar el niño no es ya solamente del orden del peso sólo (el cilindro de plomo tiene la misma forma y las mismas dimensiones que los de aluminio), sino del volumen y del peso reunidos: el rulo de arcilla parece, en efecto, más grande pero más ligero. Ey, por ejemplo, espera que la «salchicha» haga subir el agua más que el cilindro rojo «porque es más grande». Pero después de comprobar la equivalencia, no deduce que habrá también igualdad con el negro y prevé de nuevo «más con la salchicha, porque es más grande». Se intenta entonces recurrir a la composición Ar = R; R = N, luego Ar = N, pero rechaza esta conclusión: «el agua sube más con la salchicha». Hae reacciona con el rulo como con el plomo: ¿Ar = R, entonces Ar = N? «También lo mismo..., no, es esto (N) lo que hará subir más, porque pesa más». Después de la experiencia, admite Ar = N, luego se acuerda de que Pb = N, pero rechaza concluir que Ar = Pb: «es el plomo el que hará subir más, porque pesa más».

En cuanto a las composiciones por equivalencias simples, vemos que las relaciones entre, no digamos todavía el volumen, pero el «volumen por peso» y el nivel del agua dan lugar exactamente a las mismas ausencias de composiciones, durante este primer estadio, que las relaciones entre el peso y la balanza: el niño sigue siendo incapaz de operaciones deductivas ni siquiera por equivalencia transitiva entre tres términos a partir del momento en que las composiciones pedidas chocan con una de sus preuniones: reconoce el mentís de la experiencia para el caso particular del que se trata en el momento, pero no saca ninguna conclusión para los casos posteriores, a pesar de ser enteramente iguales a este caso singular.

Con mayor razón, sigue siendo incapaz de composiciones aditivas de objetos homogéneos tanto como de heterogéneos. La experiencia del ci-

lindro grande (III) es desde este punto de vista interesante porque, contrariamente al material de las barras para la composición de los pesos, que está limitado forzosamente a elecciones simples entre unidades enteras, el dispositivo de los niveles permite al niño indicar gracias a sus propias graduaciones, la manera con la que prevé la relación entre el todo y las partes. Los sujetos de este estadio siguen siendo tan incapaces de composición que ni siquiera consiguen, cuando han indicado cierta diferencia de nivel que corresponde a la inmersión de uno de los cilindros pequeños, de prever el doble de esta diferencia para dos cilindros y el triple para tres. Imagina aún menos la previsión de que el desplazamiento debido al cilindro grande será igual a las tres elevaciones reunidas debidas a los tres pequeños. Por ejemplo, Ey no tiene en cuenta ninguna proporción entre los tres pequeños, como tampoco entre los tres superpuestos y el grande. Bra señala demasiado bajo para el segundo pequeño, después, habiendo comprobado su error, prevé demasiado alto para el tercero. Más aún, cree que los tres pequeños a la vez desplazarán más agua que el grande «porque hay tres». Después, habiendo reconocido su error, llega hasta imaginar que al cambiar los vasos, el resultado no será ya el mismo porque el grande «es largo». Mag razona de manera parecida «porque es más largo», después, habiendo comprobado la equivalencia rechaza el admitir que ésta se conservará si se apelotonan los pequeños horizontalmente.

Por último, las adiciones de objetos heterogéneos no proporcionan nada más. Si se reúne un cilindro de aluminio con el de plomo, o con el rulo de arcilla contra dos cilindros en el otro recipiente, es el plomo quien gana «porque pesa más», o la arcilla «porque es más grande».

Si éstas son las composiciones de las que se muestran capaces estos niños, es evidente que en este estadio siguen siendo enteramente ineptos para elaborar la ley de la relación entre el nivel del agua y los volúmenes sumergidos. No puede ser de otra forma, puesto que los dos comportamientos son no solamente correlativos, sino que incluso constituyen casi los dos aspectos complementarios de una misma realidad. En efecto, efectuar una composición lógica supone al menos dos condiciones: 1.ª, nociones o relaciones susceptibles de ser compuestas, es decir, no contradictorias y que no den lugar a conclusiones que se excluyan; 2.ª, poder sacar las conclusiones deductivamente, es decir, por medio de operaciones reversibles y sustituirlas por las afirmaciones subjetivas admitidas con anterioridad. Recíprocamente, la elaboración de una ley supone dos compo-

siciones al menos: 1.ª, nociones o relaciones objetivas, es decir, adaptadas a la realidad, por oposición a las preuniones de origen interno o egocéntrico; 2.ª, una sumisión a la experiencia considerada como regular por oposición al fenomenismo. Siendo así, vemos inmediatamente que las dos circunstancias que obstaculizan las composiciones que acabamos de considerar son precisamente las que se oponen también al descubrimiento de la ley: en primer lugar, el niño utiliza como punto de partida una noción global (peso x cantidad de materia x volumen) que es en realidad una preunión, no componible desde el punto de vista lógico, ni objetiva desde el punto de vista de los hechos, y en segundo lugar, no se fía en absoluto de la deducción, sino que vuelve, a cada nueva pregunta, a su opinión subjetiva preconcebida, y a su percepción fenomenista, lo cual le impide, al mismo tiempo, sacar partido de la experiencia real, incluso cuando ésta acaba de ser efectuada.

Las preuniones, primero. Conocemos bien, a través de los capítulos primero-noveno de esta obra, la noción de la cual se sirve el niño durante los primeros estadios para explicar la subida del nivel del agua; es la idea de que el peso es proporcional a la cantidad aparente de materia y al volumen, no estimado con precisión como un sistema de relaciones, sino evaluado globalmente por su grosor, y al mismo tiempo, la idea de que el peso es una fuerza activa y sustancial que, como dice Hae «va al fondo y hace subir el agua». Este peso indiferenciado se expresa en general por medio de las cualidades «grande» y «fuerte», pero hay que comprender de qué manera la noción global de «grande» es ya imposible de componer desde el punto de vista lógico. Esta noción, en efecto, designa sucesivamente los diferentes aspectos particulares por los cuales un objeto prima sobre los demás, lo que constituye ya una razón de equívoco sistemática; pero a esto se añade la idea de que el hecho de primar sobre un punto puede muy bien permitir a este mismo objeto una primacía sobre los demás. Por ejemplo, Ey dice que un cilindro vertical es «más grande» que el mismo horizontal; a continuación, que el cilindro de plomo es «más grande» que los cilindros de aluminio de las mismas dimensiones y en las mismas posiciones; después, finalmente, que el rulo de arcilla, largo y ligero, es «más grande» que un cilindro de metal. «Grande» significa, pues, ya el volumen, ya el peso, ya la longitud, lo cual es de por sí molesto, pero además es imposible saber si el niño piensa ya que un excedente de volumen debe acarrear una ventaja desde el punto de vista de la cantidad de materia y del peso, ya que un excedente de peso

debe implicar una mayor cantidad de materia que se traduce por la posibilidad de ocupar mayor espacio o de empujar mejor el agua. Se ve, pues, claramente que esta noción de «grande» constituye una preunión a la vez egocéntrica y fenomenista, puesto que, si la experiencia sugiere *a grosso modo* la proporcionalidad del peso y del volumen, también la desmiente continuamente: la noción utilizada por el niño es, pues, una especie de esquema global de lo pesado, de lo fuerte y de lo grande, noción a la vez muscular y visual (e incluso en parte social en la medida en que el peso y el tamaño de un compañero intervienen en las luchas cotidianas). Si esta preunión es incomponible desde el punto de vista lógico, es evidente que también es inepta para expresar una relación objetiva y para permitir la elaboración de la ley de los volúmenes de agua desplazados, y esto por la simple razón de que, para utilizarla, el niño se ve obligado a hablar alternativamente dos lenguas contradictorias, la del grosor en tanto que peso y la del grosor en tanto que volumen. Acabamos de ver un ejemplo con Ey, que emplea incluso la misma palabra. Pero los que no la utilizan están obligados también, para expresarse en términos de peso o de volumen, a traducir la misma prenoción precisamente en los dos sistemas a la vez: Así, Hae prevé primero que un cilindro hará subir más el agua que otro, porque «es más pesado», después, tras haber visto la igualdad, cree que el segundo primará al estar vertical porque «ocupa más sitio, es más grande». Bra invoca primero el «tamaño» como factor decisivo, después la longitud, después el peso, sin que naturalmente ninguno de estos términos excluya a los demás. Está claro, pues, que si estos equívocos significan desde el punto de vista de la composición, que una misma relación es tan pronto negada como afirmada, suponen, desde el punto de la ley, la consecuencia de que el agua pueda subir al mismo nivel por dos causas enteramente distintas, siendo una de ellas la inmersión de cuerpos voluminosos, pero ligeros y la otra la de objetos de pequeñas dimensiones, pero pesados.

En cuanto a la segunda condición para el establecimiento de la ley, que es la creencia en la victoria de la regularidad experimental sobre la apariencia momentánea, es también fácil de ver que no es realizable. Si los sujetos cuyas respuestas acabamos de transcribir se manifiestan incapaces de sacar conclusiones lógicas de los datos de una composición posible, presentan por otra parte un sorprendente desprecio de la experiencia, en el sentido de que el resultado de una experiencia particular no les parece en absoluto válido para la siguiente. Cuando Ey, por ejemplo, pre-

vé que el cilindro de plomo hará subir el agua más que el cilindro rojo, la experiencia se lo desmiente: pero cuando se compara el cilindro negro con el de plomo, advierte «será como yo he dicho antes» ¡entendiendo por esto que el plomo le dará, esta vez, la razón y que ahora hará subir el agua más puesto que no ha sido así la primera vez! Si existe ahí una incapacidad de sacar la conclusión lógicamente necesaria Pb = N de las premisas Pb = R y R = N, hay también, y es lo que tenemos que examinar ahora, una extraña «impermeabilidad a la experiencia», ¡puesto que el niño espera ver confirmada por una segunda prueba experimental la hipótesis que la primera prueba acaba de rechazar! Más aún, desengañado por segunda vez, espera que la tercera experiencia le satisfaga, a pesar de acordarse perfectamente de los resultados de las primeras. Podríamos reanudar así cada uno de los hechos citados y volveríamos a encontrar esta incapacidad de extraer la lección de la experiencia realizada. Además, hemos observado este mismo fenómeno en lo que concierne a la ausencia de conservación del azúcar (capítulo cuarto): en este mismo primer estadio, en efecto, el niño, que no cree en la invariabilidad sustancial, aunque compruebe perfectamente que el nivel del agua no desciende después de la disolución y que el peso permanece idéntico, no saca ninguna conclusión de esto en cuanto a la falsedad de sus hipótesis iniciales.

En resumen, la ausencia de nociones componibles y de capacidad de deducir están perfectamente aparejadas, en el curso de este primer estadio, con la primacía del fenomenismo propio a la experiencia inmediata y con la falta de sentido de la regularidad experimental. Por esta razón es por lo que en este nivel del desarrollo, el fracaso de la composición (tanto desde el punto de vista de las operaciones lógico-aritméticas como desde el de las operaciones físicas) se acompaña necesariamente de un fracaso en la elaboración de la ley: en efecto, el equivalente, para los comportamientos inductivos o experimentales, de lo que es la no composición en las conductas propias al razonamiento deductivo, no es más que la insensibilidad a las lecciones de la experiencia.

2. EL SEGUNDO ESTADIO: LOS PRINCIPIOS TRANSDUCTIVOS DE LA COMPOSICIÓN Y DE LA LEGALIDAD EXPERIMENTAL.

Durante el segundo estadio se asiste simultáneamente a un principio de composición para las igualdades simples, pero sin rigor deductivo y por simples analogías transductivas, y a un principio de disociación entre el peso y el volumen en el seno de la preunión de «grosor» lo que hace posible un principio de elaboración de la ley del desplazamiento de los volúmenes de agua. Veamos algunos ejemplos:

RAM (6,11). Cree que el cilindro A hará subir el agua igual que el N *porque es tan pesado el uno como el otro.* — ¿Y (R y A)? — *Igual.* — ¿Y (R y N)? — *Igual.* — ¿Y si yo pongo (R + N) superpuestos en el agua? — *Hasta aquí* (señala un nivel demasiado elevado, después rectifica). — ¿Y R + A + N)? — (Aproximadamente exacto) — ¿Y el grande (III) en el otro vaso? — *El agua sube más arriba, porque es el que pesa más de los tres. No, igual porque pesa igual.*

Toma esto (L = el cilindro de latón) y esto (N) — *El agua subirá más arriba porque pesa más que los demás.* — Mira (experiencia). — *¡Ah!, es lo mismo.* — ¿Y si pongo (R + A) en un recipiente y (L + N) en el otro? — *Subirá igual, ¡ah no!, igual no, porque* (L + N) *pesa mucho.* — Y (L) sólo, ¿cómo irá? — *Un poco más arriba.* — ¿Y (L) con (N)? — *Lo mismo.* — ¿Y (L + N) con (R + A)? — *Igual.* — (Experiencia) — ¿Por qué? — *Incluso cuando pesa más es lo mismo.*

Toma (Pb), ¿si se pone dentro de este vaso y (N + R) en el otro? — *El plomo pesa más que los dos juntos. Éstos* (N + R), *son más ligeros. El agua subirá menos.* — ¿Y el plomo con el negro solo (N)? — *El agua sube mucho más arriba con el plomo.* — (Experiencia) — *¿Oh!, es lo mismo.* — ¿(L) con (N)? — *Lo hemos visto igual.* — ¿Y (Pb) con (L)? — *El plomo hace subir más arriba porque pesa más.* — ¿Pero (Pb) con (N)? — *Igual.* — ¿Y (N) con (L)? — *También.* — ¿Y (Pb) con (L)? — *¡Ah!, lo mismo.* — ¿Por qué? — *Los dos son pesados.* — ¿Cuál pesa más? — *El plomo, pero hace subir igual.* — ¿Por qué? — *El otro también es pesado.*

¿Y esto (Ar) y (N)? — *Esto* (N) *irá más arriba.* — ¿Por qué? — *Porque la pasta pesa menos, el agua subirá menos.* — Mira (experiencia) — *Igual.* — ¿Y el plomo con (N)? — *Lo hemos visto, es igual.* — ¿Y (L) y (Pb)? *Igual.* — ¿Y (Ar) con (Pb)? — *Más arriba con el plomo.* — Mira (experiencia) — *Es igual.* — ¿Y (N + Pb) con (Ar + L)? — *Lo mismo.* — Por qué? — ... — ¿Pero cómo lo has sabido? — ... — ¿Y (Pb) con (Ar)? — *El agua sube más con el plomo porque la pasta pesa menos.*

PEL (6,10). ¿(R) y (N)? — *Harán subir el agua lo mismo porque son igual*

de grandes. — ¿Y si (R) está tendido y (N) de pie? — *El negro hará subir más el agua, porque hace más* (= actúa más) *por los dos lados* (señala la altura) *y esto pesa más* (!). — ¿Y (N) y (R) de pie? — *Subirá igual, es igual de largo.*

¿Y (Pb) con (A)? — *El plomo hará subir más el agua porque pesa más.* — (Experiencia) — *Es igual.* — ¿Y (A) y (N)? — *Igual.* — ¿Y (Pb) con (N)? — *El plomo hará subir más el agua, pesa más.*

¿Y (R + A + N) y (III)? — *El grande hará subir más arriba porque pesa más que los tres.* — Y así (los tres I superpuestos y III tendido)? — *Será lo mismo, porque es igual de grande.* — ¿Y (los tres III enderezados uno al lado del otro y III tendido)? — *El grande hará más, porque pesa más.*

GRA (7 años). ¿(A) y (R)? — *Igual.* — ¿Y (N) con (R)? — *Será lo mismo porque tienen el mismo tamaño.* — ¿Y (A) con (N)? — *No será igual porque no tienen el mismo tamaño* (los mira todavía). *¡Ah sí!, será igual.* — ¿Y (N tendido) con (A en pie)? — *El agua subirá más aquí* (A). — Mira (experiencia) — *¡Ah sí!, es igual.* — ¿Por qué? — *Es igual de grande.*

¿Y (A) con (Pb)? — *El plomo pesa más y éste* (A) *es un poco más ligero.* — ¿Y entonces? — *Subirá igual, porque son igual de grandes.* — ¿(Pb) y (N)? — *También, porque son igual de grandes.* — ¿Y (A + N) con (R + Pb)? — *El agua subirá más en* (R + Pb). — ¿Por qué? — *Pesa más.* — Mira (experiencia) — *¡Ah!, es lo mismo porque es igual de grande, igual de pesado* (!) — ¿Y esto? (Pb con R) — *El plomo hará subir más. Pesa más.* — Mira (experiencia de Pb con R). — *Es igual.* — ¿Y (A + N) con (Pb + R)? — *El más pesado* (Pb + R) *hará subir más el agua.*

En cuanto a la pasta, Ar cree que R hará subir más el agua *porque pesa más,* después comprueba la equivalencia: ¿Y (N) con (Ar)? — *No, no es lo mismo.* — ¿Por qué? — *Porque* (N) *pesa más.* — (Experiencia) — *¡Ah sí!* — ¿Y (Pb) con (Ar)? — *Subirá más con el plomo.*

CAN (7,9). ¿Esto (R) y (A)? — *Será igual* (lo sopesa). — ¿Y esto? (R y N) — *Esto hará subir igual* (después de la experiencia). — ¿Cuáles hemos probado? (R y A) y (R y N). ¿Y éste? (N y A) — ... (se niega a concluir y hace la experiencia) — ¿Y (N de pie) con (A tendido)? — *Yo no creo que sea igual, porque cuando está de pie hace subir el agua un poquito más: tiene más fuerza cuando es más pesado.*

¿Y esto (Pb) y (R)? — *Más con el plomo porque es mucho más pesado.* — Mira (experiencia) — *Es lo mismo. Es curioso.* — ¿Y (Pb) con (A)? — *Es igual, como* (Pb) y (R). — ¿Y (O tendido) con (Pb de pie)? — *Es igual, tiene siempre el mismo peso* (!).

¿Y si pongo (Pb + A) con (R + N)? — *Es lo mismo, no, no pesa igual, el agua subirá más arriba con* (Pb + A) *porque es de plomo. Es más grande y tiene más fuerza.*

CHRI (8 años). ¿Si pongo (R) dentro del agua? — *Subirá. Cuando hay algo dentro del agua, tiene que subir, el agua tiene que estar en algún sitio* (= volumen desplazado). — ¿Y si pongo (N)? — *Exactamente lo mismo. Son igual de grandes.* — Bien. Vamos a acordarnos de esto. ¿Y (A) con (R)? — *También, es igual de grande.* — ¿Y (A) con (N)? — *Hay que ver si son igual de grandes* (los mide). *Sí, hará subir igual.* — ¿Y si inclino (A)? — *No lo sé. Espere, parece más pequeño, pero debe ser siempre igual. Quizá suba siempre lo mismo.*

¿Y (N) con (L)? — *Éste pesa más.* — ¿Y dentro del agua? — *Puesto que es más pesado, dentro del agua hace lo mismo, porque tienen el mismo tamaño.* — ¿Y (L) con (A)? — *Hay que mirarlo* (experiencia).

¿Y (Pb) con (R)? — *El plomo es muy pesado. Subirá más, creo, esto pesa.* — Míralo (experiencia). — *Es igual.* — ¿Y (Pb) con (N)? — *El plomo pesará más. Subirá más con él. ¡Ah no!, hay que mirar el tamaño. Es lo mismo creo yo* (no muy seguro). — ¿Y (Pb) con (Ar)? — *La pasta no pesa* (la pone dentro del agua). *¡Es igual!* — ¿La pasta (Ar) y el latón (L)? — *La pasta parece más pequeña y pesa menos.* — ¿Tú qué crees? ¿Subirá más con (L)? — ¿Por qué? — *No lo sé. En todo caso no es igual de grande. No lo sé.*

Vemos el interés que tiene este principio de composición, correlativo de la disociación que se esboza entre el peso y el volumen dentro de la prenoción global de «grosor».

Empecemos por destacar, para disipar el malentendido a que podría dar lugar la lectura de estas respuestas, que si cierto número de estos niños emplea al principio del interrogatorio expresiones sacadas del lenguaje del tamaño, esto no significa que partan de una noción de volumen ya diferenciada del peso para recaer en seguida, en el transcurso de las peripecias de la experiencia, en las confusiones de un estadio anterior. Lo que hay que decir es que la noción de partida del niño es todavía relativamente indiferenciada y que marca un principio solamente de diferenciación: a partir de aquí, esta diferenciación empieza acentuándose durante las composiciones simples cuyas verificaciones experimentales la refuerzan naturalmente, pero regresa en seguida con las composiciones que hacen intervenir los pesos diferentes, el razonamiento del niño no está ya entonces en condiciones de anticipar ni siquiera de seguir la experiencia que opone el volumen al peso.

Encontramos a este respecto una serie continua de transiciones sucesivas. Algunos sujetos como Ram y Can parten tajantemente de la idea de que la subida del agua es proporcional al peso y no al volumen del objeto depositado en la vasija (quedando claro, y el niño lo ve desde el principio que no empleamos más que objetos lo suficientemente pesados para sumergirse completamente). Otros, como Pel, invocan «el mismo tamaño», pero con la idea de que el peso es aproximadamente proporcional al volumen: para hacer surgir a primer plano esta presuposición de la eficiencia del peso, basta colocar uno de los dos cilindros iguales de pie, puesto que Pel dice en seguida que (el cilindro enderezado) «es mayor por los dos lados y esto pesa más». Este caso es análogo para Gra, pero la comprobación de la equivalencia de los cilindros tendidos y derechos

le orienta hacia la diferenciación del volumen, hasta el momento en que interviene la composición de (A + N) con (R + Pb): entonces hace intervenir el peso del plomo, y cuando la experiencia lo desengaña, vuelve a una indiferenciación tan completa del peso y del volumen que, para justificar la igualdad impuesta por los hechos concluye contra toda evidencia que ¡las dos parejas tienen «el mismo tamaño y el mismo peso»! Chri es quien mejor muestra la diferenciación del peso y del volumen, puesto que invoca al volumen para resistir a la ilusión del cilindro tendido y que, en la comparación de los cilindros de aluminio y de latón dice que «hay que mirar el tamaño». Pero la intervención del cilindro de plomo lo vuelve otra vez a la idea del peso y en presencia del rulo de arcilla renuncia a comprender.

Dicho esto, examinemos en detalle las composiciones. De una manera general, el niño intenta ligar una comprobación a la previsión de la siguiente y encontrar a este efecto un término de comparación: grosor o tamaño indiferenciados, o peso y volumen. Pero estas inferencias carecen todavía de rigor y de necesidad lógica y no desembocan en verdaderas composiciones, el niño se contenta con un camino analógico o por transducción no regulada (sin reversibilidad operatoria).

En efecto, incluso en lo que concierne a las equivalencias entre objetos de forma y de peso homogéneos, para los que se observa en el segundo estadio de las relaciones de peso una composición rigurosa (A = A') + (A' = A") = (A = A"), porque está fundada en la cantidad de materia, el niño no sobrepasa mucho aquí las reacciones del primer estadio, porque no deduce, sino que supone (A = A") por un proceso de analogía. Así, Ram no duda en admitir N = A, después R = N y A = R, pero considera A = R de la misma manera que N = A y R = N, porque son todos semejantes y no porque A = R resulte de las dos primeras igualdades. Se ve bien claro esto en Gra, que sitúa A = R y N = R «porque son igual de grandes», pero cree primero que A = N «no son igual de grandes» para cambiar en seguida de opinión, pero con un sentimiento de uniformidad y no de necesidad; (las mira todavía). «¡Ah, sí!, será lo mismo». Para Chri y Can, la analogía A = A" tan poco es deducida de A = A' y A' = A" que experimentan todavía una necesidad de control: «Hay que ver si es igual de grande», dice Chri con A = N después de haber considerado R = N y A = R.

Por otra parte, hemos visto hace un momento que dos cilindros equivalentes cuando están en la misma posición, dejan de serlo, excepto para

Chri, si uno está tendido y el otro vertical. Pel invoca aquí una explicación muy característica cuando dice que el cilindro enderezado «hace más de los dos lados y es más pesado», es decir, que según su posición, el objeto actúa con más o menos intensidad en el agua. Es lo que declara también Can: «cuando está de pie hace subir el agua un poquito más porque tiene más fuerza». Pero, añade: «tiene más fuerza cuando es más pesado», inmediatamente después de haber estimado que los dos cilindros tenían el mismo peso: está claro que el razonamiento por preuniones excluye, a la vez, toda composición reversible y toda legalidad experimental con el punto considerado.

En cuanto a las equivalencias entre objetos homogéneos y un objeto heterogéneo, hay que notar dos puntos. En primer lugar, y al igual que en el primer estadio aunque en grado menor, la intervención de los cilindros de plomo y de latón perturba las equivalencias admitidas hasta aquí y despierta la idea de que el nivel del agua depende del peso. Pero en seguida, contrariamente a las reacciones del primer estadio, cuando el niño ha comprobado esta primera equivalencia entre objetos heterogéneos, tiene tendencia a extender el principo y empieza así a disociar el peso del volumen. Por ejemplo vemos a Ram admitir primero que el plomo hará subir el agua más que (A + R) juntos, el latón más que el cilindro negro, la pasta de modelar menos que éste; vemos que Pel y Can atribuyen primero al peso del plomo una acción mayor e incluso Chri, que resiste a la sugestión del latón, cede al peso del plomo, aunque con dudas: únicamente Gra, en principio, iguala el efecto del plomo y de los demás cilindros. Por el contrario, excepto Ram y Pel que efectúan a este respecto la transición entre el primero y el segundo estadio, todos los sujetos citados sacan partido de la experiencia. Por ejemplo vemos a Can, después de haber visto que Pb = R, dice de Pb y de A: «es igual, es como el plomo y el rojo», ¡pero admite incluso, en consecuencia, que la equivalencia se conserva si uno de los dos está tendido! Vemos que Chri, después de comprobar que Pb = R, dice para el plomo y el latón: «subirá más con el plomo, ah no, hay que mirar el tamaño».

Pero hay un segundo punto que conviene destacar. Cuando la heterogeneidad no concierne únicamente al peso, y la forma permanece igual (como en el caso del latón y del plomo), sino al peso y a la forma a la vez, entonces las equivalencias no dan lugar ni a composiciones ni siquiera analógicas ni a ninguna previsión inductiva. Por ejemplo, con el rulo de pasta, cuya forma, al igual que el peso, es heterogénea en los cilindros,

no hay ninguna equivalencia transitiva y no se saca ninguna lección de la experiencia. De esta manera, Ram comprueba que la arcilla hace subir el agua igual que el cilindro negro N, después de prever lo contrario porque lo suponía menos pesado, después se acuerda de que N = Pb e incluso L = Pb, pero rechaza concluir que la arcilla equivaldrá al plomo. Sin embargo, lo comprueba, y después adivina por casualidad y sin justificación, que (N+Pb) = (Ar+L), ve que es exacto y empieza a negar que la arcilla sea equivalente al plomo. Igualmente Gra, que consigue prever las equivalencias con el plomo, fracasa con la pasta. Comprueba que la arcilla equivale al cilindro negro después de haber creído lo contrario (por la misma razón que Ran), pero se niega a extraer la equivalencia con el plomo. Igualmente Chri, el más avanzado de los sujetos precedentes, admite la equivalencia del plomo y del latón por su «tamaño», después comprueba la de la arcilla y la del plomo después de la previsión contraria, pero con la relación de la arcilla y del latón que debería deducir, se desanima: «no lo sé, en todo caso no es igual de grande, no lo sé».

Esta oposición entre los dos tipos de reacciones es extremadamente instructiva. Está claro, en efecto, que las equivalencias entre objetos de forma y de peso diferente, pero cuya inmersión provoca una misma elevación del nivel de agua, son las únicas que interesan al volumen como tal, en tanto que relación abstracta y operatoria, independiente de los parecidos intuitivos: estas equivalencias no dan lugar tampoco, todavía, a ninguna composición durante este segundo estadio. Por el contrario, cuando las formas son semejantes y los pesos diferentes, hay por parte del niño un principio de disociación entre el peso y el volumen. Pero empieza a componer las equivalencias comprobadas, el sujeto no alcanza así más que la noción de «tamaño» (como dice Chri), es decir, de un volumen que pueda reconocerse por la igualdad de las dimensiones y que corresponde directamente a la cantidad aparente de materia: por esta razón, las equivalencias de este tipo dan lugar a un principio de composición, como en el caso de las barras (capítulo undécimo), en que se observa en este mismo estadio una composición entre barras de las mismas dimensiones, por oposición a las que hacen intervenir los objetos del mismo peso, pero de forma distinta. Hay que recordar además que incluso para estos «tamaños» se trata todavía, en los niños cuyas respuestas discutimos aquí, de composiciones analógicas y transductivas más que de construcciones lógicas y necesarias: el niño espera simplemente encontrar de nuevo un nivel de agua equivalente puesto que ha comprobado, contra su previsón, que este

nivel depende tan sólo del «tamaño» y no del peso, pero todavía no sabe por qué. La prueba es que cuando el volumen sólo interviene como tal (rulo de arcilla), rechaza toda composición, incluso analógica.

En cuanto a las composiciones por adiciones, los sujetos de este estadio llegan a efectuar en ciertos casos la de los cilindros homogéneos R+A+N = III, pero excepcionalmente y después de dudas. Así, Ram señala niveles aproximadamente exactos para dos o tres cilindros de orden I, después piensa que el cilindro III primará sobre su suma porque «es más pesado que los tres». Después opta por la equivalencia porque «es igual de pesado». Pel, por el contrario, no cree en ella, excepto en un solo caso, y esto de nuevo porque «el grande pesa más que los tres».

Por el contrario, las composiciones aditivas de elementos heterogéneos, dan lugar a la resistencia sistemática y resucitan enteramente la preunión peso x volumen. Por ejemplo, Ram cree que (N+L) harán subir el agua más que (R+A) porque «esto pesa», y ello justamente después de haber comprobado la equivalencia de L = N. Gra cree que (R+Pb) prima sobre (A+N) a pesar de haber establecido todas las equivalencias. No sirve de nada hacerle comprobar que el plomo no hace subir el agua más que los cilindros de color, él empieza de nuevo a creerlo a partir del momento en que se reúnen en dos parejas. Can, que acaba de afirmar que el plomo y los demás cilindros «tiene siempre el mismo peso» (él quiere decir el mismo poder de elevación) no admite tampoco que (Pb+A) actúa más que (N+R) porque «es de plomo, es más grande y es más fuerte».

Tales son las principales reacciones de este estadio. Para comprender su unidad real, a pesar de esta diversidad un poco desconcertante a primera vista, es necesario colocarse en el punto de vista del problema mismo, tal como se lo plantea el niño. Cuando en el capítulo undécimo se le pedía que preveyera un peso o que concluyera a una relación de pesos después de haber establecido otros dos, el problema era muy simple, la noción a la que hacía referencia la composición era conocida de antemano por el sujeto en el mismo sentido que para el experimentador. Aquí, por el contrario, el problema es componer volúmenes, ¡pero sin saber de antemano que se trata de volúmenes! La cuestión concreta es: si A hace subir el agua tanto como A' y A' tanto como como A", ¿A hará subir el agua más o menos que A" o será todavía lo mismo? Está claro que, para resolverla, es suficiente razonar lógicamente: después de comprobar que son equivalentes, es entonces fácil de ver que interesan única-

mente al volumen, de tal manera que incluso sin conocer en absoluto la ley en cuestión, es posible extraerla de las mismas composicones lógicas. Pero, lo que está lleno de interés y además en honor del niño, es que se niega a extraer A = A" de A = A' y A' = A" hasta que no ha comprendido exactamente por qué el nivel del agua se eleva. Y como, para él, el agua sube en la medida que los cuerpos sumergidos son «más grandes» en el doble sentido del peso y del volumen, todo el juego de las equivalencias formales, por una parte, y todo el descubrimiento de la ley experimental, por otra parte, dependerán de la manera en que sabrá disociar su esquema global de principio y reemplazar esta preunión incomponible por las nociones componibles del volumen y del peso diferenciados uno del otro. Vemos así, sin que parezca claro a primera vista, que éste es el camino más instructivo que se puede seguir para estudiar las composiciones de volumen, porque en todos los niños (capítulos primero al noveno) el volumen está primitivamente indisociable de la cantidad de materia y de peso.

Dicho esto, las reacciones de este estadio pueden resumirse en dos palabras: principios de composición, poco analógicos y no deductivos porque el niño no está seguro de la conclusión por falta de poder disociar completamente el volumen al que hacen referencia estas composiciones del peso o del «tamaño»; y principios de regularidad experimental, pero puramente inductivos, de una inducción a menudo dudosa y siempre limitada de nuevo por el grado de disociación del peso y volumen del esquema inicial del tamaño.

En cuanto a lo que se refiere a las composiciones, comprendemos pues su unidad real de inspiración. Se alcanzan las equivalencias simples entre cilindros homogéneos (N = R) + (R = A) = (N + A) por ejemplo, pero transductivamente tan sólo y no deductivamente porque el niño no está todavía bastante habituado, en cuanto a la acción concreta de estos objetos sobre el nivel del agua, para poder fiarse por entero del razonamiento deductivo, incluso tan elemental: basta, en efecto, cambiar la posición de uno de los cilindros para que la equivalencia se rompa. Las equivalencias simples entre objetos de la misma forma que no difieren más que por su peso (cilindros de plomo y latón) dan por el contrario un resultado algo mejor, lo cual es paradójico, pero se explica fácilmente por el hecho de que el niño, al descubrir entonces que hay que disociar el peso del «tamaño» no razona más que con los tamaños —que son en realidad cantidades perceptibles y bien aparentes de materia —y razona,

pues, correctamente. Por el contrario, las composiciones que conciernen las heterogeneidades de forma y de peso, a la vez, están totalmente ausentes, porque entonces se trataba precisamente de entresacar el volumen como tal, a lo que el niño no llega todavía de ninguna manera. En cuanto a las composiciones aditvas; hacen reaparecer naturalmente todas las preuniones superadas antes en parte, y esto en virtud de un mecanismo que conocemos muy bien (capítulo undécimo). Únicamente las composiciones aditivas entre los tres cilindros I y el cilindro grande III son conseguidas en ciertos casos, pero con la misma prudencia analógica que las composiciones simples y con las limitaciones debidas a la posición de los objetos.

Desde el punto de vista del descubrimiento de la ley, la situación es exactamente paralela. En efecto, en la medida en que el niño empieza a ser apto para ciertas composiciones, aunque no sean más que por analogía o transducción y todavía no deductivamente, por este mismo hecho se convierte en capaz de un principio de sumisión a la experiencia. Cuando, por ejemplo Can y Chri ven que el plomo no hace subir el agua más que uno de los cilindros de aluminio, a pesar de ser mucho más pesado concluyen que entonces ocurrirá lo mismo con los otros cilindros más ligeros, lo que es a la vez un principio de coherencia lógica y un principio de regularidad atribuida a la experiencia, y es la unión de estos dos términos la que permite constituir la ley. Pero esta regularidad sigue siendo totalmente empírica y no se funda todavía en un «principio de inducción» que postularía la regularidad de todas las relaciones establecidas por la experiencia: esta regularidad no es válida por el momento más que en el caso de los objetos de formas semejantes, incluso sin seguridad, y no se aplica todavía al caso de los objetos heterogéneos por su forma ni en las reuniones aditivas de objetos.

3. EL TERCER ESTADIO: PROGRESO DE LA DEDUCCIÓN Y DESCUBRIMIENTO INDUCTIVO DE LA LEY.

El tercer estadio marca un progreso decisivo sobre los precedentes, gracias a la aparición de la deducción lógico-aritmética, que predominará a partir de aquí y empieza por manifestarse en el lenguaje por las palabras «puesto que», «entonces», «seguro que», etc. Estas composiciones

lógicas no se aplican en un principio más que al peso de los objetos presentes, lo que corresponde a lo que hemos visto del tercer estadio en el capítulo precedente. Pero, por el mismo hecho de que son rigurosas, y no solamente analógicas, como en el estadio precedente, conducen a una disociación mucho más precisa entre el peso y el volumen y por consiguiente a la rotura definitiva de la preunión de «grosor». Desde entonces, el niño es capaz, aislando así netamente el factor peso, de descubrir el volumen como tal y de elaborar poco a poco la ley que regula el nivel de agua en función de los volúmenes desplazados. Tales son los progresos en relación al segundo estadio. Únicamente —y éstas son las diferencias con el siguiente— este descubrimiento de la ley se efectúa sólo en paralelismo con las comprobaciones experimentales y con las composiciones que le siguen: permanece así inductiva y no da todavía lugar a una deducción directa como será el caso durante el cuarto estadio.

Veamos unos ejemplos:

DET (7,2). ¿Y si se pone esto (N) en el agua? — *El agua subirá hasta aquí, porque esto ocupa un sitio.* — ¿Y (R)? — *Igual.* — ¿Y (N) y (A)? — (Mira atentamente) — *Sí, igual.* — ¿Y (R) y (A)? — *Sí, son igual de grandes.* — ¿Y (Pb) con (A)? — *Es más pesado el plomo: el agua subirá hasta aquí* (más alto). — ¿Y para (R)? — (Señala un poco más abajo) — (Experiencia Pb y A) — *¡Ah!, es lo mismo.* — ¿Y (Pb) con (N)? — *Es igual, porque* (N) *pesa como* (R), *entonces hace lo mismo que éste* (Pb) *y éste* (A).

¿Y ahora (A + Pb) con (R + N)? — *Los primeros* (Pb + A) *harán subir el agua más arriba. ¡Ah, no!, la harán subir igual, no importa que pese más.* — ¿Y (L + Pb) con (A + N)? — *No importa nada que pese más, es como si fueran así* (A + N).

¿Y esto (la pasta Ar?) — *Esto ocupa menos sitio, hay menos pasta.* — (Experiencia? — *¡Ah!, es lo mismo que esto.* — ¿Que cuál? — *Que todos éstos* (los precedentes). — ¿Y (Ar + Pb) con (R + N)? — *Es igual, porque pesa lo mismo, no porque ocupa un sitio dentro del agua como éstos* (R + N).

Si yo pongo esto (el cilindro III) dentro del vaso, ¿qué pondrás tú dentro del otro para que suba al mismo nivel? — *Si se pone esto* (III) *el agua va a subir menos porque es grande y delgado: para que llegue al mismo nivel hay que poner éstos* (N + Pb). — ¿Por qué? — (Coge el grande III, compara la anchura y la altura con un cilindro I, después sopesa III y Pb y dice): *Sí, esto pesa igual.* — ¿Pero ocupan el mismo sitio? — *Sí* (N + Pb) *ocupan el mismo sitio que esto* (III). — ¿El mismo sitio? — *Sí, si pesan igual, ocupan el mismo sitio* (!). — Míralo (experiencia). — *¡Ah no!, entonces hace falta más.* (Pone L + Ar + N). — ¿Por qué? — *Cualquiera, éste y éste y éste* (L + Pb + N) *ocupará el mismo sitio que* (III). — ¿Por qué? — *Sí, esto pesa lo mismo* (lo sopesa). *¡Ah no!, hará subir más. ¡Ah sí!, ocupa el mismo sitio.* Identifica entonces III a cualquiera del trío

BON (8,5). *Cuando se pone cualquier cosa dentro del agua, hace presión y sube.* — ¿(R) y (N)? — *Es igual, pesan igual.* — ¿Y (A) con (N)? — (sopesa y mide las longitudes). *También* — ¿Y (A) y (R)? — *También, son igual de largos, igual de largos y el mismo peso.*

¿Y (Pb) y (A)? — *Igual.* — ¿Por qué? — *No es tan pesada, pero es la misma altura.* — ¿Pero entonces qué hace el peso? — *Hace una pequeña diferencia.* — ¿Pero tú dices que es lo mismo? — *Sí.* — (Experiencia) — *Es lo mismo, porque es como si pusiéramos* (A) *con* (N). — ¿Por qué como si? — *Hemos visto que con* (N), *es lo mismo* (A) *entonces yo digo: «Es como si» fuera con* (N).

¿Y (Pb + A) con (R + N)? — *Igual. Quizá no. El plomo pesa más. El agua subirá más arriba. Harán más presión cuando entren dentro del agua.* — ¿Hemos visto (Pb) y (A), (Pb) y (N), y (N) y (R)? — *Sí, es lo mismo.* — ¿Y si yo pongo (Pb + R) y (A + N)? — *El agua subirá igual. Hemos probado con todos y los tres hacen subir el agua como el plomo.* — ¿Pesan igual? — *Quizás esto hará subir el agua más arriba porque pesa más.*

Con la pasta y (A) cree que la primera actuará menos porque es más ligera, después comprueba lo contrario: ¿Por qué es igual? — *Hace la misma presión, pero no es el mismo peso. Pero esto equivaldrá a la misma altura y a la misma anchura. Si se pusiera la misma pasta en bola, y si se hiciera con la bola un peón así* (cilindro), *sería el mismo grosor y la misma altura.* Identifica entonces todos los cilindros de orden I.

¿Y si (Ar + Pb + L) y (R + A + N)? — *Sería la misma altura. Si se pusiera todo esto* (segundo conjunto), *sería más ligero, pero haría la misma presión, la misma altura y la misma anchura, el agua subiría igual.*

RENT (8,10). ¿Qué ocurrirá si yo sumerjo esto (N)? — *Esto hace subir el agua.* — ¿Por qué? — *Porque esto pesa y ocupa sitio.* — ¿Y (R) con (A)? — *Igual.* — ¿Y (N) y (A)? — *También.* — ¿Y (N) u (R)? — *Seguro.* — ¿Y (Pb)? — *Esto hace subir un poco más. Si es pesado ocupa más sitio. ¡Ah!, no es el mismo sitio, pero es más pesado, entonces hace subir más.* — (Experiencia con R) — ¿Y con N o A? — *Entonces es lo mismo.*

¿Y (P + N) con (R + A)? — *Subirá más del primer lado, porque pesa más.* — ¿Pero (Pb) y (R)? — *¡Ah, sí!, era lo mismo, entonces sube lo mismo* (Pb + N) *y* (R + A) *porque es el sitio y no el peso.* — ¿Y si se pone (Pb) tendido? — *Es igual porque cuando la posición es diferente, es el mismo peso y el mismo sitio.*

¿Y (Ar con N)? — *Quizá.* — (Experiencia) ¿Y con (R)? — *Sí, porque ocupa siempre el mismo sitio.* — ¿Y si se hace un cilindro con la pasta? — *Será más grande, porque pesa menos. ¡Ah, no!, si es el sitio será igual.* — ¿Y si se hace con la pasta un disco de la anchura del vaso, será más grueso o menos que el agua que sube? — *La misma altura, exactamente, porque es el sitio que ha ocupado.*

¿Y si se pone el agua, que ha subido, dentro de un cilindro de cristal? — *Es necesario un cilindro más grande que éste* (N) *porque hay más agua que el peso del cilindro de metal.* — ¿Por qué? — *Si es el mismo tamaño, no cabrá más que una parte del agua.* — ¿Qué sitio ha ocupado el cilindro, dentro del agua? — *¡Ah esto!* (señala la diferencia de nivel). — ¿Entonces el vaso será

cómo? — *Más grande porque hay más agua.* — ¿Es el peso o es el sitio lo que cuenta? — *¡Ah!, el sitio, entonces es el mismo sitio. El vaso será como el cilindro!*

CLAN (7,11). ¿(N) y (R)? — *Subirán igual, porque pesan igual.* — ¿Y (N) y (A)? — *Quizá no.* — (Experiencia) — *Sí.* — ¿Y (R) y (A)? — *Sí, igual, pesan como el negro, deben pesar también seguramente uno igual que el otro, entonces el agua subirá igual.* — ¿Y este (R) y (Pb)? — *El plomo pesará más.* — (Experiencia) — *¡Oh!, en las manos, no pesa igual, pero en el agua se va siempre al fondo, entonces sube igual, el agua.* — ¿Y (Pb) con (R)? — *El rojo pesa igual que el negro, el plomo y el negro será, pues, igual en el agua.* — ¿Y (A + N) con (Pb + R)? — *Estos dos* (A + N) *pesan igual, estos dos* (Pb + R) *no pesan igual, no importa, el plomo y el anaranjado van igualmente al fondo y el agua sube lo mismo.* — ¿Y (L + Pb) con (A + N)? — (Duda). *El latón y el plomo hacen subir más, porque los dos son pesados,* después él identifica.

KEL (7,11). ¿Y si yo pongo esto (R)? — *Esto pesa hacia abajo y el agua sube.* — ¿Por qué? — *El agua se quedará así cuando no se pone nada dentro, si se pone algo tiene pues que subir.* — ¿Y esto? (A) — (Lo sopesa y compara las alturas) — *Lo mismo.* — ¿Y (A) y (N)? — *Vamos a ver el peso* (sopesa). *Es igual.* — ¿Y (R) y (N)? — *Lo hemos probado con los otros. El agua subirá igual de alto porque el peso es igual.* — ¿Y (Pb) y (R)? — *El plomo ocupa más sitio, no es igual.* — (Experiencia) — *¡Ah!, es lo mismo.* — ¿Y (Pb) y (N)? — *También, porque lo hemos visto bien con el plomo y el rojo. Es igual el rojo y el negro, entonces esto tiene que ser también igual con el plomo y el negro.*

¿Y (R + A) con (Pb + N)? — (Duda). *El rojo y el anaranjado son menos altos, no, el agua sube igual con el plomo y el negro.* — ¿Y (L) y (Pb)? — (Pesa). *El plomo hará subir más arriba* (experiencia). *¡Ah!, no.* — ¿Y (Pb + L) y (R + 3)? — *Sube lo mismo* (Pb) y (A), *lo hemos visto. Y* (Pb) *es como* (L), *entonces* (L) *puede ir también con éste.* — (Se permutan L y R). — *Siempre es lo mismo. El* (L) *es igual que* (R), *lo sabemos, lo hemos probado con* (Pb) *y con* (L) *y con* (Pb) *y* (R).

¿Y la pasta (Ar) y (A)? — *Es lo mismo porque es el mismo peso* (lo sopesa) *¡Ah, no!* (lo pone dentro del agua). *Sí, no es el mismo peso, pero hará subir lo mismo.* — ¿Y (Ar) y (Pb)? — *El plomo pesará más que* (R), *pero, aunque sea más pesado, el agua sube igual, entonces la pasta también, sube lo mismo.* — ¿Y (A + L) con (Ar + Pb)? — *Pesará más aquí, pero subirá igual, porque* (Ar) *es igual que* (A) *entonces, aunque* (A) *era más pesado el agua ha subido igual.*

¿Y para esto (III) qué hay que poner? ¿Es el peso o el sitio? — *Es el sitio el que cuenta* (superpone Pb + R + L). — ¿Y si ponemos el cilindro de pie y los otros tendidos? — *Son siempre las mismas cosas, el agua sube igual.*

Las reacciones del tercer estadio y la manera en que se descubre la ley de los volúmenes desplazados son extremadamente instructivos.

Notemos, en primer lugar, que ninguno de estos sujetos está en pose-

sión de la ley al principio del interrogatorio y que todos presentan todavía, en este momento, un residuo más o menos importante de la preunión de «grosor» según la cual el sólido ejerce una presión sobre el agua tanto más fuerte cuanto más grande y pesado es a la vez: cuando llega al fondo del agua continúa actuando según su peso y el agua sube así, en proporción a su fuerza de presión y no del volumen ocupado. Es lo que nos dice textualmente Kel: «Esto pesa hacia abajo y el agua sube», también piensa que a volumen igual el objeto más pesado hace subir más el nivel porque desplaza más agua: «¡El plomo ocupa más!» y Bon explica que el plomo reunido con un cilindro de aluminio ocupará más sitio que dos de estos últimos porque «esto presionará más cuando entre dentro del agua». Igualmente Det, que dice al principio: «el agua subirá porque esto ocupa sitio» cree que a volumen igual el plomo ocupará más sitio y hasta llega a identificar el cilindro III a dos pequeños únicamente porque ¡«si pesa lo mismo ocupa el mismo sitio»!

¿Cómo, pues, el niño de este estadio llega a ser capaz de eliminar esta preunión y de descubrir la ley exacta? En grandes líneas, el proceso es el siguiente: el sujeto empieza componiendo con rigor las equivalencias que le pedimos, pero situándose únicamente desde el punto de vista del peso (y sabemos, por el capítulo undécimo que efectivamente los niños de este estadio saben componer pesos), después cuando la comprobación experimental deshace su error y les demuestra que las equivalencias son independientes del peso, entonces continúan diciendo algo así como «no importa que no sea el mismo peso» y comprenden así, poco a poco, la diferencia entre el factor «volumen» y el factor peso. En otros términos, componen primero los niveles correspondientes a los objetos creyendo que se trata de pesos, después continúan coordinando las equivalencias entre sí, olvidándose del peso y descubren entonces el volumen como tal, en tanto que el producto de disociación del esquema inicial: en principio no componen volúmenes, contrariamente a lo que hacen los sujetos del estadio IV, sino niveles atribuidos al efecto del peso y como sus operaciones son exactas construyen entonces simultáneamente la noción de volumen y la ley explicativa de los niveles.

A partir de las composiciones de equivalencias simples o entre objetos homogéneos advertimos, en efecto, que su actitud operatoria es muy distinta de la del nivel precedente: no es ya la analogía la que los guía, es el rigor deductivo, al menos en los casos elementales. Por ejemplo, Clan, empieza diciendo que el cilindro rojo y el anaranjado son igual: puesto

que «pesan igual que el negro, seguramente deben pesar también uno igual que el otro, entonces el agua subirá igual». Y Kel, después de comparar sucesivamente tanto el rojo como el negro al anaranjado concluye que son iguales porque «hemos probado con los demás: el agua subirá igual porque el peso es igual», etc. Pero hasta aquí no se plantea ningún problema, puesto que estas composiciones se hacen en términos de peso. Únicamente el rigor es nuevo, pero como es general para el peso durante este tercer estadio, es normal que se aplique también al peso de los sólidos sumergidos que hacen elevar el nivel del agua.

Cuando, ahora, hacemos componer equivalencias entre objetos de la misma forma, pero heterogéneos en cuanto a peso, el niño es obligado a empezar a disociar éste del volumen. Por ejemplo, Clan espera que el plomo supere al rojo, pero al ver el nivel exclama: «¡Oh, en las manos no pesa igual, pero en el agua se va siempre al fondo, entonces sube igual el agua!» Después él deduce de esto que el plomo equivaldrá también al negro, e invocando todavía el peso, pero prescindiendo de éste: «el rojo pesa como el negro, luego el plomo y el negro harán lo mismo en el agua». Bon llega incluso hasta a prever que el peso del plomo no desempeñará ningún papel: el cilindro anaranjado, dice, «no pesa tanto, pero es igual de alto», sin embargo, añade un momento después «el peso hace una pequeña diferencia», lo que demuestra la dificultad de la disociación, pero concluye diciendo que el cilindro de plomo actúa simplemente «como si» fuera un cilindro de las mismas dimensiones y de peso diferente.

Veamos el progreso marcado por estas últimas composiciones y las del estadio precedente, en apariencia semejantes. Mientras que en el curso del segundo estadio, las equivalencias entre objetos de la misma forma, pero de pesos distintos conducen simplemente a disociar, dentro del esquema global del principio, el peso diferencial del «tamaño» o cantidad de materia, pero atribuyendo siempre a ésta una eficiencia en tanto que pesada, el niño de este tercer estadio, que está acostumbrado a las composiciones más rigurosas de peso (cf. el segundo y el tercer estadio en los capítulos noveno, décimo y undécimo), comprende en seguida que el peso no interviene aquí e intenta eliminarlo del todo. Así, en el curso de las composiciones que siguen inmediatamente a las que acabamos de describir, Det dice al hablar del plomo reunido a otro cilindro: «harán subir igual, no importa que sean pesados» y precisa a continuación «no importa en absoluto que sean pesados, es como si estuvieran así (= las mismas dimensiones pero ligeros)». Igualmente Clan dice: «estos dos no pesan igual,

pero esto no importa» y Kel: «el plomo pesará más, pero aunque sea más pesado, subirá lo mismo», etc.

El problema es, entonces, comprender por qué si el niño prescinde del peso, sin embargo continúa sus composiciones con el mismo rigor (en todo caso en lo relativo a las equivalencias simples). Pero es bastante fácil de explicar. Al comprobar la igualdad de los niveles, el niño plantea, pues (A = A') + (A' = A") = (A = A"), pensando que se trata de «grosores» evaluables en términos de peso. Al comprobar en seguida que el peso interviene y siendo capaz de una extracción suficiente para eliminarlo enteramente de estas composiciones,[3] mantiene entonces las equivalencias y busca simplemente algo con que reemplazarlo y cuál será el factor de igualdad entre todos los elementos.

La experiencia del rulo y la arcilla permite poner en evidencia, a la vez, este esfuerzo de construcción que marca un progreso tan grande sobre el estadio precedente (el resultado de la expriencia de la pasta sigue siendo enteramente negativo) y el descubrimiento del volumen como tal. De esta manera Det cree primero que la arcilla hará subir menos el agua porque «ocupa menos sitio, hay menos pasta»: razona, pues, ahora en términos de «tamaño» o de cantidad de materia y no ya de peso; después, al comprobar la equivalencia, concluye: «es lo mismo porque pesa lo mismo, no porque ocupa el mismo sitio en el agua como estos dos (R y N)». Concibe, pues, el «sitio ocupado independientemente de la forma del objeto y *a fortiori* de su peso, lo que es propiamente el descubrimiento implícito del volumen. Con Bon, este descubrimiento pasa a ser explícito; al comprobar que el rulo de arcilla equivale al cilindro A, construye rápidamente una representación geométrica: «ejerce la misma presión, pero no es el mismo peso. Pero equivale a la misma altura y a la misma anchura. Si se hiciera una bola con la pasta, y si se hiciera con la bola un peón pequeño así, sería el mismo grosor (diámetro) y la misma altura». Por el contrario Rent, que comprende muy bien igualmente que el rulo de arcilla puede ocupar el mismo volumen de agua que el cilindro de metal, a pesar de las diferencias de forma, no consigue en seguida la conversión de la pasta en cilindro: se deja llevar por la ilusión del peso y cree que el cilindro de pasta será «más grande, porque es más ligero».

3. Puesto que la abstracción del peso es también, una operación de composición de pesos siendo la «abstracción» la operación inversa de la «multiplicación» lógica. Véase *Compte-rendu des scéances de la Société de Physique de Genève,* Vol. 58 (1941), p. 155.

Pero se corrige espontáneamente y admite que un disco de arcilla de la misma anchura que el vaso del agua tendría la misma anchura que el agua desplazada «la misma altura exacta, puesto que es el sitio que ha ocupado».

No obstante, si bien el niño llega así a traducir el volumen de la arcilla en volúmenes cilíndricos iguales a los de los cilindros de metal, no llega, sin embargo, en este estadio, salvo después de numerosas dudas, a comprender que el agua desplazada podría también considerarse igual al volumen de los cilindros si se colocara en un vaso de la misma forma. Según Rent este vaso «será más grande porque (el agua) es más ligera» o «porque hay más agua que el peso del cilindro de metal». Si el vaso pequeño de agua fuera de «igual tamaño, no entraría más que una parte del agua», etcétera. Solamente gracias a nuestras sugerencias, «¿es el peso o el espacio el que cuenta?», Rent se decide finalmente a comprender esta identidad de volumen ocupado en el agua por el sólido y del volumen desplazado hacia arriba: «¡Ah... entonces es el mismo sitio: el vaso será como el cilindro!»

Si pasamos ahora de estas igualdades simples a las composiciones por adición de objetos equivalentes, se produce, sobre todo, en el caso de los objetos heterogéneos, lo que se observa cada vez que una situación se hace más compleja: un desajuste de las nociones y de los modos de razonamiento. Es lo que hemos comprobado a propósito de las composiciones del peso (capítulo undécimo), y lo que nos ha conducido a distinguir un subestadio III A con tanteos para las composiciones aditivas y un subestado III B caracterizado por sus éxitos inmediatos. Vemos aquí, igualmente sin necesidad de practicar el mismo corte, ciertos sujetos que hacen una última llamada, en el caso de las composiciones aditivas heterogéneas (y a veces incluso homogéneas) a sus preuniones iniciales del «grosor» que engloba la noción del peso-fuerza. Por ejemplo, Det, para encontrar el equivalente del cilindro grande de orden III cree primero que es más «delgado» que los pequeños, después, lo cual demuestra su fallo, lo sopesa, y busca para igualarlo dos elementos de los cuales uno sólo es pesado: vuelve a caer entonces en la indiferenciación total del peso y de volumen: «Sí, si pesa igual ocupa el mismo sito!». Se encuentra la misma idea en Rent, está claro que este fenómeno es secundario, es residual. Igualmente Bon, quien como hemos visto al comparar el plomo y el cilindro, reservaba la influencia posible del peso «hace una pequeña diferencia», pero prescindiendo de él, puesto que el plomo era «como si» no fuera pesado, vuelve

a caer en la prenoción en cuanto se compara (N+R) con (Pb+A): «El agua subirá más arriba (con Pb+ A): harán más presión cuando entren en el agua». Cuando se le recuerde las equivalencias de detalle, admite la igualdad general, pero cuando vuelve a pensar en el peso, desfallece de nuevo. «Esto hará quizá montar el agua más arriba porque es más pesado.»

Pero otros sujetos, como Kel y en parte Clan, llegan en seguida a realizar las composiciones aditivas desde el momento en que consiguen realizar las equivalencias simples: caracterizan así un subestadio III. En cuanto a los precedentes ¿cómo consiguen superar sus últimas dificultades? Exactamente igual que en el terreno de las equivalencias simples, por una nueva disociación de la prenoción de «grosor» y por recomposición de los volúmenes liberados así del peso. Bon llega de esta manera, después de encontrar el esquema de la construcción reversible de los volúmenes, a igualar (Ar+L+Pb) con (R+A+N) diciendo: «si se convirtiera todo en una bola (R+A+N), sería más ligera, pero haría la misma presión, la misma anchura y el mismo largo (que Ar+L+Pb): el agua sube igual». Incluso Det se libra de la preunión de peso a partir del momento en que comprende que el cilindro grande debe evaluarse únicamente desde el punto de vista del volumen: «¡Ah, sí!, estos tres ocupan el mismo sitio», y entonces consigue realizar todas las composiciones tres por tres.

En correlación con todas estas construcciones graduales, se observa un respeto integral por la experiencia y la construcción progresiva de la ley. Pero precisemos que si bien la elaboración de una ley inductiva y la composición deductiva de las nociones que utiliza representan dos aspectos de una misma realidad, constituyen, sin embargo, dos comportamientos distintos y no uno solo. Cuando el niño comprueba contrariamente a su previsión, que el plomo hace subir el agua ni más ni menos que un cilindro de aluminio, una cosa es concluir de aquí, en efecto, que la experiencia es regular, es decir, que en otra situación el plomo no hará subir el agua más que en este caso, y otra cosa distinta es saber componer Pb = X; X = Y, luego Pb = Y. Sin la composición simétrica de las igualdades o la construcción reversible de los conjuntos aditivos no habría creencia posible en la regularidad de la experiencia (se ha visto, en seguida, en el primer estadio), pero sin esta regularidad no habría tampoco composición posible.

En el caso particular, el común denominador de estas dos relaciones consiste en disociar la prenoción de grosor y en construir nuevas relaciones

fundadas únicamente sobre el volumen y susceptibles de permitir, a la vez, una composición reversible y una verificación experimental regular. En otros términos, la lectura de la experiencia no da lugar simplemente a una generalización empírica, es decir, a un sistema de analogías deductivas más o menos plausibles, sino simultáneamente a una disociación del esquema inicial y a una refundición racional de las nociones. Es lo que caracteriza precisamente este estadio en relación al precedente, durante el cual la composición sigue siendo analógica y la inducción no se funda en el razonamiento. Por el contrario, a partir del momento en que los sujetos del tercer estadio han descubierto que, según la fórmula sintética encontrada por Kel al final del interrogatorio «es el lugar lo que cuenta» son capaces simultáneamente de realizar operaciones reversibles ilustradas por Bon (reconstruir con el pensamiento el volumen del cilindro con el de un rulo de arcilla) y de creer que éstas serán siempre adecuadas a la realidad.

4. EL CUARTO ESTADIO: DESCUBRIMIENTO Y DEDUCCIÓN INMEDIATA DE LA LEY Y COMPOSICIÓN ÚNICAMENTE POR EL VOLUMEN.

Los niños del tercer estadio llegan así finalmente a descubrir, e incluso a formular la ley general del desplazamiento del volumen del agua. Pero, a diferencia de los del cuarto estadio, no llegan hasta este punto más que partiendo de la hipótesis del peso y de la preunión global del «grosor», no disociando éste más que a través de las comprobaciones experimentales y no componiendo en seguida los volúmenes: la noción de volumen aparece pues como término de un proceso de diferenciación más o menos largo, mientras que en el cuarto estadio, se plantea desde el principio e inmediatamente, comprendido como la razón del fenómeno a explicar. Esta oposición entre el tercero y el cuarto estadio es, pues, un nuevo ejemplo del desfase que a lo largo de esta obra, hemos venido comprobando entre las composiciones de las relaciones de peso y las de los volúmenes como tales.

Veamos algunos ejemplos de este cuarto estadio, empezando por un caso de transición que todavía recurre al peso un momento:

BAL (9,3). Comprueba que N = R y R = A: ¿Y si yo pongo (N) y (A)? — *Será lo mismo.* — ¿Y (Pb) y (R)? — *Hay una diferencia. El plomo pesa más. El agua llegará más arriba. ¡Ah no!, igual, porque ocupa igual sitio que éste* — (Experiencia) ¿¿Y si yo pongo (R) de pie y (N) tendido? — *Lo mismo.*

¿Y (N + Pb) con (A + R)? — *El agua subirá igual: ocupa el mismo sitio por los dos lados.* — ¿Qué hay que poner dentro del agua para hacerla subir así (el grande/III)? — *Hay que poner dos.* — ¿Cuáles? — *Es igual. Ocupan el mismo sitio. ¡Ah no!, hay que añadir todavía uno.* — ¿Cuál? — *Cualquiera.*

¿Y este trozo de cera (Ce) con (R)? — *Oh, necesitaremos dos. La cera ocupa más sitio, es más grande* (lo parece en efecto). — Pruébalo. — (Pone la cera dentro del agua, pero todavía no los cilindros.) *¡Ah no!, será igual que uno solo.* — ¿Y si la corto a pedazos? — *Será lo mismo: ocupa el mismo sitio.* — ¿Y el mismo que el cilindro? — *También.* — ¿Y si pongo aquí (Pb + Ce) y allí (R + A)? — *El plomo ocupará igual de sitio que el rojo, el rojo igual que el anaranjado y el anaranjado igual que la cera. Será lo mismo* — ¿Y Pb + LN + RR) con (Ce + A + N)? — *Será lo mismo, todos ocupan el mismo sitio.*

DUB (9,10). *El agua subirá, porque esto hace que haya un sitio dentro del agua.* — ¿(N) y (A)? — *Igual.* — ¿Y (R) tendido con (N) de pie? — *Hará subir un poquito más, porque ocupa más sitio abajo... ¡ah, pero no!, es lo mismo, porque tiene el mismo grosor.*

¿Y (Pb) con (R)? — *El agua subirá igual. Son del mismo grosor. No importa que uno pese más.* — ¿Y con (N)? — *También.* — ¿Y si (N) está tendido y (Pb) de pie? — *Los dos son siempre igual, no importa que el plomo sea más pesado porque ocupa el mismo sitio.* — ¿Y si (N + Pb) con (R + A)? — *Es lo mismo porque tienen el mismo grosor. No es el mismo peso, pero ocupa el mismo sitio.* — ¿Y si (III) y (R + A + N amontonados horizontalmente)? — (Lo mira y mide con el índice y el pulgar) *Ocupa exactamente lo mismo.*

¿Y esta pasta? — *Hay que verlo* (experiencia). — ¿Y (Ar + Pb) con (R + A)? — *Lo mismo. Son todas del mismo tamaño, porque lo hemos probado con la pasta y el plomo y el plomo es del mismo tamaño que los demás.* — Pero explícame por qué el peso no hace nada. — *No puede hacer nunca nada que no hagan los ligeros: es como en el aire, los balcones de aluminio son más ligeros, pero los dos ocupan el mismo sitio.*

LIE (12 años). *El agua subirá* (con N). — ¿Por qué? — *Porque el metal ocupa sitio.* — ¿Y (R)? — *También, si es el mismo volumen.* — Y si (R) es igual a (A), ¿(N) y (A) harán lo mismo? — *¡Oh sí!* — ¿Y esto (Pb)? — *¿Pesa más, sube más? No lo he dicho, pero es el peso o el sitio? En general es el volumen, entonces será lo mismo.* — ¿Por qué creías que el peso podía hacer algo? — — *Porque no se sabe nunca, me he preguntado si no sería esto y no lo otro.* — ¿Y cómo has decidido que es el volumen? — *Porque si se coge sitio del agua, ésta tiene que subir más arriba, entonces el sitio es el que influye, el peso no hace nada.* — (Experiencia) ¿Y con esto? (N, A) — *¡Oh sí!, ya que son las mismas dimensiones.* — ¿Y esto (Pb + R) con (A + N)? — *Claro, sí, puesto que son todos del mismo volumen.*

Y esto (Ar) no se puede saber de antemano, pero ¿tú qué crees? — *No im-*

porta que sea ligero o no, hay que ver el sitio que ocupa. — (Experiencia) — *Sí, es igual.* — Y si tú hicieras un cilindro con esto ¿cómo sería? — *Exactamente lo mismo que los demás: puesto que es el volumen el que actúa entonces la pasta si hace subir el agua igual, debe ser del mismo tamaño que ellos.* — ¿Y (Ar + Pb + L) con (N + A + R)? — *Es lo mismo, tres veces más por los dos lados.* — ¿Y si pongo esto tendido? — *Ocupa el mismo sitio.*

Mira, si el agua que sube cuando se coloca un cilindro, ¿ves? (se enseña la diferencia de nivel), se pusiera dentro de los recipientes pequeños, así (cilíndricos), ¿tendríamos que coger un vaso más pequeño, igual o mayor que el cilindro de plomo? — *Pues exactamente igual puesto que es el agua la que hace subir el volumen del plomo y no el peso.* — Dime aún, ¿por qué es el volumen el que actúa y no el peso? — *El peso únicamente se puede hundir, pero cuando está en el fondo, el agua se extiende por donde puede, como el aire, ocupa el sitio que puede cuando se le quita su sitio, y entonces sube. Forzosamente: no hay menos agua, si se le quita el sitio, entonces tiene que subir para arriba.* — ¿Y si se dilatara? — *En todo caso no se dilata.*

Cos (14 años). *El agua sube porque el cilindro ocupa un sitio en el agua, entonces el agua que ha tenido que irse se coloca por encima.* — ¿Y (Pb)? — *Es más pesado, pero creo que será lo mismo. El peso no importa.* — ¿Por qué no? — *Es decir, esto tiene que ir en el fondo del vaso, pero cuando está en el fondo, tanto si pesa como si no, es igual.* — ¿Y (Pb + N) con (R + A)? — *Sí, es igual, dos veces más alto por los lados. De nuevo el peso no importa nada.*

¿Y esto? (Ar) — *Hay que verlo* (experiencia). *Sí, es siempre el volumen.* — Y si se hace un cilindro con esta pasta, ¿qué dimensiones tendrá? — *Las mismas, es decir, que si es más alto será más delgado, y si es más ancho, será más bajo.* — ¿Y si tiene la misma altura? — *Entonces tendrá la misma anchura.* — ¿Por qué? — *Porque el agua sube al mismo nivel, entonces tiene que tener el mismo tamaño.*

¿Y si se pone el agua que ha subido en uno de estos recipientes? — *Es exactamente el mismo tamaño que el de los cilindros, porque es el sitio que los cilindros han ocupado entre el agua, lo que ha subido hacia arriba.*

Vemos en qué consisten estas composiciones, cuyo término define así el cuarto estadio. En primer lugar, excepto en el caso de transición, Bal, que cree por un momento que el plomo primará sobre los demás cilindros, todos estos niños empiezan partiendo del volumen. Incluso Lie, que se plantea el problema del peso «porque no se sabe nunca», excluye este factor no sólo porque «en general es el volumen», sino también por esta razón deducida *a priori*: «si se coge el sitio del agua, ésta tiene pues que subir más arriba, entonces es el sitio el que influye, el peso no hace nada». El papel del volumen, en lugar de estar impuesto por la experiencia, como era el caso en los estadios precedentes, es, a partir de ahora, construido por deducción. En segundo lugar, y por consecuencia, todas las composiciones habituales, tanto las aditivas como las simples, se realizan con éxi-

to y se justifican correctamente. En tercer lugar, y en virtud del carácter enteramente operatorio y reversible que se alcanza, no ya durante el interrogatorio, sino a partir de la actitud espontánea del niño en presencia de este problema de los niveles, el volumen de agua desplazado es en seguida concebido como equivalente al volumen del sólido sumergido: mientras que Rent, por ejemplo, fracasaba todavía al intentar encontrar sin nuestra ayuda que el agua rechazada llenaría un vaso cilíndrico del mismo contenido que los cilindros de metal. Lie, dice al empezar: «Pues (sería) exactamente igual, puesto que es el agua la que hace subir el volumen del plomo, y no el peso (del plomo)» y este sujeto añade entonces una nueva demostración del papel del volumen, fundada en la conservación del agua, y Cos: «Se necesita exactamente el mismo tamaño... porque es el sitio que los cilindros han ocupado dentro del agua el que ha subido por encima.» El «sitio que ha subido», es en el estilo infantil la solución completa del problema del desplazamiento de los volúmenes!

5. CONCLUSIONES. LA COMPOSICIÓN DE LOS VOLÚMENES Y LA CUESTIÓN DE LAS RELACIONES ENTRE LAS OPERACIONES REVERSIBLES Y LA INDUCCIÓN EXPERIMENTAL.

Quedan dos últimos problemas para discutir en estas conclusiones: el de las comparaciones entre las composiciones de volúmenes cuya descripción acabamos de terminar y las composiciones estudiadas con anterioridad, y el de las relaciones entre esta construcción operatoria y la experiencia, en la elaboración de la ley de los niveles o de los volúmenes desplazados. Es evidente que estas dos cuestiones están íntimamente relacionadas, y la segunda nos permitirá volver a encontrar el problema general de las operaciones y de la experiencia, dejada en suspenso al final de las conclusiones del capítulo undécimo.

Pero antes veamos una cuestión previa: ¿Se pueden comparar estas composiciones de volumen a las del peso, en las cuales no intervenían más que heterogeneidades de forma y de densidad, puesto que las presentes composiciones entre las heterogeneidades análogas de forma y de peso, están ligadas a la elaboración de una ley y por este hecho tienen que empezar por la disociación del peso y del volumen mismo, en el seno de una preunión que engloba a ambas? Nosotros creemos que estas dos situacio

nes son exactamente comparables y veamos el por qué: la noción del peso, al igual que la del volumen, implica disociaciones previas (entre ellas y la cantidad de material) y reagrupamientos (en función de la densidad). La noción misma de cantidad de materia implica estos procesos formadores. Y si la ley de la cual nos hemos servido para la evaluación del volumen es más compleja que la de la balanza para la medida del peso (o la observación directa de las repercusiones posibles para las composiciones de cantidades de líquidos, composiciones comparables a estas otras dos y que hemos estudiado precedentemente), esto es debido simplemente a las dificultades propias de la noción de volumen, más abstracta que las precedentes: queda, pues, bien claro que cada tipo de composición, ya se trate de simples cantidades de materia, de peso o de volumen, van necesariamente acompañadas de la elaboración de leyes experimentales y por esta razón el doble problema que debemos tratar en estas conclusiones es absolutamente general. Únicamente que hemos preferido reservar esta discusión sobre las relaciones de la experiencia y de la composición reversible para el final, no sólo porque esta disposición de los temas era más cómoda, sino también porque la ley de desplazamiento de los volúmenes proporciona un ejemplo particularmente claro, mientras que el problema de la balanza es más difícil de tratar durante el interrogatorio.

Dicho esto, podemos comprobar, en primer lugar, que, a grandes líneas, la evolución de las composiciones de peso y las de las composiciones de volúmenes se corresponden muy bien, pero con el desfase habitual en lo que concierne al volumen. El punto de partida es el mismo: no son posibles las composiciones durante el primer estadio. Durante el segundo estadio, únicamente las composiciones homogéneas son posibles para el peso, por equivalencia simple o adición, pero tal como hemos visto, se trata en realidad de composiciones de cantidades de materias puesto que, en el caso de las composiciones homogéneas el peso es proporcional a la cantidad de sustancia. En lo que concierne a los volúmenes, hay que señalar la existencia de un retraso sistemático, casi todas las composiciones del segundo estadio siguen siendo analógicas o transductivas sin necesidad deductiva. Por otra parte, las composiciones entre objetos heterogéneos, desde el punto de vista de las diferencias de peso únicamente, por oposición a la forma, son superadas también como las composiciones entre cilindros del mismo peso, y esto gracias a una disociación entre el peso y el «tamaño»: parece, pues, a primera vista, que haya en este punto un avance de la lógica de los volúmenes en relación con las composiciones

del capítulo undécimo, pero sería ilusorio interpretar las cosas así, ya que desde el presente punto de vista, el «tamaño» no es de nuevo más que una relación directamente proporcional entre el volumen y la cantidad de materia. En efecto, todas las composiciones con heterogeneidad de forma, que suponen precisamente la toma de conciencia del volumen como tal, por oposición al simple tamaño, dan lugar a un fracaso completo durante el segundo estadio. En el tercer estadio, las composiciones relativas al peso llegan a su término. Son estas composiciones precisamente las que permiten al niño construir lógicamente las relaciones de nivel a partir de la hipótesis del peso, y después de renunciar a éste y de tomar así posesión, a través de las comprobaciones experimentales, del volumen como tal. Pero si bien existe un progreso evidente en la construcción lógica y si hay incluso descubrimiento de la ley, está claro, sin embargo, que no se puede hablar todavía de una composición propiamente dicha de los volúmenes: ésta no aparece más que al final, en el curso del cuarto estudio, con un estadio de desajuste por consiguiente sobre el peso.

Una vez más, debemos comprobar un retraso sistemático de la construcción del volumen sobre la del peso, y ahora comprendemos fácilmente el porqué. Consideremos, por ejemplo, un cilindro de metal (de los que acabamos de servirnos en las experiencias), o de arcilla de modelar (de la que hemos utilizado en bolitas, rulos, etc., para estudiar la conservación del peso en el capítulo segundo), y comparemos los resultados a las dos preguntas siguientes: ¿hay el mismo peso vertical u horizontal y éste hace subir el agua hasta el mismo nivel ya esté tendido o enderezado dentro del vaso? Antes de la mitad del segundo estadio, estos sujetos no creen en la equivalencia del peso en estas dos posiciones, pero a partir del final de este estadio están ya convencidos de la invariabilidad. Por el contrario, en lo que concierne al volumen, comprobamos que casi todos los sujetos de los dos primeros estadios y la mitad todavía de los del tercero, creen que el nivel del agua diferirá según la posición del cilindro sumergido: el cilindro vertical es «más grande», «ocupa más sitio», «hay más de los dos lados», «es más pesado», «es más alto» (segundo estadio), «es más grande», «tiene más fuerza», «ocupa más sitio», «hace subir más el agua», etc. (tercer estadio). Pero está claro que esta diferencia entre las reacciones al peso y al volumen obedece a la siguiente razón. Mientras que el peso, a partir del momento en que la costumbre de utilizar la balanza llega a corregir las impresiones subjetivas de la mano, es en cierto modo unidimensional y permite por consiguiente eliminar el

factor de posición del objeto, el volumen por el contrario resulta de una red de relaciones en la cual las tres dimensiones espaciales del objeto no son otra cosa que las más aparentes: hay que tener en cuenta además la no comprensibilidad del sólido sumergido y del agua en la que está inmerso, y, por consiguiente, de la masa y de las fuerzas ligadas a la textura material de uno y otro. A partir de este momento, cuando quiere juzgar si un cilindro ocupa el mismo espacio, inclinado o erguido, el niño se reduce a una estimación subjetiva y escoge así para orientarse una cualidad dominante, como la altura (y entonces considera que es «más grande» etc. cuando está vertical) o la anchura (y entonces cree que es «más delgado», «más pequeño», etc.). El peso aparece entonces como una cualidad concreta característica de la materia, mientras que el volumen deja de interesarle desde el momento en que ya no es solidario de la cantidad aparente de sustancia. De ahí la tendencia invencible de los pequeños a confundir los tres términos en una prenoción global de «grosor» y dificultad, cuando intentan razonar sobre el «lugar» ocupado, para encontrar una invariante susceptible de estimaciones objetivas.

Esto es evidentemente lo que explica el retraso de las composiciones del volumen comparadas con las del peso. ¿Por qué, en efecto, los sujetos del segundo estadio llegan más rápidamente a la certeza en el caso de las barras que sirven para evaluar los pesos A = A" si A = A' y A' = A" que en el caso de los volúmenes, en el cual razonan por simple analogía, con deseo constante de verificar sus previsiones? Seguramente es porque en el primer caso el razonamiento puede apoyarse en invariantes físicas más sólidas (una barra rígida no cambia de peso, en el segundo estadio incluso si se la desplaza horizontalmente), y esto es porque los términos se equilibran en la balanza cuyo mecanismo es casi inmediatamente comprensible por el niño, de donde A = A", pero cuando los cilindros comparados dos a dos, desplazan el mismo nivel de agua, esta relación supone para los sujetos más jóvenes, un complejo tal de cualidades que les hace estar menos seguros de la regularidad de la experiencia y de la permanencia de la acción de los objetos. La complicación de las relaciones en juego en el volumen es pues la razón, a la vez, del retraso y la puesta en marcha del razonamiento formal, y del desajuste en la disociación final en la noción de volumen como tal.

¿Quizá se diga que entonces el desfase de las composiciones de sustancia, peso y volumen no interesa al razonamiento en tanto que formal o lógico, sino solamente a su contenido? Sería demasiado simple inter-

pretar así los hechos, porque está claro igualmente que los hechos parecen menos regulares al niño, en el caso de los desplazamientos de niveles y de volúmenes que en el campo de los pesos sobre la balanza, y porque en el primer caso las relaciones implicadas están menos bien compuestas entre sí que en el segundo y no dan lugar desde entonces más que a una inducción empírica mientras que la deducción es posible por equivalencia de los pesos.

Pero principalmente si se compara todas las razones examinadas hasta aquí, lo que explicaría el retraso de las composiciones de peso sobre las de cantidad de materia y el retraso de las composiciones de volumen sobre las de pesos, es fácil comprender por qué los factores deductivos o formales y los factores de contenido (perceptivos y experimentales) constituyen durante el curso de este desarrollo un todo indisociable. ¿Por qué, en efecto, el niño no llega a componer pesos más que después de ser capaz de componer cantidades de sustancia? Es que el peso (o la conservación del peso) supone la materia (o la conservación de la materia) sin que la recíproca sea cierta. ¿Y por qué estas composiciones de volumen no aparecen más que en tercer lugar? Es porque la conservación del volumen físico supone cierta consistencia de la materia, y porque esta incompresibilidad o «dureza» implica precisamente, según el niño, la conservación del peso (véase capítulo sexto) pero sin que la recíproca sea cierta. Pero, ¿esta implicación de la materia por el peso y del peso por el volumen físico es el producto de una construcción operatoria o es el resultado de las comprobaciones experimentales? Es evidente, de nuevo, que estos dos factores de la construcción de conjuntos son interdependientes, las comprobaciones objetivas no son posibles más que en función de un sistema de nociones agrupadas operatoriamente y éstas no consisten más que en acciones posibles sobre la realidad observada.

Nos vemos, pues, conducidos de nuevo al problema de las relaciones entre la forma y el contenido o más precisamente entre la composición reversible y la inducción experimental.

Intentemos primeramente definir lo que constituye lo característico de la composición de los volúmenes examinados en este capítulo. El punto de partida es pues, la indiferenciación de las nociones, es decir, la creencia en que todas las relaciones que intervienen son directamente proporcionales entre sí. Se podría escribir de la siguiente forma: A es más alto que B, sea $(A \overset{1}{\leftarrow} B)$ = A es más ancho que B, sea $(A \overset{2}{\leftarrow} B)$ A es más

grueso que B, sea $(A \overset{3}{\leftarrow} B) = A$ es más pesado que B, sea $(A \overset{4}{\leftarrow} B) = A$ es más fuerte que B, sea $(A \overset{5}{\leftarrow} B) = A$ hace subir más el agua que B, sea $(A \overset{6}{\leftarrow} B)$. En otros términos, si se tratara de multiplicar estas relaciones entre sí, tendríamos $(A \overset{1}{\leftarrow} B) \times (A \overset{2}{\leftarrow} B) \times (A \overset{3}{\leftarrow} B) \times (A \overset{4}{\leftarrow} B) \times (A \overset{5}{\leftarrow} B) = (A \overset{6}{\leftarrow} B)$. Queda claro que en el estadio de la indiferenciación completa de las nociones (primer estadio) no hay precisamente composición operatoria, de no ser así el sujeto encontraría rápidamente el absurdo al que conducen estas multiplicaciones: el niño parte sin más de la idea implícita de la proporcionalidad de todas las relaciones, y nosotros traducimos simbólicamente esta idea así para hacer comprender mejor las condiciones de agrupamiento posteriores. Los datos de hecho que se proporcionan al niño (y al principio del interrogatorio las comprobaciones experimentales que observa el niño tienen como finalidad proporcionarle estos datos) no se pueden justamente componer de esta forma. Por ejemplo, el cilindro de plomo A comparado a un cilindro de aluminio B da A = B bajo los puntos de vista 1, 2, 3 y 6, pero $A \overset{4}{\leftarrow} B$ y $A \overset{5}{\leftarrow} B$ si se reduce, con el niño, la «fuerza» al peso. El rulo de arcilla es $A \overset{1}{\rightarrow} B$; $A \overset{2}{\leftarrow} B$; $A \overset{3}{\leftarrow} B$; $A \overset{4}{\leftarrow} B$; $A \overset{5}{\leftarrow} B$ y $A \overset{6}{=} B$, etc. ¿Qué ocurrirá, pues, al ser la composición así contradictoria según el principio de la proporcionalidad? Durante el primer estadio, el niño da preferencia a su esquema global en detrimento de la coherencia operatoria, existen también entonces tres circunstancias que hacen la composición imposible y nos basta mencionarlas para comprender el mecanismo de la construcción posterior. En primer lugar el niño habla unas veces como si las dimensiones espaciales fueran proporcionales al peso, y otras veces como si ocurriera la inversa, y de aquí nace una contradicción permanente. En segundo lugar, cuando una de las relaciones se modifica de manera inesperada (por ejemplo cuando se endereza un cilindro hasta entonces tendido) el sujeto la considera aisladamente en lugar de componerla con las relaciones inversas (si la altura aumenta, la anchura disminuye). En tercer lugar, permanece fiel a la idea de que las relaciones que intervienen están ligadas globalmente pero que son desmentidas sin cesar por las transformaciones reales, el niño no se fía ni de la regularidad de la experiencia ni de las proposiciones anteriormente admitidas a título de

datos. De donde se puede concluir, naturalmente, que las tres condiciones de la composición serán: 1) Una disociación de las cualidades presentes, es decir, una división de clases o «abstracción» [4] de las cualidades de peso y fuerza para no conservar más que las dimensiones espaciales (admitiéndose que el sólido es lo bastante pesado como para sumergirse). 2) Una multiplicación de las relaciones restantes, con compensación de las variaciones en sentido inverso, es decir, un sistema que permite expresar, ya sea cualitativamente o bien cuantificándolo, el volumen del sólido en función de sus dimensiones y poner en correspondencia este volumen con el del agua desplazada (véase el caso de Lie y Cos en el cuarto estadio). 3) Un conjunto de invariantes lógicas y experimentlaes.

Dicho esto, ¿cómo podremos discernir, en la construcción lógica solidaria de la ley de los niveles, lo que es debido a la experiencia o a la inducción experimental de lo que es debido a la composición misma, es decir, de las operaciones como tales?

Está claro, en primer lugar, que las tres condiciones mencionadas hace un momento no pueden darse sin la experiencia: es, pues, únicamente la experiencia la que proporciona el contenido de las operaciones, es decir, la que define cuáles deben ser efectuadas y en qué sentido. ¿Por qué el nivel del agua depende del volumen y no del peso del cuerpo sumergido cuando éste es suficientemente pesado como para quedar completamente cubierto? ¿Por qué el agua sigue siendo incompresible cuando se sumerge un cilindro de metal y se limita a desplazarse hacia arriba? ¿Por qué el peso y el volumen de los sólidos no son siempre proporcionales? ¿Por qué el volumen del sólido es constante, y toda deformación, según una dimensión, supone modificaciones complementarias de las demás dimensiones? En resumen, la experiencia es quien indica qué relaciones deben ser disociadas o compuestas entre sí, cómo hay que componerlas y cuáles son los invariantes reales o las constantes físicas.

Pero es igualmente claro que ninguno de estos contenidos experimentales puede ser grabado, es decir, ninguno puede dar lugar a una «lectura» por simple observación o experimentación, y no puede ni siquiera ser concebido, sin una composición de orden formal. Empezando por el tercer punto, por la simple regularidad del universo dado o la simple existencia empírica de constantes, todos sabemos que la experiencia no se repite en

4. En el sentido operatorio de la operación inversa de la multiplicación lógica. Ver *Compte-rendu des scéances de la Société de Physiqu de Genève*, 1941 (Vol. 58), p. 155.

realidad nunca completamente, y que los mecanismos que se reproducen no son más que productos de abstracción. Si el cilindro de plomo A hace subir el agua tanto como A', y si A' = A", ¿por qué podemos esperar que A = A"? No es exagerado decir que hay que admitirlo porque la lógica lo quiere,[5] ya que, si quisiéramos seguir los destinos de cada gota de agua y de cada grano de metal, pueden ocurrir muchas cosas de A a A". ¿Y por qué el efecto A será todavía equivalente al efecto A' si se vuelve a empezar la experiencia? De nuevo porque la experiencia exige que A = A y que A' = A'. Esto significa que, en los dos casos, si se encuentra en la experiencia y con un cierto grado de precisión que A ya no es igual a A" o a A', no se dirá que A, A' o A" han dejado de ser idénticos a sí mismos y que por esta razón no pueden ser pensados, sino que se han convertido en diferentes físicamente; esto no impide entonces retener por abstracción su estado primero y continuar planteando desde este punto de vista abstracto que si A = A' y si A' = A" entonces A = A" todavía y siempre. En otros términos, el contenido experimental sugiere las operaciones a efectuar, pero a continuación, mientras que el mundo físico se transforma y transcurre, la razón inmoviliza los estados terminados y proporciona los medios de volverlos a encontrar cuando quiere, convirtiendo el mundo en reversible gracias al pensamiento. Después realiza el mismo trabajo con los datos nuevos de la observación, y así sucesivamente, y así la experiencia se va poniendo continuamente de acuerdo consigo misma, es decir, con su pasado tanto como con su presente. Si sobreviene algún cambio en la composición del plomo o de los demás cilindros, si el agua se evapora o se dilata por el calor, si los recipentes cambian ligeramente de forma o de dimensiones, podremos siempre admitir que A = A y que A = A' = A" conciliando por medio de otras relaciones los datos nuevos con los datos anteriores. Por esta razón, cuando el niño no sabe todavía deducir A = A" no puede tener conciencia de experiencia y viceversa: la realidad experimental y la realidad operatoria (por medio de operaciones físicas o puramente lógicas, poco importa) se construyen conjuntamente.

De igual modo, en lo que concierne a las dos primeras condiciones de la composición, es imposible disociar el volumen del peso (primera condición) o coordinar las relaciones múltiples constitutivas de los volúmenes físicos (segunda condición) sin una estructura formal muy precisa que con-

5. A. LALANDE, *Les problèmes de l'Induction et de l'Expérimentation,* París, (Boivin).

siste de hecho en un mecanismo operatorio reversible, es decir, en agrupamientos lógicos o en grupos aritméticos y geométricos. De la misma manera que el físico del laboratorio es incapaz de comprender nada e incluso de no grabar nada ni observar nada sin un aparato matemático que le sirve de instrumento explicativo al final de su investigación, y, desde el principio de lenguaje, o por decirlo así, de instrumento de percepción incluso (puesto que —H. Poincaré y P. Duhem lo han dicho desde hace tiempo—, no «ve» de la electricidad más que una aguja que oscila sobre una escala y de cualquier otro fenómeno no ve más que un conjunto de índices de este tipo, métricos y abstractos), igualmente el espíritu humano, desde sus orígenes más infantiles, no consigue entrar en contacto preciso con una cantidad de materia, un peso o un volumen más que a través de seriaciones, de equivalencias, de abstracciones (divisiones de clases), de multiplicación de relaciones, etc., es decir, de «agrupamientos» operatorios de orden formal, cuya cuantificación numérica o métrica constituye el resultado directo. Por ejemplo, para descubrir que el nivel del agua no depende más que del volumen y no del peso de un objeto (lo suficientemente pesado para sumergirse completamente), y esta disociación parece estar impuesta por los hechos de observación más elementales, es necesario que el niño recorra cuatro estadios sucesivos que escalonan entre cuatro y once años aproximadamente, solidarios de toda la construcción operatoria de las invariantes de sustancia, de peso y de volumen (!). Comprender que un cilindro de plomo de las mismas dimensiones que un cilindro de aluminio desplazará el mismo volumen de agua, supone en realidad todos los agrupamientos de la lógica de las equivalencias y de las seriaciones y multiplicaciones de relaciones asimétricas. Admitir que un mismo cilindro ocupa el mismo volumen de pie que tendido implica toda la lógica. Y alcanzar simplemente el significado más empírico de la igualdad de nivel producida por la inmersión del rulo de arcilla y de los cilindros de metal conduce a las operaciones reversibles por medio de las cuales el sujeto descubre que entonces se puede construir con esta pasta de modelar un cilindro de las mismas dimensiones que los demás y que se puede incluso verter el agua desplazada en un recipiente cilíndrico que tenga todavía el mismo volumen.

Y si no necesitamos grandes comentarios para demostrar que estas mismas composiciones, pero en su forma paralela de operaciones físicas —recordemos el paralelismo establecido en la conclusión del capítulo undécimo— son las que han conducido al niño a la noción de la conserva-

ción del volumen (capítulo tercero), al atomismo que permite generalizar esta conservación en caso de disolución (capítulo sexto) y al esquema de la compresión y de la descompresión que dejan el volumen corpuscular invariante (capítulos séptimo-noveno). En cuanto al primer punto, está claro que la conservación de las cantidades, ya se trate de la sustancia, del peso o del volumen, suponen a la vez las composiciones de equivalencias y las composiciones aditivas estudiadas aquí, pero naturalmente en tanto que adiciones propiamente físicas, y que las invariantes así construidas constituyen precisamente una victoria de la reversibilidad operatoria sobre el transcurso de las cosas. En cuanto a la composición atomística, ya hemos visto con bastante claridad que constituía la simple prolongación de las precedentes, pero en un plano corpuscular que sobrepasa los límites de la percepción y hace, pues, mucho más necesaria la intervención de un mecanismo deductivo susceptible de reconstruir lo real. Existe, en particular, un paralelismo importante entre las actitudes operatorias o formales y las actitudes experimentales o inductivas analizadas a propósito de la conservación del azúcar y del atomismo naciente (capítulos quinto-sexto) y la que hemos encontrado de nuevo en el presente capítulo: durante el primer estadio, a la ausencia de toda conservación le corresponde una insensibilidad completa ante la experiencia, durante el segundo estadio, el atomismo inicial y la conservación de la sustancia únicamente corresponden a un principio de sumisión a la experiencia, pero sin coordinación suficiente; un tercer estadio, caracterizado por el atomismo con composición exacta de los pesos, presenta el desarrollo de una inducción sistemática, con sumisión completa a la experiencia, y el cuarto estadio, que es el del atomismo con composición completa de las materias, pesos y volúmenes, es también el de la deducción integral de la experiencia, comprendido el esquema de la compresión y de la descompresión. Existe pues una entera correspondencia, no solamente entre las composiciones analizadas aquí y las que intervienen en el atomismo, sino también entre las actitudes inductivas observadas en los dos dominios, a partir del nivel inicial de la impermeabilidad a la experiencia hasta el momento en que gracias a la composición de las equivalencias y de las adiciones, el mecanismo operatorio prima con su extraordinaria audacia deductiva.

Así pues, podemos permitirnos concluir que, en todos los dominios estudiados en esta obra, hay complementariedad total entre el contenido y la forma del pensamiento; el contenido consiste en los datos del mundo tal como son percibidos y la forma constituye el único dispositivo que

permite remontarse desde el estadio T de este mundo al estadio T-1, es decir, convertir la realidad en reversible gracias al pensamiento. Por otra parte, sería erróneo decir tan sólo que el contenido se reduce a los términos a los que se refieren las operaciones (A; A'; A"; etc.) y la estructura formal a las operaciones reversibles, mismas (=; +; —; ×; etc.) es evidente, en efecto, que los términos como tales no son aislables ni definibles más que en función de las relaciones que se mantienen entre sí, es decir, por consiguiente, de las operaciones que los unen; recíprocamente estas operaciones toman sus raíces en la realidad; puesto que es lo real lo que impone las diversas reuniones o disociaciones que hay que efectuar entre los términos. En un sentido, el pensamiento no hace más que prolongar lo real, pero lo prolonga añadiéndole la reversibilidad.

Si ahora intentamos extraer la relación que existe entre la inducción experimental, cuya función es seguir lo real en sus meandros y en todas sus corrientes incluso irreversibles, y la composición deductiva, sea en su forma lógico-aritmética con abstracción del tiempo y del espacio, o bien en la forma de las «operaciones físicas», cuyo papel es el de recomponer el universo con la modalidad de una construcción reversible, entonces veremos que la inducción constituye también una composición —acabamos de ver el porqué—, pero una composición inacabada, es decir, un «agrupamiento» o un grupo de operaciones que todavía no está cerrado sobre sí mismo. Es fácil de interpretar, pues, la mezcla de inducción experimental y de deducción pura que hemos encontrado, tanto a propósito de la constitución de las nociones de conservación y sobre todo del atomismo, como en el curso de las composiciones y de la elaboración de la ley del desplazamiento de los volúmenes estudiados en este capítulo: la construcción de una ley experimental no es más que un esfuerzo de composición progresiva, intento coronado por el éxito cuando las relaciones que intervienen son lo bastante simples como para poder ser agrupadas en un momento determinado, pero que permanecen en el plano inductivo si la composición no llega a cerrarse en un sistema reversible, porque entonces las relaciones observadas entre los fenómenos no pueden ser deducidas, sino sólo comprobadas. Dicho de otro modo, la inducción es una aplicación de las operaciones reversibles a un contenido irreversible, ya sea porque está formado de datos todavía insuficientemente conocidos o elaborados para dar lugar a un agrupamiento coherente, o bien porque es irreversible en realidad: en los dos casos, las operaciones no desembocan en una composición entera, sino que la preparan, y en la medida

en que la inducción de las leyes se ve coronada por el éxito acaba por confundirse con la deducción misma.

CONCLUSIÓN

Al llegar al término de estas investigaciones sobre la evolución de las cantidades en el niño, permítasenos aún algunas reflexiones, a título de observaciones finales sobre la cuantificación, la lógica y la experiencia.

I

Sería absurdo oponer radicalmente la cantidad y la cualidad, como si el dominio matemático fuera puramente cuantitativo y como si los razonamientos de simple lógica fueran exclusivamente cualitativos. La cuantificación tan progresiva de las cualidades físicas, tal como las hemos observado a lo largo de todo nuestro estudio, demuestra por el contrario la interdependencia completa de estos dos términos, que no son de ninguna manera antitéticos.

En realidad, toda relación entre las cualidades mismas, envuelve una cantidad. Precisamente, nunca podemos concebir, ni siquiera percibir cualidades absolutas o aisladas, sino más bien y siempre, cualidades relacionadas unas con otras y cuando creemos lo contrario no se trata más que de una ilusión. Koehler ha demostrado, por ejemplo, que un animal adiestrado a escoger B por oposición a A, escogerá después C y no B si le presentan B y C simultáneamente, y si estos dos términos están en la misma relación que lo estaban A y B (color, tamaño, etc.). No existen, pues, nunca cualidades sin relaciones y la cantidad es, por consiguiente, tan primitiva como la cualidad: las dos son nociones distintas, pero indisociables.

Únicamente existen tres tipos de relaciones entre objetos cualificados y por consiguiente tres tipos de cantidades, cada una de las cuales recibe una explicación psicológica y axiomática distinta:

Existe en primer lugar la *cantidad intensiva* (para utilizar un término que Kant ha convertido en clásico): define simplemente las relaciones de parte a todo y se limita a afirmar que el todo es más grande que la parte o que una parte tiene el mismo tamaño que ella misma, pero sin comparar

una parte cualquiera a otra parte. Este tipo de cantidad es el único que interviene en lógica, pero interviene en todo agrupamiento lógico. Si, por ejemplo, todos los A y todos los A' son B y los B son A o A'; si todos los B y todos los B' son C y los C son B o B', etc.; entonces tenemos que A < B y A' < B; B < C y B' < C; etc. Pero no se sabe nada de la relación entre A y A'como tales; o entre B y B'; entre A y B'; entre A' y B'; etc. Igualmente, si entre *o* y α existe la diferencia *a,* en una serie de relaciones asimétricas (relaciones de diferencias); entre α y β la diferencia *a'*; entre β y γ la diferencia *b',* etc., se sabe si $a + a' = b$; $b + b' = c$; etc., que $a < b$ y $a' < b$, que $b < c$ y $b' < c$, etc., pero no se sabe nada de las relaciones entre *a, a'* y *b'*. Lo mismo ocurre si *a, b, c* son relaciones de parecido o de parentesco (relaciones simétricas encajadas). Todo esto es, por otra parte, evidente, puesto que para expresar los encajamientos de clases, el lenguaje lógico no conoce más que las cantidades «uno», «ninguno», «alguno» y «todos» y que en una seriación cualitativa tal que «el vino A es menos bueno que el vino B y éste menos bueno que el C» se sabe solamente que hay «más» de diferencia entre A y C que entre A y B o que entre B y C, pero no se sabe en cuanto se diferencian unas de otras.

Supongamos ahora que, en lugar de plantear simplemente que A + A' = B o que $a + a' = b$, pudiéramos igualar los términos A = A' o las diferencias $a = a'$, tendríamos entonces B = 2 A; C = 3 A; etc. (o $b = 2a$; $c = 3a$; etc.), es decir, una sucesión de números o de segmentos: de ahí el segundo tipo de cantidad o *cantidad métrica* (o numérica) fundada en la constitución de unidades (A o *a*).

Pero existe una tercera posibilidad: sin igualar las partes A, A', B', etc., o *a, a', b',* etc., se puede establecer entre ellas relaciones de diferencias que obedezcan a una ley cualquiera de construcción, por ejemplo, una serie de diferencias crecientes o decrecientes, de proporciones, de relaciones armónicas, etc. Tenemos entonces una cuantificación, que sin ser métrica, sobrepasa la de la simple lógica. Todo lo que se llama la geometría «cualitativa»[1] reposa sobre un tercer tipo de cantidad, que llamaremos *extensiva,* noción general de la cual el segundo tipo aparece como un caso particular.

1. Principalmente, la teoría del continuo (salvo el axioma de Arquímedes que es métrico): los postulados de Cantor (intervalos encajados convergentes en un punto límite) de Weierstrass, etc.; o la geometría proyectiva, no métrica (relaciones anarmónicas y cálculo gráfico de cuaternos armónicos, etc.).

II

Al ser la cantidad intensiva característica de la lógica, podría parecer que viene ya dada a partir de las relaciones perceptivas o intuitivas más elementales. Únicamente si la cantidad está ya presente desde estos niveles más primitivos de la actividad mental, es con la forma «bruta», es decir, indiferenciada (mezclando lo extensivo y lo intensivo) y sobre todo inmediata, llena pues de contradicciones, excepto en el campo momentáneo de la percepción o de la intuición actuales. Habrá que esperar, a partir de aquí, para que la cantidad intensiva se constituya con una forma estable y diferenciada, que la lógica misma se organice efectivamente. Pero la lógica no es innata, y la obra entera que se acaba de leer proporciona una nueva demostración de esto. En cada una de nuestras experiencias hemos podido comprobar que basta, a cierto nivel de desarrollo mental, un cambio cualquiera en la disposición de las partes para que según el niño, el conjunto (o adición lógica) de éstas no equivalga ya al todo, O aun si A = B y si B = C, A no es, hasta llegar a los siete o nueve años, necesariamente igual a C. O si se presentan tres pesos diferentes, los sujetos de siete a ocho años no saben cómo seriarlos en A < B < C, etc. De ahí naturalmente la incapacidad para toda cuantificación sistemática, incluso intensiva, puesto que ésta es el resultado de relacionar las partes con el todo y sin lógica no existe un todo estable. Y, de hecho, tanto a propósito de la sustancia misma como del peso y del volumen, hemos podido observar sin cesar este mismo resultado: Hasta que no hay lógica (lógica en general, en lo que concierne a la sustancia, y lógica del peso o del volumen), no existe conservación y sin conservación no existen cantidades superiores a la «cantidad bruta» de la intuición perceptiva.

De ahí el problema fundamental: ¿Cómo llega el niño a la lógica (en general o a las soluciones lógicas particulares)? No es en absoluto, como hemos comprobado, gracias a un simple perfeccionamiento de los métodos intuitivos o perceptivos, ya que la percepción es rígida e irrever-

---

Cuando, por ejemplo, Kovalevsky define la «proximidad» que rodea un punto de convergencia como conteniendo «casi todos» los puntos del conjunto, este «casi todos» (= todos salvo un número finito) sin ser métrico, supera, sin duda alguna, el «algunos» y el «todos» lógicos.

sible y, para llegar a coordinar la movilidad de las transformaciones reversibles se debe, por el contrario, romper las estructuras perceptivas y construir un sistema de operaciones puras.

Es así como nuestras investigaciones han podido confirmar las hipótesis ya emitidas a propósito de la «génesis del número» y demostrar la generalidad de éstas en el caso de estos nuevos problemas: la operación lógica no aparece aisladamente, como un razonamiento o un juicio sin contexto, tal como los estudiaba la lógica de los manuales clásicos, si no primeramente en su forma de sistemas de conjunto, tales que cada operación no existe más que en función de cada una de las demás. No existe, en efecto, ninguna operación aislada, por la simple razón de que sería contradictoria, al ser una operación una acción virtual, pero una acción que se pueda a la vez coordinar con otras (composición) y transcurrir en los dos sentidos (reversibilidad). La realidad concreta y «natural» en el dominio de las operaciones es, pues, el «agrupamiento»: no existen operaciones anteriores a un agrupamiento ya que es solamente gracias a este agrupamiento que las acciones llegan a ser operatorias o que las operaciones se constituyen como tales.

¿Qué hemos observado, pues, en el descubrimiento de las soluciones de cada uno de estos problemas estudiados en este volumen? La constitución simultánea y la coordinación de los cuatro mecanismos siguientes: 1) *La operación directa,* que se constituye gracias a cualquier acción con tal que dos de estas acciones compuestas una con otra den todavía una acción del mismo tipo y que la acción inversa forme parte del sistema. Por ejemplo, todas las acciones que consisten en reunir elementos en un todo (o en disociar las partes de este todo): si A es un elemento y A' otro, tenemos entonces que A + A' = B; si B se reúne con B', tenemos que B + B' = C, etc. Y también las acciones que consisten en colocar los elementos según un orden de diferencias graduales (o en desplazarlos, por traslación, rotación, compresión, etc.): Si a es una primera diferencia y se le añade a', tenemos entonces $a + a' = b$; $b + b' = c$; etc. Y también las acciones que consisten en ordenar según dos series de diferencias a la vez: A es a la vez más largo y más delgado que B, etc. 2) *La operación inversa*: las acciones precedentes no se convierten en «operatorias» más que si a cada una le puede corresponder una acción inversa: separar para reunir, desplazar para colocar (o volver a colocar para desplazar, la inversa de la inversa vuelve a ser la operación directa), recorrer una serie en el otro sentido (invertir una relación consiste entonces en construir la

relación «conversa»), etc. En efecto, todo lo que hemos visto desde los comienzos de la reversibilidad (capítulos primero-sexto, etc.) nos ha demostrado que ésta constituía la condición de formación de los sistemas operatorios, de la misma manera que la reversibilidad verdadera no se constituye de manera estable (y sobrepasa el nivel del «retorno empírico al punto de partida») más que al apoyarse sobre el conjunto de las operaciones: digamos, pues, en una palabra, que la operación directa se apoya necesariamente en la inversa y recíprocamente. 3) Pero para que el pensamiento alcance este equilibrio móvil que constituye en la vida mental el «agrupamiento» de las operaciones directas e inversas, es necesario aún que se cumpla una condición esencial, y la observación nos ha demostrado de nuevo que está realmente en sincronismo con las precedentes, es necesario que un resultado dado sea considerado como independiente del camino recorrido para alcanzarlo, dicho de otro modo, que si el mismo resultado es alcanzado por dos caminos distintos, sea de todas maneras reconocido como «el mismo». Tal es la *asociatividad*: admitamos, por ejemplo, que después de repartir una bolita C en trozos A, A' y B' yo reúna primero A + A' en un solo trozo (B) para añadirle a continuación B' o que yo ponga A aparte para luego reunir (A' + B'). En el nivel lógico ningún niño duda ya de que (A + A') + B' = (A' + B'), mientras que antes el resultado no era necesariamente idéntico para él. 4) Si ahora una operación directa se compone con su inversa (por ejemplo, aplastar una bolita dándole forma de galleta y después volverla a redondear dándole la forma de bolita) es en realidad como si no se hubiera hecho nada: *la operación idéntica* define un producto de este tipo y permite al mismo tiempo asegurar la identidad de un todo o de una parte cuando no se efectúa ninguna transformación desde el punto de vista de la operación considerada. Hemos visto repetidas veces que la identificación simple invocada por nuestros sujetos («usted no ha quitado nada ni ha añadido nada») aparece únicamente en unión con la reversibilidad y con el conjunto del agrupamiento.

Tales son los cuatro procesos que aparecen simultáneamente en el momento que el sujeto reflexiona sobre las transformaciones como tales, en lugar de detenerse a reflexionar sobre cada forma perceptiva dada como si fuera un absoluto que se bastara a sí mismo. De ahí las repercusiones inmediatas que hemos observado en la cuantificación y que proporcionan la mejor verificación del término de los agrupamientos: la afirmación *a priori* de la conservación y la construcción de esquemas atomísticos. Para

comprobar la existencia misma de un agrupamiento progresivo de las operaciones, basta con observar las explicaciones espontáneas de nuestros sujetos, puesto que una vez superado el razonamiento simplemente intuitivo de los comienzos, invocan espontáneamente las operaciones directas, la reversibilidad y la identidad y la creencia en la asociatividad sale sin cesar en sus afirmaciones. Pero el agrupamiento podría simplemente esbozarse sin llegar a actualizarse: sin embargo, ¿qué dato más demostrativo de su terminación podríamos encontrar que el paso de los juicios empíricos y solamente de probabilidad al razonamiento deductivo y constructivo que afirma la conservación en tanto que necesaria y que construye para justificarla un sistema de relaciones atomísticas que van más allá de toda verificación perceptiva?

III

Antes de demostrar de qué manera los agrupamientos, una vez terminados, engendran una cuantificación extensiva, tan pronto como están constituidas las cantidades intensivas así definidas por las relaciones de parte y de todo, conviene todavía recordar que las operaciones, cuyo agrupamiento acabamos de describir, pueden ser de dos tipos. Cuando el sujeto, en presencia de objetos individuales considerados como invariantes, los reúne en *clases* o los ordena según sus *relaciones,* estas clases o estas series son independientes del tiempo y del espacio, al igual que los *números* o equivalencias aritméticas que establecerá entre ellos. Hablamos entonces de *operaciones lógico-aritméticas* cuando se reúnen estas dos condiciones: los elementos a los cuales se aplica la operación son objetos individuales invariantes y las operaciones prescinden, en cuanto a su acción misma, de las condiciones espacio-temporales.

Pero cuando nuestros sujetos reúnen (efectivamente o con el pensamiento) las partes de materia en una sola bolita o los granos de sustancia disueltos en un solo trozo, componen las relaciones de parte y de todo exactamente como si se tratara de elementos individuales que podía reunir entonces o de relaciones entre subclases y clases totales: sin embargo, el todo, es decir, la bolita o el trozo, no es ya aquí una clase, sino un objeto individual. Se pensará quizá que la diferencia entre las relaciones de partes a objeto total o de objeto a clase total no conciernen más que a la

representación o el contenido del pensamiento y que no interesan a la lógica. En realidad no es así, sino que por el contrario se puede distinguir fácilmente, desde un punto de vista puramente formal, las inclusiones de parte a todo que son transitivas entre sí (por ejemplo la nariz de Sócrates forma parte de su cabeza; la cabeza de Sócrates forma parte de Sócrates, luego la nariz forma parte de Sócrates; etc.), y las inclusiones de individuo a clase o de clases a clases que naturalmente también lo son (Sócrates es un ateniense; los atenienses son griegos, luego Sócrates es un griego), pero las primeras no son transitivas en relación a las segundas (Sócrates es un ateniense, un griego, etc., pero ni su cabeza ni su nariz no son griegos ni atenienses, aunque formen parte de él mismo; y si perdiera su nariz no por eso dejaría de ser un ateniense, griego, etc., pero él mismo, en tanto que objeto individual, no hubiera ya constituido el mismo todo). Nosotros oponemos, pues, *la partición* o *adición partitiva* (reunión o fraccionamiento de partes) a la inclusión o adición lógica (reunión o exclusión de objetos en tanto que elementos de clases) distinguiendo la primera de estas operaciones de la segunda gracias a las dos características siguientes: 1.ª) Es intralógica, es decir, que el «todo» que constituye su límite superior es el objeto individual (tan grande como se quiera, comprendido el universo mismo considerado como objeto). 2.ª) Considera las partes y el todo en tanto que elementos espaciales o temporales, puesto que los delimita por medio de fraccionamientos y no ya por simples distinciones abstractas.

Igualmente, en segundo lugar, cuando nuestros sujetos conciben los estados sucesivos de la bolita, del azúcar o del grano de maíz como debido a ensanchamientos o a contracciones, a descompresiones o a compresiones, etc., está claro que componen estas relaciones de la misma manera que si fueran relaciones asimétricas cualesquiera, susceptibles de seriaciones simples (aditivas) o múltiples (multiplicativas). Sin embargo, no se trata aquí de seriar objetos como tales, que sostienen entre sí ciertas relaciones invariantes como ellos, sino de seriar los «estados» de un mismo objeto. Por consiguiente, las relaciones entre estados no constituirán relaciones cualesquiera, sino *emplazamientos* espacio-temporales, cuyas transformaciones son desplazamientos; de la misma manera que las particiones componen los objetos que pueden ser a continuación clasificados, igualmente los emplazamientos y desplazamientos son operaciones infralógicas que engendran las relaciones que pueden a continuación ser seriadas.

En resumen, las operaciones espacio-temporales o físicas (infralógicas) tienen la misma estructura formal que las operaciones lógicas, pero presentan otro significado operatorio y por esta razón no se pueden componer con aquéllas a pesar de organizarse según los mismos tipos de agrupamiento. Al igual que las operaciones lógicas, las operaciones físicas pueden así presentarse con una forma cualitativa, con cuantificación simplemente intensiva y ser cuantificadas extensivamente o métricamente.

IV

El paso de la cantidad intensiva a las cantidades extensiva y métrica, y esto desde el doble punto de vista de las operaciones lógicas y espacio-temporales, se opera, tal como hemos visto al empezar, no ya por adjunción de operaciones nuevas, sino gracias a un simple reagrupamiento de las operaciones en juego en los agrupamientos precedentes.

En efecto, en todos los dominios explorados hasta aquí, la cronología de la evolución ha sido la misma: no hay, contrariamente a lo que se podría creer, un estadio de cuantificación intensiva primero, seguido de un estadio posterior de cuantificación extensiva o métrica. Lo que se presenta en primer lugar es algo muy distinto: la cantidad «bruta», intuitiva o perceptiva, que es a la vez indiferenciada (es decir, tanto intensiva como extensiva, por falta de operaciones claras que permiten distinguir lo lógico y lo numérico) e incoherente. Después se constituye la cantidad intensiva gracias a las operaciones lógicas y físicas cuyo desarrollo puede seguirse paso a paso, y entonces, tan pronto como este primer tipo de cuantificación está acabado, nos damos cuenta de que las cantidades métricas o extensivas en general intervienen al mismo tiempo, ¡sin que se comprenda a primera vista de dónde salen! Tal es la situación paradójica que se presenta siempre y que nos muestra un mecanismo genético muy instructivo para la comprensión de las relaciones entre la lógica y la materialización de las cualidades.

No hablamos aquí, naturalmente, del empleo que puede hacer el niño de nociones aprendidas tales como los primeros números, sino de esta métrica concreta y espontánea que se manifiesta en las experiencias del capítulo noveno, por ejemplo.

En lo que concierne a la cantidad de materia o de sustancia, es decir, a la forma más simple de las cantidades, no hemos hecho (excepto a propósito de las barras «homogéneas» del capítulo noveno) nuevas experiencias sobre la cuantificación extensiva o métrica, porque hemos visto ya los resultados en otra parte: [2] Sin embargo, quizá ya se recordará, en el momento en que el niño es capaz de postular la conservación de líquidos transvasados de un recipiente a otro, y de llegar por consiguiente a una cuantificación al menos intensiva, es cuando sabe resolver los primeros problemas de cuantificación métrica o extensiva. Por ejemplo, si el contenido de un recipiente B se vierte en $A_1 + A_2$, sabrá prever que A_1 vertido en B dará únicamente la mitad de la altura inicial, etc. O si vertemos B en L, más delgado y alargado, tendrá en cuenta las proporciones inversas e igualará las diferencias observadas, etc. Por el contrario, antes del estadio de la conservación, es incapaz tanto de una métrica tan simple como ésta como de proporcionalidades extensivas.

Pero, cosa interesante, esta misma interdependencia entre la cuantificación intensiva o lógica y las cuantificaciones extensivas o métricas, se encuentra exactamente igual, en lo que concierne al peso, pero con un desajuste de un estadio, puesto que la conservación del peso caracteriza el estadio III por oposición al estadio II que conoce únicamente la de la materia. En efecto, en el mismo estadio en que el niño es ya capaz de afirmar la necesidad de la conservación del peso, comprende también, después de confeccionar una bolita de arcilla del mismo peso que un tapón mucho más voluminoso, que para realizar el peso de la mitad o de la cuarta parte del tapón le bastará con cortar su bolita en mitades o en cuartos. Pero recordaremos cuántas soluciones absurdas ha dado a este problema antes de llegar hasta aquí. O aún, siempre en el mismo estadio III, sabrá no solamente que si dos barras son iguales, $A = B$, y si la segunda tiene el peso de un trozo de plomo C ($B = C$) entonces $A = C$ (cuantificación intensiva), pero también que si $C = D$, entonces $A + B = C + D$ o $A + C = B + D$, etc. y de manera general $A + A = 2A$ (cuantificación métrica). En cuanto la cuantificación extensiva no métrica, hemos visto ya bastante, al discutir las condiciones del descubrimiento de la conservación en general, y en particular los cuatro métodos posibles a este respecto (final del capítulo primero), cómo la constancia de las pro-

2. PIAGET y SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant,* cap. I y sobre todo cap. X.

porciones se afirma siempre al mismo tiempo que la igualdad de diferencias y que la identidad de los elementos lógicos.

Recordemos aún que en el estadio IV el descubrimiento de la conservación del volumen físico da lugar exactamente a los mismos sincronismos: el agrupamiento lógico trae consigo las composiciones métricas (capítulo duodécimo) y las composiciones extensivas no métricas (proporciones).

En fin, si quisiéramos insistir más aún, veríamos cómo el estudio del desarrollo del atomismo espontáneo proporcionaría pruebas de la generalidad del mismo fenómeno: nacido de los agrupamientos infralógicos de partición y de desplazamientos, el atomismo constituye en su fuente el prototipo de la cuantificación intensiva puesto que tiene por única finalidad la de explicar la conservación. Pero por el hecho mismo de que los «granos» son rápidamente igualables, reductibles, pues, a una colección de unidades, esta cuantificación se ve inmediatamente acompañada por una métrica implícita, la colección de los granos constituye, en efecto, una especie de «conjunto numerable» en relación a los números mismos.

Pero si la formación de las cantidades intensiva, extensiva y métrica presenta este sincronismo en la génesis psicológica, es porque hay parentesco estrecho en los mecanismos operatorios que las constituyen respectivamente. Y no se puede, en efecto, mencionar ninguna operación particular que sea constitutiva de las cantidades métricas o extensivas por oposición a las otras: la novedad es pues la síntesis más que tal o cual forma operatoria elemental. Ciertamente, hay «iteración» $A + A = 2A$, fuera de la cual no podría haber métrica y esta iteración distingue la relación numérica de la adición lógica ($A + A' = B$, o de la identidad tautológica $A + A = A$. Pero la iteración no es más que la adición de la «unidad» A a sí misma y la unidad resulta simplemente de la generalización de las sustituciones que se pueden introducir entre A, A', B', etc., en el agrupamiento aditivo $A + A' + B$; $B + B' = C$, etc. Lo que distingue la matemática de la lógica, es decir, lo extensivo de lo intensivo, es pues el paso del «agrupamiento» al «grupo», es por consiguiente una nueva organización de las operaciones, pero sin adjunción de operaciones especiales radicalmente diferentes de las operaciones lógicas.

¿Cómo explicar este paso? Lo hemos visto a propósito de la composición de los pesos (capítulo décimo, 3). Pero conviene demostrar que la explicación dada es general: los «agrupamientos lógicos» se transforman en «grupos» matemáticos gracias a una síntesis operatoria de los agrupamien-

tos de clases (equivalencias) y de los agrupamientos de relaciones asimétricas (diferencias), cuando las equivalencias y las diferencias son simultáneamente generalizadas unas en función de las otras.[3] En efecto, cuando una colección de elementos tales que el trozo de plomo A y las tres barras que llamaremos A, A' y B' se definen únicamente por sus cualidades, se pueden agrupar: 1) Seriando sus diferencias: por ejemplo $O \xrightarrow{a} A_2 \xrightarrow{a'} A_1$ significará que A_2 es más denso que cero y que A_1 es más denso que A_2; etc. 2) Reuniéndolos en tres clases: por ejemplo el plomo formará una clase aparte A_1 y las tres barras otra clase ($C_2 = A_2 + A'_2 + B'_2$) porque A_2; A'_2 y B'_2 son equivalentes en todas sus cualidades y A_1 presenta otras características cualitativas. Se puede así comprobar que estos objetos tienen todos el mismo peso y construir entonces la clase D ($= A_2 + A'_2 + B'_2 + A_1$ convertido entonces en C'_2) que comprende el conjunto de estos mismos objetos, pero sin excluir las cualidades particulares que les diferencian. 3) Supongamos ahora que prescindiéramos de estas cualidades particulares y que retuviéramos únicamente las equivalencias, desde el punto de vista considerado: entonces cada uno de los términos es elevado al rango de unidad A y la clase D se define sin más $D = A + A + A + A$. Pero en este caso, ¿cómo distinguir los A unos de otros puesto que pueden sustituirse sin condiciones? Pues seriándolos de nuevo. Pero los agrupamientos lógicos, 1) y 2), no pueden combinar en una única totalidad operatoria la clasificación de las equivalencias y la seriación de las diferencias, porque no se puede construir una serie cualitativa reservándose al mismo tiempo el derecho de permutar sus términos (es decir, considerarlos como equivalentes). La única seriación que permite distinguir unas unidades equivalentes a A, será pues la que prescinda de las cualidades particulares y que no retenga más que las diferencias de orden: será simplemente la serie constituida por el orden de designación, puesto que, sea cual fuere el orden escogido, tendremos siempre $A + A + A + A = D$. En este sentido, el grupo numérico 3) resulta de la síntesis de los agrupamientos lógicos equivalentes 2) y de diferencias 1) por generalización de unos y otros.

Observemos ahora que se vuelve a encontrar el mismo mecanismo en el caso de las operaciones espacio-temporales o físicas. Se puede con-

3. Véase *La genèse du nombre chez l'enfant*, pp. 223-228 y el *Compte-rendu des séances de la Société de Physique de Genève*, vol. 58 (1941), p. 123 (teorema VII).

siderar indiferentemente los objetos precedentes (las barras y el plomo) como elementos de clases y de relaciones o como partes de un mismo objeto total (= el peso total que resulta de la adición de los pesos parciales). En este caso, la métrica debe concebirse como la síntesis de la partición (después de convertir las partes en sustituibles bajo la forma A + A + A + A) y del emplazamiento (cada una se distingue de las demás por el lugar ocupado en la distribución espacial). Por ejemplo, el niño construye sus modelos atomísticos gracias a una partición de la materia (fraccionamiento en granos) y a agrupamientos de emplazamientos y desplazamientos (desplazamientos simples o compresiones y descompresiones, etc.). Pero tan pronto como esta construcción cualitativa está terminada, engendra una métrica virtual por el hecho de que el sujeto considera cada grano como una unidad equivalente a las demás. ¿Pero cómo los distingue entonces unos de otros, cuando afirma, por ejemplo, la conservación del «número» total de estas partículas, a pesar de ser innumerables, extendidas dentro del agua azucarada o dentro de la harina del maíz, y lo afirma sin ser siquiera capaz de percibir ninguna de ellas? Simplemente porque sabe muy bien, con el pensamiento, «colocarlas» unas al lado de otras o unas encima de otras y esto sin que ninguna de ellas ocupe jamás a la vez el mismo sitio.[4] La cantidad métrica, pues, es una síntesis de la partición y del emplazamiento (o desplazamiento), gracias a la igualación de las partes —unidades y generalización de la idea de orden (todas las hileras que se puedan construir colocando las mismas unidades de un extremo al otro tienen el mismo valor), de la misma manera que el número es una síntesis de la clase y de la relación asimétrica gracias a la generalización de las equivalencias y de las diferencias seriables.

En cuanto a la cantidad extensiva no métrica, es evidente que resulta también de una comparación entre las partes de un mismo todo, por oposición a las simples relaciones de partes a todo, pero es una igualación de las relaciones (proporciones, etc.) y no únicamente una igualación de las unidades o de las diferencias como tales.

4. La distribución total permanece idéntica si permutamos dos elementos cualesquiera, el orden es así «vicariante» como en el caso de la ordenación numérica finita.

V

Cuáles son, pues, en esta construcción de conjunto que abarca la inclusión de clases, la seriación de las relaciones y el número de la misma manera que la partición, el emplazamiento y la métrica, la parte debida a la experiencia y la parte debida a la actividad mental? Hemos tenido ocasión, en varias páginas de esta obra, de plantear este problema, particularmente en forma de las relaciones entre el contenido o la materia experimental de las operaciones y su estructura deductiva.

Nos hemos visto conducidos, en primer lugar, a distinguir dos momentos en esta discusión: existen, por una parte, las relaciones entre las operaciones físicas y las operaciones lógico-aritméticas, y por otra parte, las relaciones entre ambos y la inducción experimental. Sería erróneo considerar las primeras de estas operaciones como un contenido en relación a las segundas y un contenido más próximo de la experiencia misma. En realidad ambas se constituyen conjuntamente y se diferencian de un fondo común, las primeras consisten en estructurar las partes del objeto del mismo modo que sus emplazamientos y la segunda las reuniones de objetos o relaciones entre objetos. Son, pues, tan formales o tan experimentales unas como otras.

¿Cuál es, pues, el fondo común que está en el origen de los dos tipos de operaciones? Es aquí donde se plantea el problema de la forma deductiva y del contenido experimental o de la composición y de la inducción. Este fondo común de las operaciones, en general, no es otra cosa que la acción misma en su forma más concreta y más sensoriomotriz. Una operación, tal como hemos visto sin cesar, es una acción convertida en reversible. Una acción cualquiera no es una operación, porque no conduce más que a resultados cualesquiera y no conducen a ellos más que de una manera empírica. Constituye entonces una construcción susceptible de fecundidad, pero una construcción no regulada. La regulación de esta construcción empieza, y con ella el carácter operatorio de la acción, cuando las aciones se agrupan en un sistema cerrado, asociativo y reversible (véase II). La inducción no es más que la construcción en vías de agrupamiento, la inducción empieza cuando se efectúa la construcción en el interior de «agrupamientos» o de «grupos» acabados.

Pero si bien esta solución es suficiente en el terreno del razonamiento,

el problema de la forma debida a la actividad intelectual y del contenido impuesto por la experiencia como tal, puede volverse a plantear en el terreno de la inducción misma o de los estadios de la inteligencia que preceden a la operación. La inducción es un razonamiento que todavía no está agrupado y que puede ser contemporáneo de verdaderas deducciones, mientras que, antes de estas dos, hay inteligencia intuitiva, la inteligencia sensoriomotriz, el hábito y la percepción, y en cada uno de estos planos puede plantearse el problema en términos nuevos.

Si se generaliza, pues, es necesario precisar que a partir de las actividades mentales más bajas, se presentan dos realidades cuya relación domina al principio el problema que nos ocupa: la motricidad, fuente de las operaciones futuras, y la materia sensible, punto de contacto con las propiedades del medio exterior. Dos tipos de investigaciones permiten afirmar que, por más arriba que nos remontemos, no son éstas dos realidades independientes, sino que están siempre interdependientes. Algunos trabajos [5] sobre la percepción han demostrado que si bien la materia sensible proporciona a la motricidad sus puntos de referencia y sus señales, ésta proporciona en cambio a aquélla sus estructuras en un círculo sin fin (el «Gestaltkreis»). Al estudiar, por otra parte, las percepciones y sobre todo la inteligencia sensoriomotriz de los primeros meses del desarrollo del niño, hemos intentado establecer igualmente que ambas son interdependientes desde el principio en totalidades, o en «esquemas sensorio motores», tales que los datos sensibles no adquieren un significado más que a través de una «asimilación» a las acciones que se repiten y que éstas son efectivas únicamente gracias a la «acomodación» a los datos percibidos sucesivamente. Hay que buscar el primer contacto —y los primeros conflictos— de la actividad mental y de la experiencia en esta asimilación egocéntrica de lo real a la motricidad y en esta acomodación fenomenista de la acción a los datos exteriores.

Toda la historia del «agrupamiento» es la historia de una descentración progresiva de la acción propia, es decir, de una eliminación del egocentrismo en provecho de la «composición» cerrada y regulada, gracias a que las acciones iniciales se convierten en reversibles y operatorias o, si se prefiere, gracias a que las acciones del «yo» se insertan en la totalidad de las acciones posibles; y toda la historia de la experimentación es la historia de una corrección gradual del fenomenismo, cada dato percibido, tar-

5. Los de la escuela de Weizsäcker, Auersperg, etc.

de o temprano puede concebirse como el resultado de una de estas operaciones posibles. Solamente entonces la asimilación y la acomodación de los principios, pasan de ser a la vez indiferenciadas y antagonistas, en tanto que la primera sigue siendo egocéntrica y la segunda fenomenista, a disociarse y a convertirse en complementarias, «agrupando» una de ellas las acciones operatorias según los lazos de necesidad interna y aplicando, la otra a las realidades irreversibles los modelos más probables sugeridos por esta organización.

ÍNDICE

PRÓLOGO 7

INTRODUCCIÓN 11

Primera parte

GÉNESIS DE LAS NOCIONES DE CONSERVACIÓN

I. *La conservación de la sustancia y las deformaciones de la bolita de arcilla* 33

1. La técnica adoptada y los resultados generales . . 34
2. El primer estadio: ausencia de conservación . . . 36
3 El segundo estadio. Primer subestadio (estadio II A): reacciones intermedias entre la no conservación y la conservación de la sustancia 41
4. El segundo subestadio del segundo estadio (estadio II B): la conservación de la sustancia . . . 45

II. *La conservación del peso y las deformaciones de la bolita de arcilla* 57

1. El segundo estadio (estadio II A y B): ausencia de la conservación del peso 58
2. Segundo estadio (estadio II A y B). Continuación: la no conservación del peso y del movimiento . . 71

3. El primer subestadio del tercer estadio (estadio III A): reacciones intermedias entre la no conservación y la conservación del peso 74
4. El segundo subestadio del tercer estadio (estadio III B): conservación del peso y de la sustancia, pero no del volumen 82

III. *La conservación del volumen a igual concentración de materia* 87

1. El tercer estadio (estadio III A y B): conservación de la sustancia, del peso y no conservación del volumen a igual concentración de materia 89
2. El primer subestadio del cuarto estadio (estadio IV A): reacciones intermedias entre la no conservación y la conservación del volumen 94
3. El segundo subestadio del cuarto estadio (estadio IV B): la conservación del volumen 97

Segunda parte

DE LA CONSERVACIÓN AL ATOMISMO

IV. *El aniquilamiento de la sustancia en la disolución del azúcar* 109

1. La técnica adoptada y los resultados generales . . 111
2. El primer estadio: no conservación de la sustancia, del peso del volumen o desaparición total del azúcar. 1.° Hechos y actitud espontánea del niño 112
3. El primer estadio: desaparición completa del azúcar. 2.° La reacción del sujeto en presencia de los datos imprevistos de la experiencia 120

V. *La conservación de la sustancia del azúcar y los inicios del atomismo* 127

1. El primer subestadio del segundo estadio (estadio II A): reacciones intermediarias entre la no conservación y la conservación de la sustancia . . . 128

2. El segundo subestadio del segundo estadio (estadio II B): conservación de la sustancia, pero no conservación del peso y del volumen 141

VI. *La conservación del peso y del volumen del azúcar disuelto en el agua y el final del atomismo* 149

1. El tercer estadio (subestadios III A y III B): la conservación del peso y de la sustancia con no conservación del volumen 149
2. El cuarto estadio (subestadios IV A y IV B): la conservación del volumen, del peso y de la sustancia . 157
3. Conclusiones 165

Tercera parte

COMPRESIÓN, DESCOMPRESIÓN Y DENSIDAD

VII. *La dilatación del grano de maíz y del mercurio* . . . 175

1. La dilatación del maíz. I. Los dos primeros estadios . 177
2. El tercer estadio: conservación del peso sin conservación del volumen 183
3. El cuarto estadio: conservación del volumen de las partículas y composición por compresión y descompresión 187
4. La dilatación y la contracción del mercurio . . . 193

VIII. *La explicación de las diferencias de densidad* 199

1. La densidad del tapón, de la madera y de las dos piedras. I. Los dos primeros estadios 200
2. El tercer estadio: explicación de la densidad por el contenido más o menos «lleno» de la materia . . 208
3. El cuarto estado: la explicación de la densidad por la compresión y la descompresión 214

IX. *Algunos problemas de relaciones entre el peso y la cantidad de materia* 221

1. Tres ejemplos preliminares de relacionar el peso y el volumen entre objetos de densidades distintas . . 222
2. El tapón y la arcilla 234
3. Las relaciones entre el peso y la longitud . . . 247
4. Conclusiones 251

Cuarta parte

LAS COMPOSICIONES FORMALES

X. *La composición de las relaciones asimétricas en las desigualdades de peso* 257

1. El primer estadio: ausencia de composición . . . 260
2. El segundo estadio: seriación empírica y que procede por parejas incoordinadas entre sí 267
3. El tercer estadio: seriación operatoria 271
4. Conclusiones 277

XI. *Las composiciones simples y aditivas de las equivalencias de peso* 283

1. El primer estadio: ausencia total de composición . . 286
2. El segundo estadio: composiciones homogéneas correctas, pero composiciones heterogéneas, simples o aditivas, imposibles de efectuar deductivamente . . . 292
3. El tercer estadio: éxito en las composiciones heterogéneas y cuantificación intensiva y métrica del peso . 297
4. Conclusiones: operaciones físicas y operaciones lógico-aritméticas 310

XII. *La composición simple y aditiva de las equivalencias entre volúmenes y el descubrimiento de la ley del desplazamiento del volumen de agua* 321

1. El primer estadio: ausencia de composición y ausencia de legalidad 325
2. El segundo estadio: los principios transductivos de la composición y de la legalidad experimental . . . 335

3. El tercer estadio: progreso de la deducción y descubrimiento inductivo de la ley 343
4. El cuarto estadio: descubrimiento y deducción inmediata de la ley y composición únicamente por el volumen 352
5. Conclusiones. La composición de los volúmenes y la cuestión de las relaciones entre las operaciones reversibles y la inducción experimental 355

CONCLUSIÓN 366